

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای آماری
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. اگر متغیر تصادفی X و Y دارای تابع چگالی احتمال زیر باشند:

$X \backslash Y$	۰	۱	$P(X = x)$
۰	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
۱	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$P(Y = y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	۱

ضریب همبستگی X و Y برابر با:

- الف. صفر
ب. $\frac{1}{2}$
ج. $\frac{1}{4}$
د. $\frac{1}{8}$

۲. اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از جامعه‌ای با میانگین μ و واریانس μ^2 باشد. مقدار $\frac{E(\bar{X})}{V(\bar{X})}$ برابر با:

- الف. $\frac{n}{\mu}$
ب. $\frac{n}{2\mu}$
ج. $\frac{n}{3\mu}$
د. $\frac{n}{4\mu}$

۳. اگر جامعه مورد بررسی دارای N عضو به صورت X_1, X_2, \dots, X_N باشد. احتمال انتخاب X_j پس از انتخاب X_i در حالت بدون جایگذاری برابر با:

- الف. $\frac{N}{N+1}$
ب. $\frac{N-1}{N}$
ج. $\frac{1}{N-1}$
د. $\frac{1}{N+1}$

۴. اگر $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3$ سه برآوردکننده نااریب برای پارامتر θ باشد به طوری که $V(\hat{\theta}_1) = 2V(\hat{\theta}_2)$ و $V(\hat{\theta}_3) = \frac{1}{4}V(\hat{\theta}_2)$ باشد.

برآوردگر با کمترین واریانس برای θ کدام است اگر $V(\hat{\theta}_1) = 2$ باشد:

- الف. $\hat{\theta}_1$
ب. $\hat{\theta}_2$
ج. $\hat{\theta}_3$
د. هیچکدام

۵. اگر اختلاف ۶ نمونه تصادفی از میانگین آنها به صورت زیر داده شده باشد:

$X_i - \bar{X}: -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 1$

برآوردگر نااریب واریانس جامعه برابر با اگر توزیع جامعه نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد:

- الف. $1/1$
ب. $2/2$
ج. $3/3$
د. $4/4$

۶. فرض کنید \bar{X} میانگین یک نمونه n تایی از جامعه نرمال با میانگین μ و واریانس 150 باشد. اگر بازه تصادفی به طول ۴ با احتمال ۹۵٪ پارامتر μ را در برداشته باشد، حجم نمونه چقدر باید باشد؟

- الف. ۱۲۱
ب. ۱۴
ج. ۱۲
د. ۱۴۴

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای آماری
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۷. اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از جامعه‌ای نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد. متغیر تصادفی $\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{S}$ دارای چه توزیعی است اگر $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = (n-1)S^2$ باشد:

الف. نرمال ب. t - استودنت ج. کی دو د. یکنواخت

۸. کارشناس مرکز آمار برای بررسی نمونه‌ای در یافتن برآورد یک پارامتر خاص، علاقمند به تغییر حجم نمونه است. اگر با اطمینان ۹۵٪ در برآوردی ۵٪ مرتکب خطا شود و واریانس بررسی قبلی ۹/۰ باشد حجم نمونه را چقدر باید انتخاب نماید. (عدد جدول $\pm 1/96$)

الف. ۱۱۰۰ ب. ۱۴۵۰ ج. ۱۲۸۰ د. ۱۳۸۳

۹. برای مقایسه درآمد کارکنان خانم و آقایان اطلاعات زیر بدست آمده است:

جنسیت	حجم نمونه	واریانس
خانم‌ها	۱۱	۷
آقایان	۱۱	۵

مقدار واریانس ادغام شده نمونه برابر با:

الف. ۳ ب. ۴ ج. ۵ د. ۶

۱۰. اگر D_1, D_2, \dots, D_n تفاضل زوجهای $(Y_1, X_1), (Y_2, X_2), \dots, (Y_n, X_n)$ باشد متغیر $\frac{\sqrt{n}(\bar{D} - (\mu_Y - \mu_X))}{S_D}$ دارای چه توزیعی است؟

الف. t - استودنت با n درجه آزادی ب. t - استودنت با $n-1$ درجه آزادی

ج. کی دو با n درجه آزادی د. کی دو با $n-1$ درجه آزادی

۱۱. اگر H_0 درست | رد $\alpha = P[H_0 | \text{رد}]$ باشد، $1 - \alpha$ برابر با:

الف. $P[H_0 | \text{رد}]$ ب. $P[H_0 | \text{درست}]$

ج. $P[H_1 | \text{درست}]$ د. $P[H_1 | \text{نادرست}]$

۱۲. یک کارشناس آمار بر اساس یک نمونه ۲۵ تایی متوسط درآمد کارکنان کارخانه بزرگ را ۳۰۰ هزار تومان و انحراف نمونه را ۱۰ هزار تومان بدست آورد. اگر ادعا شود متوسط درآمد ۳۵۰ هزار تومان است مقدار آماره آزمون ادعا برابر با:

الف. -۱۲ ب. -۱۵ ج. -۱۷ د. -۲۵

۱۳. در برآورد میانگین جامعه‌ای نرمال با واریانس σ^2 ، اگر خطا نصف شود حجم نمونه چند برابر می‌شود؟

الف. دو برابر ب. چهار برابر ج. هشت برابر د. شانزده برابر

نام درس: روشهای آماری

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۱۴. برای یافتن فاصله اطمینان برای تفاضل میانگینهای دو جامعه نرمال اطلاعات زیر بدست آمده است:

$$\sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X}) = 6/25, \quad \sum_{i=1}^{12} (Y_i - \bar{Y}) = 3/75$$

مقدار واریانس ادغام شده برابر با:

- الف. ۰/۷۵ ب. ۱ ج. ۱/۵ د. ۲

۱۵. در آزمون زوجی، اگر $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ نمونه و متغیرهای \bar{D} و S^D به ترتیب میانگین و

واریانس نمونههای $D_i = Y_i - X_i$ باشد، متغیر تصادفی $\frac{\sqrt{n}[\bar{D} - (\mu_Y - \mu_X)]}{S/\sqrt{n}}$ با فرض $\mu_1 = \mu_2$ دارای چه توزیعی است؟

- الف. نرمال ب. نرمال استاندارد
ج. استودنت با n درجه آزادی د. استودنت با $n-1$ درجه آزادی

۱۶. برای میزان ارتباط بین متغیر X و Y در یک بررسی آماری اطلاعات زیر بدست آمده است.

$$\sum_{i=1}^{14} X_i = 350, \quad \sum_{i=1}^{14} Y_i = 308, \quad \sum_{i=1}^{14} X_i Y_i = 1115, \quad \sum_{i=1}^{14} (X_i - \bar{X})^2 = 264, \quad \sum_{i=1}^{14} (Y_i - \bar{Y})^2 = 178$$

ضریب همبستگی نمونهای برابر با:

- الف. ۰/۸۵ ب. ۰/۵ ج. ۰/۲۵ د. ۰/۱۲۵

۱۷. اگر متغیرهای X_i دو به دو ناهمبسته و دارای واریانس σ^2 باشند $\text{cov}(\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n (-1)^i X_i)$ برابر با:

- الف. ۱ ب. ۰/۵ ج. ۰/۲۵ د. صفر

۱۸. در آنالیز واریانس یکطرفه اگر مدل به صورت $X_{ij} = \mu + \tau_i + E_{ij}$ باشد کدامیک از موارد زیر درست نیست؟

الف. $E(E_{ij}) = 0$ ب. $\text{var}(E_{ij}) = \sigma^2$

ج. $\sum_{i=1}^k \tau_i = 0$ د. $\sum_{i=1}^k \tau_i = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n E_{ij}$

۱۹. اگر در آنالیز واریانس $SST_r = n \sum_{i=1}^k (\bar{X}_{i\cdot} - \bar{X})^2$ و $SSE = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_{ij})^2$ به ترتیب مجموع مربعات

تیمار و خطا باشد متغیر تصادفی $\frac{SST_r / K - 1}{SSE / K(n-1)}$ دارای کدام توزیع است؟

- الف. کی دو ب. فیشر ج. نرمال د. استودنت

نام درس: روشهای آماری

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۲۰. در آزمون برابری واریانسهای k جامعه با حجمهای نامساوی متغیر تصادفی

$$B = \left(\frac{20/30259}{C} \right) \left[\sum_{i=1}^7 (n_i - 1) \log S^p - \sum_{i=1}^n (n_i - 1) \log S_i^p \right]$$

الف. کی دو با ۱۶ درجه آزادی

ب. استودنت با ۱۶ درجه آزادی

ج. نرمال

د. استودنت با ۱۷ درجه آزادی

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۶ نمره می باشد.

۱. فرض کنید جامعه ای دارای توزیع زیر باشد:

X	-۱	۰	۱
$P(X = x)$	۰/۲	۰/۵	۰/۳

الف. $V(X)$ ، $E(X)$ را بدست آورید.

ب. نمونه های به حجم ۲ از این جامعه به صورت زیر انتخاب شده است:

شماره نمونه	۱	۲	۳	۴	۵
اعضای نمونه	-۱	۰	۱	-۱	۰
	۰	۱	۱	-۱	۰

توزیع \bar{X} نمونه را بدست آورید. $E(\bar{X})$ و $V(\bar{X})$ نیز بدست آورید.

۲. در یک بررسی آماری از ۵۰۰ خانوار، مشخص شده است ۱۶۰ خانوار دارای تلویزیون رنگی هستند.

الف. یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت جامعه کسانی که دارای تلویزیون رنگی هستند بدست آورید. (عدد جدول

$(\pm 1/96)$

ب. اگر خطای به اندازه $d = 0/02$ مرتکب شده باشیم حجم نمونه را بدست آورید.

۳. برای مقایسه نمرات دو دانشگاه در کشور اطلاعات زیر بدست آمده است.

دانشگاه	نمرات مشاهده شده					
A	۱۲	۸	۱۰	۱۵	۵	
B	۹	۱۱	۲۰	۰	۸	۶

الف. با اطمینان ۹۵٪ یک فاصله اطمینان برای تفاضل متوسط نمرات دو دانشگاه

بدست آورید. اگر عدد جدول برابر با ۱/۸۳۳ باشد.

ب. آیا می توان گفت که واریانسهای دو جامعه با هم برابرند. چرا؟

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای آماری
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۴. دو تولید کننده لامپهای تجاری ادعا می کنند فرآیند جدید در تولید، عمر لامپهای تولیدی را نسبت به گذشته افزایش داده است.
 در یک بررسی آماری اطلاعات زیر بدست آمده است.

تولید کننده	حجم نمونه	میانگین نمونه	واریانس نمونه
I	۱۶	۶/۵	۵/۹
II	۲۵	۶	۱

اگر توزیع جامعه های مورد بررسی نرمال باشند فرض $H_0: \mu_I = \mu_{II}$ را در مقابل $H_1: \mu_I \neq \mu_{II}$ با اطمینان ۹۵٪ آزمون کنید. (عدد جدول ۲/۵۲)

۵. برای مقایسه متوسط نمرات سه مرکز آموزشی اطلاعات زیر بدست آمده است.

