

نام درس: مکانیک کوانتومی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک (هسته‌ای - جامد - اتمی) (۱۱۱۳۰۴۳)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

امام علی^(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.

۱. برای دستگاه دو ذره‌ای که در آن پتانسیل تنها به فاصله بین دو ذره بستگی دارد، می‌توان هامیلتونی را به صورت

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2M} + \frac{\vec{p}'^2}{2\mu} + V(|\vec{r}|)$$

نوشت. کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

الف. \vec{P} و \vec{P}' به ترتیب تکانه ذرات اول و دوم هستند.ب. \vec{P} و \vec{P}' به ترتیب تکانه نسبی و تکانه کل سیستم هستند.ج. \vec{P} و \vec{P}' به ترتیب تکانه کل و تکانه نسبی سیستم هستند.د. تکانه نسبی از رابطه $\frac{m_1 \vec{P}_1 - m_2 \vec{P}_2}{m_1 + m_2}$ پیروی می‌کند.۲. برای حل معادله شرودینگر در سه بعد باید رابطه‌ای برای تکانه نسبی به دست آوریم. اگر فرض کنیم که \vec{P} و \vec{r} جابجا می‌شوندیعنی $[\vec{r}, \vec{p}] = 0$ است، مربع تکانه نسبی کدام است؟

الف. $\vec{p}^2 = \frac{1}{r^2} [\vec{L}^2 + (\vec{r} \cdot \vec{p})^2 - i \hbar \vec{r} \cdot \vec{p}]$ ب. $\vec{p}^2 = \frac{1}{r^2} [\vec{L}^2 + (\vec{r} \cdot \vec{p})^2]$

ج. $\vec{p}^2 = \frac{1}{r^2} [\vec{L}^2 - (\vec{r} \cdot \vec{p})^2 + i \hbar \vec{r} \cdot \vec{p}]$ د. $\vec{p}^2 = \frac{1}{r^2} [\vec{L}^2 - (\vec{r} \cdot \vec{p})^2]$

۳. هامیلتونی سیستمی به صورت $H = \frac{L_x^2 + L_y^2 - L_z^2}{2I}$ است. ویژه مقادیر هامیلتونی (یا طیف انرژی) آن کدام است؟

الف. $[l(l+1) - m^2] \frac{\hbar^2}{2I}$ ب. $[l(l+1) + m^2] \frac{\hbar^2}{2I}$

ج. $[l(l+1) + 2m^2] \frac{\hbar^2}{2I}$ د. $[l(l+1) - 2m^2] \frac{\hbar^2}{2I}$

نام درس: مکانیک کوانتومی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک (هسته‌ای - جامد - اتمی) (۱۱۱۳۰۴۳)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

۴. با اعمال عملگر $L_-L_+ + L_z^2 - \hbar L_z$ روی تابع $Y_{lm}(\theta, \varphi) = Y_{\ell\ell}(\theta, \varphi)$ ، ویژه مقدار برابر است با:الف. $20\hbar^2$ ب. $8\hbar^2$ ج. $16\hbar^2$ د. $12\hbar^2$

۵. تابع موج شعاعی یک حالت ایستایی اتم هیدروژن به صورت زیر است:

$$r\left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2}\left(1 - \frac{r}{2a_0}\right)e^{-r/2a_0}$$

اعداد کوانتومی این حالت کدام است؟

الف. $n=2, l=0$ ب. $n=1, l=1$ ج. $n=1, l=3$ د. $n=2, l=2$ ۶. تابع موج شعاعی اتم هیدروژن در حالت $n=2, l=1$ به صورت زیر است:

$$R_{21}(r) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$$

توزیع چگالی احتمال در چه مقداری از r قله‌ای می‌شود. به عبارت دیگر محتمل ترین فاصله الکترون از هسته در این حالت چقدر است؟الف. $2a_0$ ب. $3a_0$ ج. $4a_0$ د. $9a_0$ ۷. از تعداد ۱۵ گذار ممکن بین حالت‌های $l=2, l=1$ که در اثر زیمان عادی (بهنجار) بامیدان مغناطیسی شکافته می‌شوند، چند گذار مجاز وجود دارد؟

الف. ۳ ب. ۹ ج. ۶ د. ۱۲

۸. اگر اتمی را در میدان مغناطیسی $\vec{B} = B \hat{z}$ قرار دهیم، چه جمله‌ای به هامیلتونی سیستم اضافه می‌شود؟الف. $\frac{e}{2\mu c} BL_z$ ب. $\frac{e^2}{2\mu c} BL_z$ ج. $\frac{e}{\mu c} BL_z$ د. $\frac{e^2}{\mu c} BL_z$