مرکز	مشاهدات		
A	۱۲	۱۳	۵
B	۱۱	۱۹	۶
C	۷	۸	۹

جدول آنالیز را تشکیل داده و فرض مربوطه را بنویسید و آنرا با اطمینان ۹۵٪ آزمون کنید.
 (عدد جدول ۳/۴۱ ۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: احتمال و کاربرد آن
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی (ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. اگر هر یک از k آزمایش یک تجربه، n برآمد ممکن داشته باشند، آنگاه تعداد برآمدهای فضای نمونه برابر است با:

الف. k^n ب. n^k ج. $n!k!$ د. $(nk)!$

۲. در آزمایش پرتاب ۲ سکه سالم، احتمال رو شدن حداقل دو شیر با شرط اینکه حداقل یکی از سکه‌ها شیر باشد، عبارت است از:

الف. $\frac{1}{2}$ ب. $\frac{2}{3}$ ج. $\frac{1}{4}$ د. $\frac{1}{3}$

۳. در پرتاب دو تاس ممکن، A پیشامد فرد بودن مجموع خال‌ها و B پیشامد یک بودن خال رو شده، در تاس اول یک و C پیشامد ۷ بودن مجموع خال‌ها باشد، کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

الف. A و B مستقلند. ب. A از C مستقل نیست.
 ج. B و C مستقلند. د. A و C مستقلند.

۴. متغیر تصادفی گسسته X دارای، ت. چ. ا. $X = 0, 1, 2, \dots$ $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ می‌باشد. در این صورت، تابع مولد گشتاورهای X برابر است با:

الف. $\frac{1}{2 - e^t} : t < \ln 2$ ب. $\frac{1}{2 - e^t} : t < \ln 2$
 ج. $\frac{e^t}{2 - e^t} : t < \ln 2$ د. $\frac{e^t}{2(1 - e^t)} : t < \ln 2$

۵. در سؤال ۴، میانگین X برابر است با:

الف. $\frac{1}{4}$ ب. -1 ج. $\frac{3}{4}$ د. 1

۶. اگر $Y = aX + b$ آنگاه $M_Y(t)$ عبارت است از:

الف. $\frac{e^t M_X(at)}{t}$ ب. $e^{bt} M_X(at)$ ج. $e^b M_X(at)$ د. $\frac{e^{bt} M_{aX}(t)}{t}$

۷. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X عبارت است از:

$$f(x) = \begin{cases} ax^a e^{-bx} & x \geq 0, a, b > 0 \\ 0 & O.W \end{cases}$$

در این صورت کدام رابطه بین a و b برقرار است؟

الف. $2a^3 = b$ ب. $\frac{2a}{b} = 1$ ج. $3a = b^3$ د. $\sqrt[3]{2a} = b$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: احتمال و کاربرد آن
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۸. اگر X ، متغیری تصادفی دارای توزیع یکنواخت گسسته با مقادیر: $1, 2, \dots, n$ باشد، در این صورت میانگین و واریانس آن به ترتیب (از چپ به راست) عبارتند از:

الف. $\frac{(n+1)}{2}$ و $\frac{(n^2+1)}{12}$ ب. $\frac{(n+1)}{2}$ و $\frac{(n^2-1)}{12}$

ج. $\frac{(n-1)}{2}$ و $\frac{(n^2-1)}{12}$ د. $\frac{(n+1)}{2}$ و $\frac{(n-1)^2}{12}$

۹. در صورتی که X متغیر تصادفی نرمال استاندارد باشد، آنگاه، کران پایینی برای احتمال، این که پیشامد $|X| \leq 2\sigma$ باشد، تقریباً برابر است با:

الف. ۰/۹۵ ب. ۰/۶۸ ج. ۰/۹۰ د. ۰/۷۵

۱۰. برای، تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ ، $x \in \mathbb{R}$ ، تابع توزیع عبارت است از:

الف. $\frac{1}{\pi} \text{Arctg}(x) + \frac{1}{\pi}$ ب. $\frac{1}{2\pi} \text{Arctg}(x) + \frac{1}{2\pi}$

ج. $\frac{1}{\pi} \text{Arctg}(x) + \frac{1}{2}$ د. $\frac{1}{\pi} \text{Arctg}(x)$

۱۱. در سؤال ۱۰، $E(X)$:

الف. برابر $\frac{1}{\pi}$ است. ب. وجود ندارد.

ج. برابر $\frac{1}{2\pi}$ می باشد. د. برابر $\frac{1}{2\pi} \ln(1+\pi^2)$ است.

۱۲. تابع احتمال توأم X و Y عبارت است از:

$P(0,0) = 0/3, P(0,1) = 0/1, P(1,0) = 0/2, P(1,1) = 0/4$

در این صورت، امید ریاضی شرطی X وقتی $Y=1$ ، برابر است با:

الف. $\frac{4}{5}$ ب. $\frac{1}{5}$ ج. $\frac{1}{2}$ د. ۱

۱۳. اگر متغیرهای تصادفی X و Y ، مستقل از یکدیگر و هر یک دارای توزیع هندسی با پارامتر P ، باشند آنگاه احتمال $(X+Y=n)$ عبارت است از:

الف. $np^2 q^n$ ب. $(n-1)p^2 q^{n-2}$

ج. $(n-1)p^{n-2} q^2$ د. $np^2 q^{n-2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: احتمال و کاربرد آن
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۴. در سؤال ۱۳، $P(X = x | X + Y = n)$ برابر است با:

الف. pq^{x-1} ب. pq^{n-x-1} ج. $\frac{pq}{n-1}$ د. $\frac{1}{n-1}$

۱۵. مقدار k برای این که $f(x, y) = \begin{cases} ke^{-x-y} & 0 < x < y \\ 0 & o.w \end{cases}$ یک، ت. چ. ا. توأم باشد، برابر است با:

الف. ۲ ب. ۱ ج. $\frac{1}{2}$ د. به ازاء هیچ مقداری از k ، برقرار نیست

۱۶. با فرض این که: ت. چ. ا. توأم X و Y به صورت $f(x, y) = \begin{cases} 2 & x > 0, y > 0, x + y < 1 \\ 0 & o.w \end{cases}$ آنگاه، ت. چ. ا. y به

شرط $X = x$ عبارت است از:

الف. $2(1-x)$ ب. $\frac{1}{1-y}$ ج. $\frac{1-y}{1-x}$ د. $2(1-y)$
 $0 < x < 1$ $0 < y < 1$ $0 < x < 1$ $0 < y < 1$
 $x + y < 1$ $x + y < 1$ $x + y < 1$ $x + y < 1$

۱۷. در سؤال ۱۶، کوواریانس X و Y برابر است با:

الف. $\frac{1}{36}$ ب. $\frac{1}{4}$ ج. $\frac{1}{6}$ د. $\frac{1}{12}$

۱۸. برای سؤال ۱۶، مقدار $E(y | X = x)$ عبارت است از:

الف. $\frac{y}{2}$ ب. $\frac{x}{2}$ ج. $\frac{1+x}{2}$ د. $\frac{x+y}{2}$

۱۹. اگر X متغیری تصادفی با مقادیر نامنفی و $a > 0$ ، آنگاه:

الف. $aP(X \leq a) \geq E(X)$ ب. $aP(X \geq a) \leq E(X)$
 ج. $E(X) \leq aP(X \geq a)$ د. $P(X \geq a) \leq aE(X)$

۲۰. فرض کنید: طول عمر یک لامپ دارای توزیع نمایی با میانگین عمر ۵ روز باشد. پس از سوختن، این لامپ، لامپ مشابهی جایگزین می‌شود. احتمال این که در مدت ۲۰۰ روز بیش از ۴۰ لامپ لازم باشد، تقریباً برابر است با:

الف. e^{-2} ب. $\frac{1}{2}$ ج. $\frac{1}{2}e^{-2}$ د. $\frac{1}{4}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: احتمال و کاربرد آن
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

توجه: به ۴ سؤال از ۵ سؤال تشریحی به دلخواه پاسخ دهید.

بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد.

۱. الف. ۳ سکه همگن را پرتاب می کنیم. احتمال این که در پنجمین مرتبه از تکرار این عمل، برای دومین بار ۳ شیر یا ۳ خط به دست آوریم، چقدر است؟
 ب. قوانین ضعیف و قوی اعداد بزرگ را به طور دقیق (فقط) بیان کنید.

۲. X متغیری است تصادفی که مقادیر ۱، ۰، -۱ را به ترتیب با احتمال های $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ و Y نیز متغیری تصادفی است که مقادیر

۱، -۲ را به ترتیب با احتمال های $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ اختیار می کند. اگر احتمال $(X = -1, Y = -1)$ برابر k (عددی معلوم) باشد مطلوب است:

الف. فاصله ای که در آن k صدق می کند.

ب. ضریب همبستگی Y, X بر حسب k و فاصله ای که این ضریب در آن تغییر می کند.

۳. الف. تابع مولد گشتاورهای متغیر تصادفی X با توزیع پواسن را بیابید و سپس برآیند آن میانگین و واریانس را محاسبه کنید.

ب. اگر $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، گشتاورهای مرکزی مراتب فرد، X را بیابید. $(\mu_{pk+1}(X))$

۴. اگر ت. چ. ۱. توأم Y, X به صورت: $f(x, y) = \begin{cases} \lambda xy & ; 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & ; o.w \end{cases}$ باشد، درستی « امید ریاضی دوگانه » را برای این توزیع تحقیق کنید. (یک مورد کافی است).

۵. الف. اگر $X \sim \beta(\alpha, \beta)$ (بتا) امید ریاضی آن را محاسبه کنید.

ب. اگر $X_1 \sim N(\mu, \sigma^2)$ و $X_2 \sim N(\mu, 2\sigma^2)$ (معلوم) و X_1 و X_2 مستقل از یکدیگر باشند. واریانس: $\frac{1}{\sigma}(X_2 - X_1)$ را بیابید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. کدام گزینه همواره درست است؟ (A, B, C) ماتریس می باشند.
 - الف. اگر A پادمتقارن باشد آنگاه عناصر قطر اصلی آن همگی صفر می باشند.
 - ب. اگر $AB = AC$ آنگاه $B = C$
 - ج. اگر $A \neq 0$ آنگاه $A = 0$
 - د. $(AB)' = A'B'$
۲. کدام گزینه نادرست است؟
 - الف. هر ماتریس همارز سطری ماتریس پلکانی است.
 - ب. هر ماتریس همارز سطری ماتریس پلکانی کاهش یافته است.
 - ج. ماتریس مربع A وارون پذیر است اگر و تنها اگر همارز سطری ماتریس واحد باشد.
 - د. معادله ماتریس $AX = 0$ فقط دارای جواب بدیهی $X \neq 0$ است اگر و تنها اگر $\det A = 0$
۳. کدام گزینه نادرست است؟
 - الف. هر ماتریس قطری متقارن است.
 - ب. برای هر ماتریس مربع $A, A - A'$ پادمتقارن است.
 - ج. اگر $A = B_1 B_2 B_3$ آنگاه $A^{-1} = B_1^{-1} B_2^{-1} B_3^{-1}$
 - د. AA' همواره متقارن است.
۴. کدام یک از ماتریس های زیر مقدماتی نیست؟ ($k \neq 0$)
 - الف. $\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 - ب. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$
 - ج. $\begin{bmatrix} 1 & 1-k & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 - د. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ k & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۵. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. ماتریس مربع A وارون پذیر است اگر و تنها اگر همارز سطری ماتریس واحد باشد.
- ب. ماتریس مربع A وارون پذیر است اگر و تنها اگر $AX = 0$ دارای جواب بدیهی $X = 0$ باشد.
- ج. وارون هر ماتریس مقدماتی یک ماتریس مقدماتی است.
- د. حاصل ضرب دو ماتریس مقدماتی یک ماتریس مقدماتی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
 رشته تحصیلی / گد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۶. کدام گزینه نادرست است؟

الف. هر فضای برداری n بعدی با R^n یکرخت است.

ب. هر فضای برداری n بعدی با P^n یکرخت است.

ج. اگر $\dim V = n$ و $\dim W = n$ آنگاه V با W یکرخت است.

د. اگر W یک زیر فضای V باشد، آنگاه $\dim W \leq \dim V$

۷. فرض کنید $T = [3t+1, t-1]$ یک پایه مرتب برای P_1 باشد و $X = 4t + 4$. $[X]_T$ کدام است؟

د. $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

الف. $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$

۸. کدام گزینه درست است؟ (A و B دو ماتریس $m \times n$ می باشند).

الف. $r(A) = r(B)$ اگر و تنها اگر A هم از B باشد.

ب. $r(A) = r(B) = \min\{m, n\}$

ج. $r(AB) = r(A)$

د. $\min\{m, n\}$ = رتبه ستونی B = رتبه سطری A

۹. کدام یک از مجموعه های زیر یک پایه برای R^3 است؟

الف. $\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$

ب. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$

د. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$

ج. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$

۱۰. در P_2 طول بردار $f(t) = t^2 + 1$ نسبت به ضرب داخلی $f, g = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ کدام است؟

د. $\sqrt{\frac{2}{5}}$

ج. $\sqrt{\frac{4}{5}}$

ب. $\sqrt{\frac{28}{15}}$

الف. $\sqrt{\frac{27}{15}}$

۱۱. ماتریس ضرب داخلی متعارف R^2 نسبت به پایه مرتب $T = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$ کدام است؟

د. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

الف. $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۲. تحت ضرب داخلی متعارف تصویر بردار $X = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ بر روی بردار $Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- الف. $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$

۱۳. فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ در تبدیل خطی $L(X) = AX$ کدام است؟

- الف. $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

۱۴. اگر L یک تبدیل خطی و $L \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $L \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد، $L \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- الف. $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} -1 \\ 16 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

۱۵. در تبدیل خطی $L: R^3 \rightarrow R^3$ با قانون $L \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_3 - x_2 \end{bmatrix}$ ، کدام یک از بردارهای زیر در هسته L قرار دارد؟

- الف. $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۶. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف. دترمینان هر ماتریس مقدماتی مخالف صفر است.

ب. دترمینان هر ماتریس مقدماتی برابر یک است.

ج. اگر $A^{-1} = A'$ آنگاه دترمینان A برابر ± 1 است.

د. دترمینان یک ماتریس بالا مثلثی حاصل ضرب عناصر قطر اصلی آن است.

۱۷. کدام گزینه نادرست است؟

الف. جایگشت $(1\ 2\ 3\ 4\ 5)$ یک جایگشت زوج از S_5 است.

ب. اگر A یک ماتریس قطری باشد آنگاه $|A^n| = |A|^n$

ج. اگر $AB = I$ آنگاه $|A| \neq 0$ ، $|B| \neq 0$

د. اگر رتبه ماتریس مربع $n \times n$ برابر n باشد آنگاه $|A| \neq 0$

۱۸. چندجمله‌ای مشخصه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. $-t^3 - t^2 + t$ ب. $-t^3 - t$ ج. $-t^3 + 2t^2 + t$ د. $t^3 + 2t^2$

۱۹. اگر P یک تبدیل متعامد $U = PX$ و $V = PY$ باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف. $\cos(U, V) = \cos(X, Y)$ ب. $U \cdot V = X \cdot Y$

ج. $|U| = |X|$

د. $U \perp V$

ج. $|V| = |Y|$

۲۰. کدام یک از ماتریس‌ها زیر یک ماتریس احتمال است؟

ب. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

الف. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

د. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

۱. نشان دهید که ماتریس مربع A وارون پذیر است. اگر و تنها اگر معادله $AX = b$ دارای یکتا باشد؟ (۱ نمره)

۲. پایه‌ای برای R^3 به دست آورید که شامل بردار $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ باشد. (۱/۵ نمره)

۳. نشان دهید که $W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \\ x_s \end{bmatrix} \mid x_1 = x_p \right\}$ یک زیرفضای R^3 است. بعد W را تعیین کنید. (۱/۵ نمره)

۴. فرض کنید V یک فضای اقلیدی باشد. نشان دهید که برای $y, x \in V$ داریم $|x + y| \leq |x| + |y|$ (۱/۵ نمره)

۵. فرض کنید $L: R^2 \rightarrow R^2$ با قانون $L \begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_p \\ x_1 + x_p \end{bmatrix}$ یک تبدیل خطی باشد. (۱/۵ نمره)

الف. نشان دهید که L یک تبدیل خطی وارون پذیر است.

ب. وارون L را تعیین کنید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. در یک جامعه نرمال با نمونه‌ای به حجم n می‌توان میانگین جامعه را با \bar{Y}_n و \tilde{Y}_n (میانۀ) برآورد کرد. فرض کنید واریانس

جامعه σ^2 باشد. اگر $var(\tilde{y}_n) = \frac{\pi\sigma^2}{2n}$ باشد کارایی \bar{Y}_n نسبت به \tilde{Y}_n چقدر است؟

- الف. ۱/۵۷ ب. ۰/۶۴ ج. π د. $\frac{\sigma}{\pi}$

۲. اگر $\hat{\theta}$ برآورد کنندمارب با اندازه ریبی B برای θ باشد کدام رابطه زیر درست می‌باشد؟

- الف. $MSE(\hat{\theta}) = var(\hat{\theta}) + B$ ب. $MSE(\hat{\theta}) = var(\hat{\theta}) + B^2$
 ج. $MSE(\hat{\theta}) = var(\hat{\theta}) - B$ د. $MSE(\hat{\theta}) = var(\hat{\theta}) - B^2$

۳. اگر C ضریب تغییرات جامعه باشد ضریب تغییرات \bar{Y}_n حاصل از نمونه n تایی چقدر است؟

- الف. \sqrt{n} برابر ضریب تغییرات جامعه
 ب. $\frac{1}{\sqrt{n}}$ برابر ضریب تغییرات جامعه
 ج. $\frac{1}{\sqrt{n}}$ برابر ضریب تغییرات جامعه
 د. $\frac{1}{n}$ برابر ضریب تغییرات جامعه

۴. از جامعه‌ای به حجم N نمونه‌ای به اندازه n انتخاب می‌کنیم. احتمال انتخاب یک عضو مشخص در انتخاب r ام چقدر است؟

- الف. $\frac{N-r}{N}$ ب. $\frac{1}{N}$ ج. $\frac{1}{N-r}$ د. $\frac{1}{N+1-r}$

۵. از جامعه‌ای به حجم $N = 5$ نمونه‌ای به اندازه $n = 3$ بدون جایگذاری انتخاب کرده و مقدار $S^2 = 15$ بدست آمده است.

مقدار $var(\bar{y}_n)$ چقدر است؟

- الف. $\frac{15}{36}$ ب. $\frac{26}{15}$ ج. $\frac{13}{5}$ د. $\frac{13}{3}$

۶. فرض کنید در نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری از جامعه‌ای به حجم $N = 100$ ، $var(\bar{y}_n) = 9$ بدست آمده است. مقدار

$\hat{\sigma}(\hat{t}_N)$ چقدر است؟

- الف. ۹۰۰ ب. ۹۰۰۰۰ ج. ۳۰۰ د. ۳۰۰۰

۷. واریانس میانگین نمونه تصادفی ساده با جایگذاری کدام است؟ (N حجم جامعه، n حجم نمونه)

- الف. $\frac{\sigma^2}{n}$ ب. $(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}) \frac{S^2}{n}$
 ج. $\frac{N-1}{N} \sigma^2$ د. $\frac{n}{N} \sigma^2$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۸. نمونه‌ای به اندازه $n = 100$ خانواده را در شهر تهران به تصادف انتخاب کرده‌ایم و دریافته‌ایم که $a = 60$ خانواده با پیشنهاد خصوصی کردن دانشگاهها مخالف‌اند. حد بالای فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت تهرانیهای مخالف خصوصی کردن دانشگاهها چقدر است؟ ($Z_{0.025} = 1.96$)

الف. ۰/۷۹۱ ب. ۰/۵۰۳ ج. ۰/۵۸۴ د. ۰/۶۹۶

۹. از جامعه دو متغیره (X, Y) به حجم $N = 100$ نمونه‌ای به اندازه $n = 10$ زوج انتخاب کرده و $S_{XY} = 150$ به دست آمده است. مقدار $cov(\bar{X}, \bar{Y})$ چقدر است؟

الف. ۱۸/۴۸ ب. ۱۳/۵ ج. ۱۲/۲ د. ۱۵/۷۵

۱۰. در کدامیک از حالت‌های زیر از روش نمونه‌گیری طبقه‌بندی استفاده می‌کنیم؟

الف. جامعه به گروه‌های تقسیم شده است که پراکندگی داخل گروه‌ها برابر پراکندگی در کل جامعه است.

ب. جامعه به گروه‌های تقسیم شده است که پراکندگی داخل گروه‌ها کمتر از پراکندگی در کل جامعه است.

ج. جامعه به گروه‌های تقسیم شده است که پراکندگی داخل گروه‌ها بیشتر از پراکندگی در کل جامعه است.

د. جامعه به گروه‌های تقسیم شده است که پراکندگی داخل گروه‌ها بیشتر و یا کمتر از پراکندگی در کل جامعه است.

۱۱. فرض کنید جامعه‌ای به سه طبقه تقسیم شده که به ترتیب دارای ۱۰، ۹ و ۱ عضو می‌باشد. به چند طریق می‌توان نمونه‌هایی به ترتیب ۴، ۲ و ۳ تایی انتخاب کرد؟

الف. ۲۵۱۹۸۶ ب. ۸۸۱۷۴۵ ج. ۱۸۷۵۱۰ د. ۴۹۳۹۲۰

۱۲. در نمونه‌گیری به روش طبقه‌بندی اگر V_{opt} و V_{prop} به ترتیب نشانگر واریانس به روش ایتیم و واریانس به روش

متناسب باشد به شرط قابل اغماض بودن $\frac{1}{N_h}$ کدام رابطه زیر درست می‌باشد؟ (V_{rand} نشانگر واریانس به طریق تصادفی

ساده می‌باشد).