نام درس: مکانیک کوانتومی (۲)

رشته تحصیلی و گند درس: فیزیک (هسته‌ای - جامد - اتمی) (۱۱۱۳۰۴۳)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گند سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

۹. دستگاه اسپین $\frac{1}{2}$ در حالت اسپین بالای S_x قرار دارد. احتمال اینکه اندازه‌گیری S_z مقدار $\frac{\hbar}{2}$ را نتیجه دهد چقدر است؟ (احتمال

اینکه در حالت اسپین بالای S_z یافت شود چقدر است؟)

الف. صفر ب. ۲۵٪ ج. ۷۵٪ د. ۵۰٪

۱۰. با در نظر گرفتن نمایش ماتریسی عملگرهای L_+ و L_- برای تکانه زاویه‌ای $l=1$ ، نمایش ماتریسی عملگر L_y برابر است با:

$$\text{الف. } \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{ب. } \frac{i\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{ج. } \frac{\hbar}{2i} \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{د. } \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

۱۱. دو ذره بدون اسپین با اندازه حرکت‌های زاویه‌ای $l_1=1$ ، $l_2=2$ را در نظر می‌گیریم. مجموع تعداد حالت‌های ممکن برای اندازه

حرکت زاویه‌ای کل برابر کدام است؟

الف. ۸ ب. ۵ ج. ۱۵ د. ۳

۱۲. اثر عملگر $(\vec{J} + \vec{L})(\vec{J} - \vec{L})$ بر روی حالت $\psi_{j=l+\frac{1}{2}, m_j}$ کدام است؟ \vec{L} عملگر اندازه حرکت مداری و \vec{J} عملگر اندازه

حرکت کل است)

$$\text{الف. } (l + \frac{3}{4})\hbar^2 \psi_{j, m_j} \quad \text{ب. } l\hbar^2 \psi_{j, m_j}$$

$$\text{ج. } (l + \frac{3}{4})\hbar^2 \psi_{j, m_j} \quad \text{د. } (l - \frac{3}{4})\hbar^2 \psi_{j, m_j}$$

نام درس: مکانیک کوانتومی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک (هسته‌ای - جامد - اتمی) (۱۱۱۳۰۴۳)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۱۳. حالت اسپینی دو الکترون را با $\chi_{\pm}^{(1)}$ و $\chi_{\pm}^{(2)}$ نشان می‌دهیم. کدام گزینه حالت $S = 1$ کل و $S_z = 0$ کل است؟

الف. $\frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_{+}^{(1)} \chi_{-}^{(2)} + \chi_{-}^{(1)} \chi_{+}^{(2)})$ ب. $\frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_{+}^{(1)} \chi_{-}^{(2)} - \chi_{-}^{(1)} \chi_{+}^{(2)})$

ج. $\chi_{+}^{(1)} \chi_{+}^{(2)}$ د. $\chi_{-}^{(1)} \chi_{-}^{(2)}$

۱۴. تغییرات انرژی الکترون اتم هیدروژن در حالت زمینه، تحت تأثیر میدان الکتریکی یکنواخت در اختلال مرتبه اول برابر است با:

الف. eEa_0 ب. $\frac{3}{2}eEa_0$ ج. $3Eea_0$ د. صفر

۱۵. در اثر استارک مرتبه اول برای حالت $n = 2$ در اتم هیدروژن تبهگنی (واگنی) کدامیک از حالتها برداشته می‌شود (تبهگنی حذف می‌شود)؟

الف. دو حالت $m = \pm 1$ ب. دو حالت $m = 0$ ج. هر چهار حالت د. حالت‌های $m = 2, m = 0$

۱۶. در اتم هیدروژن اگر اسپین کل الکترون و هسته F باشد $(\vec{F} = \vec{S} + \vec{I})$ ، ویژه مقدار $\frac{\vec{S} \cdot \vec{I}}{\hbar^2}$ را برای وضعیت $F = I - \frac{1}{2}$ به دست آورید.

الف. $\frac{1}{2}I$ ب. $-\frac{1}{2}I$ ج. $-\frac{1}{2}(I+1)$ د. $\frac{1}{2}(I+1)$

۱۷. کدامیک از عبارات زیر تصحیح نسبیتی در اتم هیدروژن واقعی است؟

الف. $-\frac{1}{8} \frac{(p^2)^2}{m^3 c^2}$ ب. $-\frac{1}{8} \frac{(p^2)^2}{m^2 c^2}$ ج. $-\frac{1}{8} \frac{(p^2)^2}{\mu^3 c^2}$ د. $-\frac{1}{8} \frac{(p^2)^2}{\mu^2 c^2}$

۱۸. تصحیح ناشی از اثر اسپین - مدار و تصحیح نسبیتی در اتم هیدروژن واقعی به صورت $\Delta E = -\frac{E_0}{n^3} \left[\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right]$ است.

تراز $n = 3$ در اثر این تصحیح به چند تراز شکافته می‌شود؟

الف. ۲ تراز ب. ۶ تراز ج. ۳ تراز د. ۹ تراز

نام درس: مکانیک کوانتومی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک (هسته‌ای - جامد - اتمی) (۱۱۱۳۰۴۳)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۱۹. اتم هیدروژن را در یک میدان مغناطیسی قوی قرار می‌دهیم (پدیده پاشن باخ) تراز $l = 2, n = 3$ به چند تراز شکافته می‌شود؟

$$\langle H_1 \rangle = \frac{eB\hbar}{4mc} (m_l + 2m_s) \quad \text{(راهنمایی)}$$

د. ۱۸

ج. ۱۲

ب. ۷

الف. ۸

۲۰. قسمت اسپینی تابع موج اتم هلیوم در حالت پایه کدامیک از توابع زیر است؟

$$\chi_{-}^{(1)} \chi_{-}^{(2)} \quad \text{ب.}$$

$$\chi_{+}^{(1)} \chi_{+}^{(2)} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_{+}^{(1)} \chi_{-}^{(2)} - \chi_{-}^{(1)} \chi_{+}^{(2)}) \quad \text{د.}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_{+}^{(1)} \chi_{-}^{(2)} + \chi_{-}^{(1)} \chi_{+}^{(2)}) \quad \text{ج.}$$

سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۷۵ نمره

۱. هنگامی که الکترون در میدان مغناطیسی خارجی B_z قرار گیرد، پاسخ معادله شرودینگر وابسته به زمان به صورت

$$\psi(t) = \begin{pmatrix} ae^{-i\omega t} \\ be^{i\omega t} \end{pmatrix} \quad \text{به دست می‌آید که در آن } \psi(0) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad \text{حالت اولیه است. اگر در } t = 0, \text{ اسپین در ویژه حالت } S_y \text{ با}$$

ویژه مقدار $+\frac{\hbar}{2}$ باشد، آنگاه مقدار مورد انتظار S_x را در هر زمان دیگر به دست آورید.

نام درس: مکانیک کوانتومی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک (هسته‌ای - جامد - اتمی) (۱۱۱۳۰۴۳)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۲. ثابت کنید در دستگاهی متشکل از دو ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ که در حالت اسپین یکتایی (Singlet) قرار دارد، اگر اندازه‌گیری S_x الکترون

(۲) مقدار $\frac{\hbar}{2}$ را نتیجه دهد آنگاه اندازه‌گیری S_x الکترون (۱) باید مقدار $-\frac{\hbar}{2}$ را نتیجه دهد. (راهنمایی: حالت‌های اسپین بالا و اسپین

پایین S_z را (χ_+, χ_-) را بر حسب حالت‌های اسپین بالا و اسپین پایین S_x (ζ_+, ζ_-) نوشته و در حالت اسپین یکتایی ψ جایگزین کنید.

۳. جابجایی انرژی در حالت پایه نوسانگر هماهنگ یک بعدی را محاسبه کنید در صورتی که اختلال $V = \lambda x^4$ به هامیلتونی

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \quad \text{افزوده شود. (راهنمایی: از روابط } T(\frac{\omega}{2}) = \frac{3}{4} \sqrt{\pi}, \int_0^\infty y^n e^{-\alpha y} dy = \frac{T(n+1)}{\alpha^{n+1}} = \frac{n!}{\alpha^{n+1}} \text{ استفاده کنید.)}$$

$$\text{استفاده کنید. برای نوسانگر هماهنگ یک بعدی تابع موج حالت پایه } u_0 = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}} \text{ است.}$$

۴. با استفاده از اصل وردشی، انرژی حالت پایه نوسانگر هماهنگ $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ را بر آورد کنید. (راهنمایی: از تابع موج

$$\text{گوسی } \psi(\alpha) = A e^{-\alpha x^2} \text{ استفاده کنید.)}$$

اطلاعات مورد نیاز:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\beta}}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-\beta x^2} dx = \frac{1}{2\beta} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$$