الف. $V_{prop} \leq V_{opt} \leq V_{rand}$ ب. $V_{prop} \leq V_{rand} \leq V_{opt}$

ج. $V_{opt} \leq V_{prop} \leq V_{rand}$ د. $V_{opt} \leq V_{rand} \leq V_{prop}$

۱۳. جامعه‌ای به سه طبقه تقسیم شده است به طوری که حجم طبقات $N_1 = 180$ ، $N_2 = 120$ و $N_3 = 300$ و واریانس طبقات

$\sigma_1^2 = \frac{229}{3}$ ، $\sigma_2^2 = \frac{238}{15}$ و $\sigma_3^2 = \frac{179}{5}$ می‌باشد. تغییرات طبقه سوم چقدر است؟

الف. ۴ ب. ۱۶ ج. ۶ د. ۳۶

۱۴. از جامعه‌ای که به دو طبقه تقسیم شده است می‌خواهیم نمونه‌ای به اندازه ۱۰۰ انتخاب کنیم. اگر داشته باشیم

$C_1 = 9$ ، $N_1 S_1 = 480$ و $C_2 = 16$ ، $N_2 S_2 = 1080$ مقدار نمونه‌ای که از طبقه دوم انتخاب می‌شود چقدر است؟

الف. ۶۳ ب. ۷۵ ج. ۲۹ د. ۳۸

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۵. در شهری که به سه طبقه تقسیم شده است اطلاعات زیر بر حسب خانوارها به دست آمده است. اگر بخواهیم نمونه‌ای به اندازه n انتخاب کنیم نسبت نمونه‌های که از طبقه C انتخاب می‌شود کدام گزینه است؟

شهر	خانواده	P_n
A	۲۰۰۰	۰/۱
B	۳۰۰۰	۰/۱۵
C	۵۰۰۰	۰/۲

الف. $\frac{۲۱}{۷۳}n$ ب. $\frac{۴۰}{۷۳}n$

ج. $\frac{۱۲}{۷۳}n$ د. $\frac{۱۵}{۷۳}n$

۱۶. در نمونه‌گیری با احتمال متغیر به روش لاهیری احتمال غیرمؤثر بودن زوج (i, j) چقدر است؟

$(M = \max(X_1, \dots, X_N))$

الف. $\frac{\bar{X}_N}{M}$ ب. $\frac{M}{\bar{X}}$ ج. $1 - \frac{\bar{X}_N}{M}$ د. $1 - \frac{M}{\bar{X}}$

۱۷. در نمونه‌گیری با احتمال متغیر اگر داشته باشیم $P_i = \frac{1}{N}$ آنگاه این روش نمونه‌گیری به کدام روش نمونه‌گیری تبدیل می‌شود؟

الف. تصادفی ساده با جایگذاری
 ب. تصادفی ساده بدون جایگذاری
 ج. طبقه بندی اپتیم
 د. طبقه بندی متناسب

الف. تصادفی ساده با جایگذاری
 ب. تصادفی ساده بدون جایگذاری
 ج. طبقه بندی اپتیم
 د. طبقه بندی متناسب

۱۸. در نمونه‌گیری با احتمال متغیر اگر انتخاب Y_i متناسب با P_i باشد یعنی $P_i = \frac{Y_i}{\sum_{i=1}^N Y_i}$ با توجه به رابطه $Z_i = \frac{Y_i}{NP_i}$ مقدار

σ_Z^2 چقدر می‌شود؟

الف. ۱ ب. صفر ج. $\frac{n}{N} \sigma_Y^2$ د. $\frac{n}{N-n} \sigma_Y^2$

۱۹. نمونه‌ای به اندازه $n = ۱۰$ از جامعه‌ای به اندازه $N = ۱۰۰۰$ به روش احتمال متغیر با جایگذاری انتخاب می‌کنیم اگر σ_Z^2 نشانگر واریانس Z_i ها باشد آنگاه $var(\hat{Y}_N)$ کدام گزینه است؟

الف. $\frac{\sigma_Z^2}{n}$ ب. $\frac{N-n}{n} \sigma_Z^2$ ج. $\frac{n}{N} \sigma_Z^2$ د. σ_Z^2

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۲۰. در نمونه گیری با احتمال متغیر و بدون جایگذاری اگر P_{ir} نشانگر احتمال انتخاب Y_i در r امین استخراج باشد ($r = 1, \dots, N$) چه موقع $P_{i1} = P_{i2}$ می شود؟

الف. $P_i = \frac{r}{N-1}$ ب. $P_i = \frac{1}{N}$ ج. $P_i = \frac{r-1}{N}$ د. $P_i = \frac{r-1}{N-1}$

سؤالات تشریحی

۱. از جامعه ای به حجم N نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم n را انتخاب می کنیم. اگر y_i و y_j دو واحد مشخص

نمونه در دو انتخاب متوالی نمونه باشند σ^2 واریانس جامعه فرض شود، ثابت کنید $COV(y_i, y_j) = \frac{-\sigma^2}{N-1}$ (نمره ۱)

۲. مدیر یک مرغداری می خواهد وزن کل $N = 1000$ جوجه ۴ هفته ای را برآورد کند. چه تعدادی از جوجه ها را باید به تصادف انتخاب کند تا فاصله اطمینان ۹۵٪ به اندازه ۲۰۰ کیلوگرم باشد. مطالعاتی مشابهی که با شرایط مشابه در گذشته انجام شده است حاکی از آن است که تغییرات جامعه وزن ها تقریباً $\frac{1}{4}$ کیلوگرم است (کسر نمونه گیری قابل اغماض است). ($t = 1/96$ جدول) ($1/25$ نمره)

۳. در نمونه گیری با طبقه بندی برای نسبت ها نشان دهید که: ($2/25$ نمره)

الف. واریانس برآورد کننده نسبت P_{st} عبارت است:

$$V(P_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L N_h^2 \frac{(N_h - n_h)(P_h \cdot Q_h)}{N_h - 1} \frac{1}{n_h}$$

ب. اگر f_{PC} قابل اغماض باشد

$$V(P_{st}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{P_h \cdot Q_h}{n_h}$$

ج. اگر تخصیص متناسب ($\frac{N_h}{N} = \frac{n_h}{n}$) باشد

$$V(P_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{N_h - 1} (N - n) \frac{n_h}{n} \frac{P_h \cdot Q_h}{n_h}$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۴. در یک بررسی جمعیت‌شناسی از روستاهای یک استان از روش نمونه‌گیری تصادفی با طبقه‌بندی استفاده می‌شود. هر شهرستان یک طبقه منظور می‌شود. اگر هزینه جمع‌آوری اطلاعات برای هر واحد ۱۰ باشد و هزینه‌های اداری و غیره روی هم ۱۰۰۰۰۰ باشد اندازه اُپتیمم n ، حجم نمونه را طوری بیابید که واریانس میانگین نمونه دارای کوچکترین مقدار باشد. هزینه کل پیش‌بینی شده برای این بررسی ۸۰۰۰۰۰ است. اطلاعات حاصل در جدول زیر آمده است. با این اطلاعات حجم نمونه هر طبقه را تعیین کنید. (۱/۵ نمره)

طبقه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
تعداد روستا	۱۱۰	۸۲	۶۶	۵۲	۲۳	۶۸	۱۱۰	۹۰	۱۷۰
جمعیت متوسط	۴۰۰	۸۰۰	۹۰۰	۱۱۰۰	۱۹۰۰	۶۸۰	۴۵۰	۳۸۰	۳۰۰
S_h	۵۰۰	۹۰۰	۹۲۰	۱۱۶۰	۱۹۵۰	۵۰۰	۷۸۰	۵۰۰	۵۰۰

۵. در نمونه‌گیری با احتمال متغیر روش خرد کردن را با ذکر مثال توضیح دهید. (۱ نمره)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۹) - ریاضی (۱۱۱۱۰۵۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. اگر $X = \begin{cases} 1 & \text{اگر } A \text{ رخ دهد} \\ 0 & \text{اگر } A \text{ رخ ندهد} \end{cases}$ باشد آنگاه واریانس X است؟

الف. صفر ب. $P(A)$ ج. $P^p(A)$ د. $P(A)(1 - P(A))$

۲. در فرآیند $\{X_t; t \geq 0\}$ ، $t > s$ ، نمو فرآیند کدام است؟

الف. $X_t + X_s$ ب. $X_s + X_t$ ج. $X_t + X_s$ د. $\frac{X_t}{X_s}$

۳. تابع همبستگی فرآیند پواسن کدام است؟ $(C_{t,s})$

الف. $\lambda \max\{t; s\}$ ب. $\lambda \min\{t; s\}$

ج. λ د. $\lambda \left\{ \frac{t+s}{2} \right\}$

۴. فرض کنید X دارای توزیع نمایی با پارامتر λ باشد. در این صورت $P(X > t + s | X > t)$ کدام است؟

الف. $P(X > t + s)$ ب. $P(X > t)$

ج. $P(X > s)$ د. $P(X < t + s)$

۵. اگر X و Y مستقل باشند آنگاه $M_{X-Y}(t)$ کدام است؟

الف. $M_X(t) \cdot M_Y(t)$ ب. $M_X(t) + M_Y(t)$

ج. $M_X(t) \cdot M_Y(-t)$ د. $M_X(t) - M_Y(t)$

۶. اگر $E(X | Y) = Y$ باشد آنگاه مقدار $cov(X, Y)$ کدام است؟

الف. صفر ب. $var(Y)$ ج. $var(X)$ د. ۱

۷. تابع مولد احتمال متغیر تصادفی X عبارت است از $\varphi(s) = \frac{1}{p} + \frac{1}{4}s + \frac{1}{4}s^p$ مقدار $E(X)$ کدام است؟

الف. $\frac{3}{4}$ ب. ۱ ج. $\frac{1}{4}$ د. $\frac{1}{p}$

۸. کدام رابطه بین دو احتمال $P_{xy}^{(n)}$ و $f_{xy}^{(n)}$ برقرار است؟

الف. $f_{xy}^{(n)} \geq P_{xy}^{(n)}$ ب. $f_{xy}^{(n)} = P_{xy}^{(n)}$

ج. $f_{xy}^{(n)} \neq P_{xy}^{(n)}$ د. $P_{xy}^{(n)} \geq f_{xy}^{(n)}$

۹. اگر X و Y حالتی از زنجیر مارکف $\{X_n; n \geq 0\}$ باشند آنگاه $E_X(N(y))$ کدام است؟

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} f_{xy}^{(n)}$ ب. $\sum_{n=1}^{\infty} f_{xx}^{(n)}$ ج. $\sum_{n=1}^{\infty} P_{xx}^{(n)}$ د. $\sum_{n=1}^{\infty} P_{xy}^{(n)}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۹) - ریاضی (۱۱۱۱۰۵۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۰. فرض کنید \mathcal{E} ، تعداد نوزادان هر فرد دارای توزیع هندسی $k = 0, 1, 2, \dots$ $P(\mathcal{E} = k) = pq^k$ باشد احتمال انقراض در صورتی که $q \leq p$ باشد کدام است؟

الف. یک ب. صفر ج. $\frac{q}{p}$ د. $\frac{p}{q}$

۱۱. در زنجیر مارکف با مکان‌های $\{0, 1, 2, 3\}$ و با ماتریس احتمال انتقال زیر مقدار $(P_{01}^{(p)}, f_{01}^{(p)})$ کدام گزینه است؟

۱	۲	۰	۰
۳	۳		
۱	۱	۱	۰
۴	۲	۴	
۰	۱	۰	۱
۰	۲		۲
۰	۰	۱	۰

الف. $(\frac{5}{9}, \frac{2}{9})$ ب. $(\frac{2}{9}, \frac{2}{9})$ ج. $(\frac{5}{9}, \frac{5}{9})$ د. $(\frac{2}{9}, \frac{5}{9})$

۱۲. فرض کنید $\{X_n : n \geq 0\}$ زنجیری تحویل ناپذیر و بازگشتی مثبت باشد در این صورت کدام تابع توزیع مانا برای زنجیر تعریف می‌کند؟

الف. $\sum_x \frac{1}{m_x}$ ب. $\sum_x P_{xy}^{(k)}$ ج. $\frac{1}{m_x}$ د. $\sum_y P_{xy} P_{yx}$

۱۳. حالت X را نادره‌ای گویند هرگاه دوره آن کدام باشد؟

الف. $d_x = 0$ ب. $d_x = 2$ ج. $d_x = 1$ د. $d_x \geq 1$

۱۴. فرض کنید $\{X_n : n \geq 0\}$ زنجیر مارکف باشد آنگاه $P\{X_0 = x | X_1 = y; X_2 = z\}$ کدام است؟

الف. $P\{X_0 = x | X_1 = z\}$ ب. $P\{X_0 = x | X_2 = z\}$ ج. $P\{X_0 = x | X_1 = y\}$ د. $P\{X_0 = x | X_2 = y\}$

۱۵. در فرآیند زاد و مرگ اگر $\mu_x = 1, \lambda_x = 2$ باشد آنگاه $Q_{x+1, x}$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{4}$ ب. $\frac{1}{3}$ ج. $\frac{1}{2}$ د. $\frac{2}{3}$

۱۶. X حالت بازگشتی پوچ است هرگاه:

الف. $m_x < \infty$ ب. $\pi(x) > 0$ ج. $m_x = \infty$ د. $\sum_y \pi(y) P_{xy}^{(x)} > 0$

۱۷. اگر q_{xy} پارامترهای بی‌نهایت کوچک باشند کدام گزینه نادرست است؟

الف. $q_{xx} \leq 0$ ب. $q_{xx} \geq 0$ هرگاه $x \neq y$ ج. $\sum_x q_{xy} = 0$ د. $\sum_y q_{xy} = 0$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۹) - ریاضی (۱۱۱۱۰۵۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. به ازای هر s و t نامنفی و x و y از فضای حالت مقدار $P_{xy}(t+s)$ کدام است؟

الف. $\sum_x P_{xz}(t) \cdot P_{zy}(s)$ ب. $\sum_y P_{xz}(t) \cdot P_{zy}(s)$

ج. $\sum_z P_{xz}(t) \cdot P_{zy}(s)$ د. $\sum_z P_{xx}(t) \cdot P_{yy}(s)$

۱۹. شرط لازم و کافی برای آن که زنجیر زمان پیوسته دارای ویژگی مارکوف باشد زمانهای توقف باید دارای کدام توزیع باشد؟

الف. نرمال ب. پواسن ج. هندسی د. نمایی

۲۰. در ورشکستگی قراربان هرگاه فرد A با سرمایه a بهتر از رقیب ثروتمند خود (سرمایه بی نهایت) باز می کند با چه احتمالی خود را می تواند از ورشکستگی برهانند؟

الف. صفر ب. یک ج. $(\frac{q}{p})^a$ د. $1 - (\frac{q}{p})^a$

سؤال تشریحی

از ۶ سؤال فقط به ۵ سؤال پاسخ دهید.

بارم هر سؤال ۱/۴ نمره می باشد.

۱. نشان دهید که اگر دنباله پیشامدهای $\{A_n\}$ نزولی باشد یعنی، $A_n \downarrow$ آنگاه خواهیم داشت: $P(\lim A_n) = \lim P(A_n)$
۲. d مهره به شماره های از ۱ تا d و دو ظرف به شماره های I و II مفروض اند. در ابتدا d مهره در ظرف I و بقیه در ظرف II قرار دارند. هر بار شماره ای به تصادف از بین اعداد $1, 2, \dots, d$ انتخاب و مهره نظیر پس از خروج از ظرف مربوطه را به یکی از ظرفهای I و II به تصادف قرار می دهیم فرض کنید X_n تعداد مهره های موجود در ظرف I پس از n بار تکرار مستقل انتخاب بالا باشد ماتریس احتمال انتقال و گراف مسأله را رسم کنید.

$$A = P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

مجموعه ای جاذب و T مجموعه حالات

۳. برای فضای حالت $\mathcal{L} = \{0, 1, 2\}$ با ماتریس انتقال گذراست.

الف. عناصر A و T را تعیین کنید.

ب. احتمالات جذب را بیابید.

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۹) - ریاضی (۱۱۱۱۰۵۳)
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۴. اگر ρ احتمال انقراض در فرآیند شاخه‌ای و $\varphi(\rho)$ تابع مولد احتمال تعداد نوزادان هر فرد (\mathcal{E}) باشد
 الف. نشان دهید ρ در رابطه $\rho = \varphi(\rho)$ صدق می‌کند.

ب. \mathcal{E} دارای توزیع دوجمله‌ای با پارامتر $n = 2$ و P که در آن $0 < P < 1$ است. درباره احتمال انقراض بحث کنید.

۵. اگر پارامترهای بی‌نهایت کوچک به صورت

$$q_{xy} = \begin{cases} \lambda_x & y = x + 1 \\ \mu_x & y = x - 1 \end{cases}$$
 باشند

الف. q_{xy} و φ_{xy} را محاسبه کنید.

ب. معادله پیشرو کلموگروو را بنویسید.

۶. در فرآیند تجدید مفاهیم ذیل را تعریف کنید.

الف. عمر باقیمانده

ب. عمر فعلی

ج. فرآیند تجدید با تأخیر

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۳
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: زبان تخصصی
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۰)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

A. Choose the correction (A, B, C, or D) for each sentence.

-indicates how many people did the same thing or performed a certain task.
 a. Sample. b. Frequency c. Population d. Data
- The.....is the score which is at the center of distribution.
 a. Mean b. Mode c. Median d. Average
- The.....is an exhaustive list of all the possible outcomes of an experiment.
 a. sample space b. population c. event d. experiment
- If A and B are....., so as A and B^c.
 a. correlated b. independent c. dependent d. equal
- A negative binomial distribution is similar to the.....
 a. A positive binomial distribution b. geometric distribution
 c. negative exponential d. normal distribution
- There is a strong between the height and weight of healthy people.
 a. dependency b. validation c. ability d. correlation
- The point..... a straight line show a weak relation between variable.
 a. outlier b. overall c. outlying d. near
- If the observed value of "Z" is equal or greater than thevalue, we can reject the Hypothesis.
 a. 1.96-null b. critical-alternative
 c. critical-null d. 1.96-alternative
- Subjective probabilities
 a. can be used for nonrepeatable random experiments .
 b. are very useful in public decisions.
 c. are unaccepted in private sectors.
 d. can state the proper value.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۳
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: زبان تخصصی
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۷۰۳۰)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

10. The..... of a statistical test is defined as $1 - \beta$, when β is

- a. power-type II error b. P-value-type II error
c. power-type I error d. p-value-type I error

11. The median is not appropriate for.....data

- a. Ratio b. interval c. ordinal d. nominal

12. Coefficient of variation is.....

- a. $\frac{\bar{X}}{S}$ b. $\frac{S}{\bar{X}}$ c. e d. $\frac{S}{\bar{X}}$

13. A disadvantage of mean is that it.....

- a. is more than median
b. is more than mode
c. is sensitive to outliers
d. is too simple

14. The relationship between two variable is strong, when.....

- a. The simple pattern is quite common
b. The points are widely scattered
c. The points are near the straight-line
d. The direction and strength are different

15. An entire group of different types of multiple mean comparisons is called.....

- a. MANOVA b. ANOVA c. Tests of means d. Test of comparison

16. If test are used to analyze experiments in which the dependent variable is ranks, they are called

- a. parametric test b. nonparametric test
c. nominal test d. ordinal test

17. When calculations are made to describe the entire population they are called

- a. statistic b. probability
c. parameter d. population value

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۳

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: زبان تخصصی

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۰)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

18. $M_X(U) = E(e^{UX})$ isa. Moment of e^{UX}

b. Moment generating function of X

c. generating moment function

d. Moment of random variable

19. To describe nominal data, we use.....

a. a stem plot

b. counts and percents

c. a histogram

d. graphs and measures

20. There exists permutations of the letters in word books

a. 36

b. 24

c. 120

d. 64

www.Sanjesh3.com

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۳
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: زبان تخصصی
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۰)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

B. Write the meaning of the following words in English. (۳نمره)

1. Inferential statistics
2. Skewed
3. Deductive
4. Percentile
5. Mode
6. Cumulative probability
7. Expected value
8. Outlying observation
9. Hypothesis
10. ANOVA

C. Write the meaning of the following words in Farsi: (۲نمره)

1. Category
2. Skewness
3. Bell shaped
4. Quantitative
5. Inferential
6. Concept
7. Procedure
8. Bias
9. Trial
10. Partial

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۳
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: زبان تخصصی
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۰)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

D. Translate the following text in to Farsi: (۲نمره)

1. The familiar term average is one for which the popular meanings are extremely loose and ambiguous. Popularly, we use the same term indiscriminately in speaking, for example, of the African, the average length of life etc.
2. In 1902, spearman was “inspired by a book Galton” and began experimenting at a little village school. He wanted to see if there was a relation between school grades and sensory ability. He wanted to determine its degree.

www.Sanjesh3.com

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۱)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. با توجه به رابطه $var(\bar{Y}_{r.}) = \sigma_Y^2 - \rho_{w.s.y}^2$ در چه صورت روش نمونه سیستماتیک کارا تر است؟

الف. وقتی واحدهای نمونه‌ها همگن تر باشند.

ب. وقتی واحدهای نمونه‌ها ناهمگن تر باشند.

ج. واریانس نمونه‌های سیستماتیک جامعه بیشتر باشد.

د. ب و ج

۲. کدام گزینه در مورد ضریب همبستگی سیستماتیک درست است؟

ب. $\rho_{sy} \geq -\frac{1}{n-1}$

الف. $\rho_{sy} \geq -\frac{1}{N-1}$

د. $\rho_{sy} \leq -\frac{1}{N-1}$

ج. $\rho_{sy} \leq -\frac{1}{n-1}$

۳. از جامعه خطی به حجم $N = 40$ نمونه‌ای سیستماتیک به حجم $n = 8$ با روش ستی و $r = 3$ انتخاب کنید. کدام گزینه درست است؟

الف. $y_2, y_5, y_8, y_{11}, y_{14}, y_{17}, y_{20}, y_{23}$

ب. $y_3, y_6, y_9, y_{12}, y_{15}, y_{18}, y_{21}, y_{24}$

ج. $y_2, y_7, y_{12}, y_{17}, y_{22}, y_{27}, y_{32}, y_{37}$

د. $y_3, y_8, y_{13}, y_{18}, y_{23}, y_{28}, y_{33}, y_{38}$

۴. از جامعه‌ای به حجم $N = 25$ می‌خواهیم نمونه‌ای به حجم $n = 5$ انتخاب کنیم. تعداد نمونه‌های قابل انتخاب به روش تصادفی ساده و سیستماتیک به ترتیب برابر است با:

الف. ۵, ۵۳۱ ۳۰ ب. ۶, ۵۳۱ ۳۰ ج. ۵, ۴۸ ۴۵۰ د. ۶, ۴۸ ۴۵

۵. الگوی شبکه مربعی ناهمتر از در کدام روش نمونه‌گیری به کار می‌رود؟

الف. خوشه‌ای دو مرحله‌ای

ب. طبقه‌بندی متناسب

ج. سیستماتیک دو بعدی

د. خوشه‌ای یک مرحله‌ای

۶. از جامعه‌ای آماری با اعضای ۲, ۶, ۸, ۱, ۴, ۳ نمونه‌ای سیستماتیک به حجم ۳ انتخاب نموده‌ایم مقدار $E(\bar{Y}_{r.})$ کدامست؟

الف. ۴/۳۳ ب. ۴/۶۶ ج. ۳/۳۳ د. ۴

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۱)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۷. از جامعه‌ای با ۱۵ واحد، نمونه‌ای به حجم $n = ۴$ به روش سیستماتیک دوری با شروع از $r = ۵$ انتخاب می‌کنیم واحدهای نمونه‌ای به دست آمده کدامست؟

الف. $y_۵, y_۹, y_{۱۳}, y_۲$

ب. $y_۵, y_۹, y_{۱۳}, y_۲$

ج. $y_۵, y_۸, y_{۱۱}, y_{۱۴}$

د. $y_۵, y_۸, y_{۱۱}, y_{۱۴}$

۸. در چه صورت نمونه‌گیری خوشه‌ای یک مرحله‌ای کارتر از نمونه‌گیری تصادفی ساده است؟

الف. $\frac{Ms^p}{S^p} < ۱$

ب. $\frac{Ms^p}{S^p} \geq ۱$

ج. $\frac{Ms^p}{S^p} > ۱$

د. $\frac{Ms^p}{S^p} \leq ۱$

۹. در نمونه‌گیری خوشه‌ای اگر $M = ۵$ و $\sigma^p = \sigma_b^p$ باشد مقدار ضریب همبستگی خوشه‌ای برابر است با:

الف. $\rho_c = ۰/۲۵$

ب. $\rho_c = -۰/۲۵$

ج. $\rho_c = ۱$

د. $\rho_c = ۰/۲$

۱۰. در جامعه‌ای به حجم N نمونه‌ای به حجم n با روش سیستماتیک انتخاب کرده‌ایم ($N = nk$) اگر کارایی نمونه‌گیری سیستماتیک و تصادفی ساده در این جامعه یکسان باشد و ضریب همبستگی سیستماتیک برابر $-\frac{1}{۴۹}$ باشد، حجم جامعه چقدر

است؟

الف. ۵۰

ب. ۵۳

ج. ۴۹

د. نمی‌توان محاسبه کرد

۱۱. در برآورد نسبتی اگر میانگین جامعه صفت کمکی برابر با $\bar{X}_N = ۱۰$ و $cov(R_n, \bar{X}_n) = -۶$ باشد مقدار اریبی R_n کدامست؟

الف. $-۰/۶$

ب. $۱/۶$

ج. $-۱/۶$

د. $۰/۶$

۱۲. در برآورد نسبتی اگر $r = ۰/۹۶$ ، $C_Y = ۰/۲۸$ و $C_X = ۰/۲۶$ باشد آنگاه:

الف. برآورد نسبتی کارتر از نمونه‌گیری ساده است.

ب. نمونه‌گیری تصادفی ساده کارتر از برآورد نسبتی است.

ج. برآورد نسبتی کارتر از نمونه‌گیری سیستماتیک است.

د. برآورد نسبتی و نمونه‌گیری تصادفی ساده یکسان است.

۱۳. تعداد ۲۰۰ شیشه قرص که هر شیشه محتوی ۵۰ عدد قرص است موجود است. ۵ شیشه قرص به تصادف انتخاب می‌کنیم اگر وزن قرصها به ترتیب ۹۶، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۹۹/۵ گرم باشد. برآورد ناریب برای وزن هر قرص کدامست؟

الف. $۱/۸۹۶$

ب. $۱/۸۶۹$

ج. $۱/۶۸۹$

د. $۱/۹۸۶$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۱)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۴. ۲۰۰ جعبه لامپ خریداری شده است که هر جعبه شامل ۶ لامپ است، تعداد لامپهای معیوب در ۵ جعبه ای که به تصادف انتخاب شده است به ترتیب ۱، ۲، ۰، ۳، ۱ می باشد برآورد ناریب برای نسبت لامپهای سالم در ۲۰۰ جعبه کدام است؟

الف. $\frac{3}{7}$

ب. $\frac{23}{30}$

ج. $\frac{13}{30}$

د. $\frac{17}{30}$

۱۵. فرض کنید بین صفت کمکی X و صفت اصلی Y در جامعه رابطه خطی به صورت $y_i = A + BX_i + \varepsilon_i$ وجود دارد برآورد کننده نظری \bar{Y}_d کدام است؟

الف. $\bar{Y}_d = \bar{Y}_n + B(\bar{X}_N - \bar{X}_n)$

ب. $\bar{Y}_d = A - B(\bar{X}_N - \bar{X}_n)$

ج. $\bar{Y}_d = \bar{Y}_n - B(\bar{X}_N + \bar{X}_n)$

د. $\bar{Y}_d = A + B(\bar{X}_N + \bar{X}_n)$

۱۶. اگر در برآورد نسبی $n=10$ و $S_X^2=16$ و $S_X^2=11$ و $S_{XY}=11/5$ باشد. برآورد واریانس برآورد کننده هارتلی راس کدام است؟

الف. $0/2$

ب. $1/1$

ج. $0/12$

د. $0/1$

۱۷. در سؤال قبل اگر $\sum_{i=1}^{10} r_i = 14/4$ باشد، برآورد کننده نسبتی میانگین جامعه کدام است؟

الف. $1/44$

ب. $14/4$

ج. 144

د. $0/44$

۱۸. در یک بررسی مقادیر صفت کمکی و صفت اصلی به صورت زیر می باشد. با فرض وجود همبستگی بین این دو صفت، در معادله خط رگرسیونی $Y_i = A + BX_i + \varepsilon_i$ مقدار برآورد B کدام است؟

X	۲	۱۳	۸	۱۱
Y	۱۳	۱۱	۹	۷

الف. $0/67$

ب. 1

ج. $-0/67$

د. -1

۱۹. در جامعه ای که دارای روند خطی است. همواره:

الف. روش نمونه گیری سیستماتیک کارتر از نمونه گیری تصادفی ساده است.

ب. $\frac{var(\bar{Y}_r)}{var(\bar{Y}_n)}$ همیشه کمتر از یک است.

ج. برآورد کننده میانگین جامعه در روش نمونه گیری سیستماتیک دقیقتر است.

د. همه موارد درست است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای نمونه گیری ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۱)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۲۰. اگر معادله خط رگرسیونی به صورت $Y_i = A + BX_i + \varepsilon_i$ باشد آنگاه:

- الف. برآورد رگرسیونی کارتر از برآورد نسبتی است. ب. برآورد رگرسیونی و برآورد نسبتی کارایی یکسان دارند.
 ج. برآورد نسبتی کارتر از برآورد رگرسیونی است. د. هیچکدام

سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۴ نمره می باشد.

۱. وقتی جامعه به صورت $Y_i \geq L$ و حجم جامعه N باشد و اگر حجم نمونه سیستماتیک به روش سینگ برابر n بوده و n فرد باشد ثابت کنید میانگین این نمونه برآورد کننده ناریب میانگین جامعه است؟

۲. در جامعه ای به حجم $N = 100$ می دانیم $\rho_{xy} = \frac{1}{12}$. از روی یک نمونه تصادفی ساده، $S^2 = 288$ به دست آمده است. حجم نمونه سیستماتیک را طوری انتخاب کنید که برآورد ناریب $var(\bar{Y}_n)$ مساوی $1/98$ باشد.

۳. از یک کارخانه تولید دارو، تعداد ۱۰۰۰ شیشه قرص که هر شیشه محتوی ۲۰ قرص است خریداری شده است. برای کنترل وزن متوسط هر قرص، ۶ شیشه به تصادف از این ۱۰۰۰ شیشه انتخاب می شود و وزن قرصهای ۶ شیشه در جدول زیر آمده است:

شماره شیشه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
وزن قرصها	۲۰/۸	۱۹/۸	۲۲/۸	۲۲/۱	۲۱/۹	۱۹/۱

الف. میانگین وزن قرصها را برآورد کنید.

ب. واریانس برآورد کننده میانگین وزن میانگین وزن قرصها را برآورد کنید.

۴. نشان دهید برآورد کننده نسبتی هارتلی - راس برآورد کننده ناریب \bar{Y}_n است. $(E(\bar{Y}_{HR}) = \bar{Y}_N)$

۵. ضریب همبستگی نمرات فیزیک (X) و ریاضی (Y) ۴۰ دانش آموز برابر $0/9$ است. میانگین نمرات فیزیک آنها $17/5$ و تغییرات این نمرات $S_X^2 = 6$ است نمونه ای به حجم ۸ از نمرات ریاضی به تصادف انتخاب می کنیم و نمرات فیزیک متناظر را نیز یادداشت می نماییم برای این دو نمونه $\bar{Y}_n = 18$ و $\bar{X}_n = 17$ و $S_{XY} = 18$ و $S_Y^2 = 7$ می باشد به روش برآوردگر رگرسیونی برآورد کننده ناریب برای میانگین نمره ریاضی دانش آموزان را بیابید. واریانس این برآورد کننده را حساب نمایید.

نام درس: آمار ریاضی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۲) - ریاضی (۱۱۱۷۰۲۲) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۲) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی (ره): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال f است و برای هر a مثبت و x داشته باشیم: $f(x+a)=f(x-a)$. آنگاه همواره داریم:

الف. $E(X) = 0$ ب. $Var(X) = 1$ ج. $P(X > 0) = 1$ د. $P(X < 0) = 1$

۲. اگر f تابع چگالی پواسون با میانگین λ باشد داریم:

الف. $\begin{cases} f(x) < f(x-1) & , x < \lambda \\ f(x) > f(x-1) & , x > \lambda \end{cases}$ ب. $\begin{cases} f(x) > f(x-1) & , x < \lambda \\ f(x) < f(x-1) & , x > \lambda \end{cases}$

ج. $\begin{cases} f(x) < f(x-1) & , x < \frac{1}{\lambda} \\ f(x) > f(x-1) & , x > \frac{1}{\lambda} \end{cases}$ د. $\begin{cases} f(x) > f(x-1) & , x < \frac{1}{\lambda} \\ f(x) < f(x-1) & , x > \frac{1}{\lambda} \end{cases}$

۳. فرض کنید X دارای توزیع هندسی با پارامتر p باشد. در این صورت $P(X \geq 5 | X \geq 3)$ برابر است با:

الف. $P(X \geq 8)$ ب. $P(X \geq 2)$ ج. $P(X \geq 3)$ د. $P(X \geq 5)$

۴. فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت پیوسته با میانگین ۱ و واریانس ۳ باشد. در این صورت $P(X < 0)$ برابر است با:

الف. $\frac{1}{3}$ ب. $\frac{1}{4}$ ج. $\frac{1}{12}$ د. $\frac{1}{5}$

۵. تابع مولد گشتاورهای (X, Y) برابر $\exp[(t_1^2 + t_2^2)/2]$ است. توزیع Y چیست؟

الف. $N(0, 1)$ ب. $N(1, 1)$ ج. مربع کای د. تی استودنت

۶. فرض کنید بردار (X_1, X_2, X_3) دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد:

(x_1, x_2, x_3)	(0,0,0)	(0,0,1)	(0,1,1)	(1,0,1)	(1,1,0)	(1,1,1)
احتمال	0.125	0.375	0.125	0.125	0.125	0.125

چگالی $Y = |X_3 - X_1|$ چیست؟

الف. هندسی ب. فوق هندسی ج. برنولی د. پواسون

۷. اگر X_1, X_2, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل و برای هر i متغیر تصادفی X_i دارای توزیع گاما با پارامترهای α_i و β باشند،

توزیع $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ چیست؟

الف. گاما با پارامترهای $\sum \alpha_i$ و β ب. گامبل ج. نمایی د. مربع کای

نام درس: آمار ریاضی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۲) - ریاضی (۱۱۱۷۰۲۲) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۲) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۸. فرض کنید X دارای توزیع F با ۱ و ۲ درجه آزادی باشد. در این صورت توزیع تابع $W = \frac{X}{X+Y}$ کدام است؟

الف. نرمال ب. نمایی ج. یکنواخت د. بتا

۹. اگر X و Y دو متغیر تصادفی باشند که $var(X.Y)$ وجود داشته باشند در آن صورت:

الف. $M_X M_Y + var(XY)$ ب. $M_X M_Y + cov(X, Y)$

ج. $M_X M_Y + var(X)var(Y)$ د. $M_X M_Y + \frac{var(X)}{var(Y)}$

۱۰. توزیع نسبت X به $X+Y$ زمانی که هر دو متغیر نرمال استاندارد و مستقل باشند، چیست؟

الف. نرمال ب. فیشتر ج. کشی د. استودنت

۱۱. با در نظر گرفتن نمونه هایی تصادفی به اندازه n از جامعه ای با چگالی f ، امید ریاضی مساحت واقع در زیر منحنی f و در سمت چپ کوچکترین مشاهده در نمونه چیست؟

الف. ۱ ب. صفر ج. $\frac{1}{n+1}$ د. $\frac{1}{n}$

۱۲. اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ باشند تابع مولد گشتاور $\sum X_i$ کدام گزینه است؟

الف. $\exp \sum \lambda_i (e^t - 1)$ ب. $\exp \sum \lambda_i e^t$

ج. $\sum \lambda_i \exp(e^t - 1)$ د. $\sum \lambda_i \exp(1 - e^t)$

۱۳. در مورد برآوردهای به روش گشتاوری و ماکسیمم درستنمایی پارامتر میانگین توزیع پواسون چه می توان گفت؟

الف. برآورد گشتاوری کوچکتر است ب. برآورد درستنمایی ماکسیمم کوچکتر است

ج. بستگی به نمونه دارد د. برای تمام نمونه ها برابرند

۱۴. فرض کنید نمونه ای به اندازه n از توزیع یکنواخت پیوسته بر بازه $(-\theta, \theta)$ در اختیار است. برآوردگر درستنمایی ماکسیمم پارامتر جامعه کدام است؟

الف. مینیمم مشاهده های نمونه ای ب. ماکسیمم مشاهده های نمونه ای

ج. ماکسیمم قدر مطلق مشاهده های نمونه ای د. مینیمم قدر مطلق مشاهده های نمونه ای

۱۵. کدام یک از خواص برآوردهای ماکسیمم درستنمایی نیست؟

الف. همواره نارایب است ب. به طور مجانبی سازگار است

ج. یکتا نیستند د. به طور مجانبی کارا هستند

نام درس: آمار ریاضی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۲) - ریاضی (۱۱۱۷۰۲۲) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۲) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۶. فرض کنید یک نمونه تصادفی از توزیع کشی با تابع چگالی احتمال به صورت زیر:

$$f(x) = \frac{1}{\pi[1 + (x - \theta)^2]}$$

در اختیار شما آماره بسنده مینماید برای پارامتر این توزیع کدام است؟

- الف. میانۀ نمونه
 ب. آماره های مرتب نمونه
 ج. میانگین نمونه
 د. خود نمونه

۱۷. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل با چگالی های زیر باشند.

$$f_{X_i}(x) = \begin{cases} e^{i\theta - x} & , x > i\theta \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

آماره بسنده برای θ چیست؟

- الف. \bar{X}
 ب. $\min_i \{ \frac{X_i}{i} \}$
 ج. $\max_i \{ \frac{X_i}{i} \}$
 د. $\min_i \{ \theta X_i \}$

۱۸. متغیر تصادفی X دارای توزیع زیر است ($0 < p < 0.25$):

X	0	1	2
احتمال	p	$3p$	$1-4p$

در مورد کامل بودن خانواده توزیع های X می توان گفت:

- الف. همواره کامل است
 ب. کامل نیست
 ج. بستگی به p دارد
 د. بستگی به X دارد

۱۹. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی با اندازه n از چگالی زیر باشد:

$$f(x) = \frac{\log(p)p^x}{p-1}, 0 < x < 1, p > 1$$

آماره بسنده برای p کدام است:

- الف. \bar{X}
 ب. $\prod X_i$
 ج. $\text{Log}(X)$
 د. $\text{Log}(\prod X_i)$

نام درس: آمار ریاضی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۲) - ریاضی (۱۱۱۷۰۲۲) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۲) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۲۰. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین λ و Y_1, Y_2, \dots, Y_m نمونه تصادفی مستقل دیگری از توزیع نمایی با میانگین $\lambda/2$ باشند. در این صورت کدام گزینه صحیح است:

- الف. \bar{X} یک برآوردگر ناریب برای $1/\lambda$ است
 ب. \bar{Y} یک برآوردگر ناریب برای $2/\lambda$ است
 ج. $\sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^m Y_i$ آمار بسنده کامل است
 د. $(\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^m Y_i)$ آمار بسنده کامل است

سوالات تشریحی

- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال استاندارد باشند. تابع مولد گشتاورهای XY را بیابید. (۱ نمره)
- در آزمایشی هدف یافتن برآوردگر درستنمایی ماکسیمم میانگین طول عمر یک لامپ خاص است. برای این منظور n نمونه به تصادف انتخاب نموده و طول عمر آنها مورد آزمایش قرار می‌گیرد. فرض کنید قبل از آنکه همه لامپ‌ها بسوزند آزمایش متوقف شده است. در صورتی که توزیع طول عمر لامپ‌ها نمایی با میانگین λ باشد و تا زمان مشخص T دقیقاً تعداد m ($m < n$) لامپ سوخته باشد، برآوردگر درستنمایی ماکسیمم میانگین طول عمر لامپ‌ها را بدست آورید. (۱ نمره)
- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از چگالی برنولی با پارامتر θ باشد $f(X, \theta) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}$ آماره بسنده برای θ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)
- فرض کنید Z دارای توزیع نرمال استاندارد و U دارای توزیع کی دو با درجه آزادی k باش. به شرط آنکه Z و U مستقل باشند. توزیع $X = \frac{Z}{\sqrt{U/k}}$ را به دست آورید. (۲ نمره)
- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. هدف برآورد پارامتر $P(X=0)$ است. آماره W را فراوانی نسبی تعداد صفرها در نمونه‌ی n تایی در نظر می‌گیریم.
 الف. نشان دهید W برآوردگر ناریب پارامتر مورد نظر است و واریانس آن را بدست آورید.
 ب. برای پارامتر داده شده $UMVUE$ را بیابید و واریانس آن را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

نام درس: آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۳)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

امام خمینی (ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f(x; \theta)$ که در آن $x \geq \theta$ و $f(x; \theta) = e^{-(x-\theta)}$ کدام گزینه کمیت محوری است؟

- الف. $\sum X_i - \theta$
 ب. $\frac{\min X_i}{\theta}$
 ج. $\max X_i - \theta$
 د. $\min X_i - \theta$

۲. از یک نمونه تصادفی به اندازه n از توزیع نرمال $N(\mu, \sigma^2)$ به ازای $a < b$ بازه تصادفی به صورت

$$\left[\frac{1}{b} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2; \frac{1}{a} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \right]$$

ساخته شده است. امید ریاضی طول این بازه کدام است؟

- الف. $\frac{\sigma^2}{nab} (b - a)$
 ب. $\frac{n\sigma^2}{ab} (b - a)$
 ج. $\frac{\sigma^2}{n} (b - a)$
 د. $\sigma^2 (b - a)$

۳. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از چگالی $x > 0$ و $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ در این صورت واریانس برآوردگر مجانبی θ کدام است؟

- الف. $\frac{n}{\theta^2}$
 ب. $\frac{1}{\theta^2}$
 ج. $\frac{\theta^2}{n}$
 د. θ^2

۴. فرض کنید X یک تک مشاهده از چگالی $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ باشد کمیت محوری کدام است؟

- الف. X
 ب. θX
 ج. $\frac{X}{\theta}$
 د. X^θ

۵. X یک مشاهده از $\theta e^{-\theta x}$ (که در آن $\theta > 0$) می‌باشد اگر $(X, 2X)$ یک بازه اطمینان برای $\frac{1}{\theta}$ باشد ضریب اطمینان کدام است؟

- الف. $e^{-1} - e^{-\frac{1}{2}}$
 ب. $e^{-1} - e^{-\frac{1}{2}}$
 ج. $e^{-\frac{1}{2}} - e^{-1}$
 د. $e^{-1} - e^{-\frac{1}{2}}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آمار ریاضی ۲ رشته تحصیلی: کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۶. فرض کنید $X_1, X_2 \sim N(\theta, 1)$ باشد. در این صورت $P[Y_1 < \theta < Y_2]$ کدام است؟

$$Y_2 = \max\{X_1, X_2\}, Y_1 = \min\{X_1, X_2\}$$

د. ۱

ج. $\frac{3}{4}$

ب. $\frac{1}{2}$

الف. $\frac{1}{4}$

۷. در سؤال قبل، طول مورد انتظار بازه (Y_1, Y_2) کدام است؟

د. $\frac{\pi}{2}$

ج. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

ب. $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$

الف. $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$

۸. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $f(x; \theta) = e^{-(x-\theta)}$; $x \geq \theta$ باشد توزیع کمیت محوری کدام است؟

د. کی دو

ج. توزیع F

ب. یکنواخت

الف. نرمال

۹. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu, 4)$ پیشامد $\bar{X} > 0.4$ را به عنوان ناحیه بحرانی آزمون

$$\begin{cases} H_0: \mu = 0.4 \\ H_1: \mu = 0.5 \end{cases}$$

اختیار می‌کنیم مقدار خطای نوع اول کدام است؟

د. صفر

ج. $\frac{1}{2}$

ب. ۱

الف. ۰/۱

۱۰. مقدار خطای نوع دوم در آزمونی با تابع توان $\pi(\theta)$ کدام است؟

$$\sup_{\theta \in \Theta_1} (1 - \pi(\theta))$$

$$\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta)$$

$$\sup_{\theta \in \Theta_0} (1 - \pi(\theta))$$

$$\sup_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$$

۱۱. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(0, \theta)$ باشد کدام آماره دارای خاصیت (نسبت درستنمایی یکنوا) MLR می‌باشد؟

$$\sum_{i=1}^n mX_i$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^p$$

$$\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^p$$

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

نام درس: آمار ریاضی ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۳)
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۲. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ ناحیه بحرانی پرتوانترین آزمون به طور یکنواخت برای

$$\begin{cases} H_0: \theta \leq 1 \\ H_1: \theta > 1 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

الف. $\sum_{i=1}^n X_i < k$ ب. $\sum_{i=1}^n X_i > k$ ج. $\sum_{i=1}^n mX_i < k$ د. $\sum_{i=1}^n mX_i > k$

۱۳. آزمون فرض $\begin{cases} H_0: \theta \in \Theta_0 \\ H_1: \theta \in \Theta_1 \end{cases}$ را باریب گوئیم اگر و فقط اگر:

الف. $\inf_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$ ب. $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi_T(\theta) \leq \inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$

ج. $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \sup_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$ د. $\inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta) \leq \sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta)$

۱۴. توزیع مجانبی نسبت درستنمایی تعمیم یافته کدام است؟

الف. نرمال ب. تی ج. نمایی د. کی دو

۱۵. $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu, 1)$ برای کدام فرضها پرتوانترین آزمون به طور یکنواخت وجود ندارد؟

الف. $\mu = 0$ در برابر $\mu \neq 1$ ب. $\mu = 0$ در برابر $\mu > 1$

ج. $\mu = 0$ در برابر $\mu = 1$ د. $\mu = 0$ در برابر $\mu < 1$

۱۶. فرض کنید $X \sim \text{bin}(5, \theta)$ براساس یک مشاهده اندازه آزمون $\begin{cases} H_0: \theta = \frac{1}{2} \\ H_1: \theta \neq \frac{1}{2} \end{cases}$ با ناحیه بحرانی $C = \{0, 5\}$ کدام

است؟

الف. $0/04$ ب. $0/08$ ج. $1/16$ د. $1/32$

نام درس: آمار ریاضی ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۳)
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۷. برای آزمون $\begin{cases} H_0: f_0(x) = e^{-x} & x > 0 \\ H_1: f_1(x) = 2e^{-2x} & x > 0 \end{cases}$ تواناترین آزمون در سطح α کدام است؟

ب. $x > m \frac{1}{1-\alpha}$

الف. $x < m(1-\alpha)$

د. $x > m(1-\alpha)$

ج. $x < m \frac{1}{1-\alpha}$

۱۸. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f(x; \theta)$ که در آن $0 < x < 1, \theta > 0$ $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} x^{\frac{1-\theta}{\theta}}$ کدام آماره دارای

خاصیت نسبت درستنمایی است؟

د. $\prod_{i=1}^n \ln X_i$

ب. $\sum_{i=1}^n \ln X_i$

ب. $\sum_{i=1}^n X_i$

الف. $\prod_{i=1}^n X_i$

۱۹. در مدل آماری خطی کوواریانس $\hat{\beta}_0$ و $\hat{\beta}_1$ کدام است؟

ب. $\frac{\sigma^2}{n} \sum X_i^2$

الف. $\frac{\sigma^2}{n}$

د. $\frac{\sigma^2}{n} \frac{\sum X_i^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$

ج. $\frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$

۲۰. در مدل آماری خطی حالت A ، $(n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$ دارای کدام توزیع است؟

د. F فیشر

ج. t استودنت

ب. کی دو

الف. نرمال

نام درس: آمار ریاضی ۲
 رشته تحصیلی / گد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی (جبرانی ارشد: ۱۱۱۷۰۳۳)
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از: ماشین حساب
 مجاز است.

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۶ نمره می باشد.

۱. نمونه گیری از توزیع برنولی با پارامتر $\theta = P(X=1) = 1 - P(X=0)$ را در نظر بگیرید یک بازه اطمینان ۱۰۰٪ درصد تقریبی بزرگ نمونه ای برای θ بیابید.

۲. ناحیه اطمینان مشترک برای میانگین و واریانس یک توزیع نرمال را با رسم شکل و ارائه محاسبات لازم بیابید.

۳. فرض کنید که X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $(\theta, \theta+1)$ باشد در آزمون

$$\begin{cases} H_0: \theta \leq 1 \\ H_1: \theta > 1 \end{cases}$$

فرض H_0 رد می شود هرگاه $Y_n \geq 1$ یا $Y_1 \geq K$ که در آن K ثابت و Y_n و Y_1 به ترتیب کوچکترین و بزرگترین آماره های مرتب اند.

الف. K را چنان تعیین کنید که اندازه آزمون α شود.

ب. تابع توان آزمون را بیابید.

۴. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f_X(x; \theta)$ که در آن $f(x; \theta) = \theta^x x e^{-\theta x} I_{(0, \infty)}(x)$ آیا تواننا ترین آزمون به طور یکنواخت به اندازه α برای آزمون

$$\begin{cases} H_0: \theta \leq 1 \\ H_1: \theta > 1 \end{cases}$$

وجود دارد؟ در صورت پاسخ مثبت، این آزمون چیست؟

۵. مدل آماری خطی را شرح دهید. حالات نوع A و B را مشخص نمایید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای ناپارامتری
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی (ره): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید X_1, X_2, X_3, X_4 نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت بر مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. تعداد نمونه های ممکن و همچنین تعداد نمونه های مرتب شده به ترتیب عبارتند از:

الف. ۱۲۹۶ و ۱۲۶ ب. ۱۲۶ و ۱۲۶۰ ج. ۱۲۶ و ۱۲۹۰ د. ۲۴ و ۲۵۶

۲. فرض کنید دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع نرمال استاندارد در اختیار است. در این صورت میانگین دامنه نمونه (تفاوت ماکسیمم و مینیمم نمونه) کدام است:

الف. $\frac{1}{\pi}$ ب. $\frac{1}{2\pi}$ ج. $\frac{2}{\pi}$ د. $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$

۳. فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع نمایی با میانگین ۱ هستند. در این صورت مقدار $E(e^{-Y_i})$ که در آن Y_i آماره مرتب نام نمونه است، برابر است با:

الف. $\frac{n-i+1}{n+1}$ ب. $\frac{1}{2}$ ج. $\frac{1}{n}$ د. $\frac{1}{n+1}$

۴. فرض کنید Y_1, Y_2, \dots, Y_n آماره های ترتیبی متناظر با یک نمونه n تایی از توزیع یکنواخت بر بازه $(0, 1)$ باشند. آنگاه ضریب همبستگی بین Y_1 و Y_n برابر است با:

الف. $\frac{1}{n}$ ب. $-\frac{1}{n}$ ج. $\frac{1}{12}$ د. $-\frac{1}{12}$

۵. بر اساس نمونه ۰/۴۹، ۰/۸۰، ۰/۳۹ از توزیع یکنواخت بر بازه $(0, 1)$ یک نمونه ۳ تایی از توزیع برنولی با پارامتر ۰/۴۵ چیست؟

الف. $(0, 1, 0)$ ب. $(0, 0, 1)$ ج. $(1, 1, 0)$ د. $(1, 0, 1)$

۶. فرض کنید X_1, X_2, X_3 متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع باشند. در این صورت مقدار $P(X_1 < X_2 > X_3)$ تقریباً برابر است با:

الف. ۰/۳۳ ب. ۰/۵۰ ج. ۰/۱۷ د. قابل محاسبه نیست

۷. فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع نمایی با میانگین ۱ هستند. در این صورت واریانس $Y_1 = \min\{X_1, \dots, X_n\}$ کدام است؟

الف. n^{-2} ب. n^{-1} ج. n د. n^2

X	X_1	X_2	X_3	X_4
$P(X=x)$	۰/۳	۰/۴	۰/۲	۰/۱

۸. متغیر تصادفی گسسته X دارای توزیع زیر است:

که در آن X_i ها مقادیر حقیقی دلخواه مرتب شده هستند. دهک هشتم این توزیع برابر است با.

الف. ۰/۲ ب. ۰/۳ ج. X_2 د. X_3

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای ناپارامتری
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۹. فرض کنید Y_r آماره ترتیبی r ام یک نمونه تصادفی n تایی از یک جامعه پیوسته باشد و Q_p چندک p ام این جامعه باشد. آنگاه $P(Y_4 < Q_{0.25} < Y_5)$ برابر است با:

- الف. $\frac{1}{5}$ ب. $\frac{1}{4}$ ج. $\frac{15}{1024}$ د. $\frac{1}{1024}$

۱۰. فرض کنید R_1, R_2, \dots, R_n رتبه‌های نمونه‌ای از یک توزیع پیوسته باشند. در این صورت واریانس مجموع رتبه‌ها برابر است با:

- الف. صفر ب. یک ج. $\frac{n^2 - 1}{12}$ د. $n \cdot \frac{n^2 - 1}{12}$

۱۱. توزیع مجانبی مجموع متغیرهای تصادفی مستقل اما غیر هم توزیع تحت برخی شرایط با استفاده از قضیه زیر، نرمال است.

- الف. حد مرکزی ب. لیاچوف ج. چبیشف د. تبدیل انتگرال احتمال

۱۲. فرض کنید W_S و W_R به ترتیب مجموع رتبه‌های نمونه ادغامی حاصل از دو نمونه مستقل از دو جامعه F و G باشند. در این صورت $\rho(W_S, W_R)$ برابر است با:

- الف. صفر ب. ۱+ ج. ۱- د. بستگی به F و G دارد.

۱۳. برای مقایسه دو گروه نمونه‌های ۵، ۳، ۷ و ۱ از گروه اول و نمونه‌های ۲، ۴، ۹ از گروه دوم انتخاب شده است. مقدار آماره من-ویننی برای بررسی این آزمون چقدر است؟

- الف. ۷ ب. ۱۱ ج. ۱۳ د. ۱۵

۱۴. دو نمونه مستقل X_1, \dots, X_m و Y_1, \dots, Y_n از دو جامعه F و G را در نظر بگیرید. نمونه‌ها را ادغام نموده و مرتب می‌کنیم. بردار Z_1, \dots, Z_N را که $N = n + m$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم: اگر $Z_i = 1$ آنگاه عنصر نمونه ادغامی از نوع X باشد و در غیر این صورت صفر تعریف می‌شود. $E(Z_i)$ برابر است با:

- الف. $\frac{1}{N}$ ب. $\frac{1}{m}$ ج. $\frac{m}{N}$ د. $\frac{n}{N}$

۱۵. در سوال ۱۴ مقدار $Cov(Z_i, Z_j)$ برابر است با:

- الف. $-\frac{nm}{N^2(N-1)}$ ب. $\frac{1}{n^2 - 1}$ ج. $-\frac{N-1}{12}$ د. $-\frac{m}{12}$

۱۶. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف. آزمون t از آزمون من-ویننی ضعیف تر است.
 ب. آزمون علامت از آزمون ویلکسون قوی تر است.
 ج. آزمون ویلکسون و من-ویننی معادل هستند.
 د. آزمون کولموگروف-اسمیرنوف برای بررسی همبستگی بین دو متغیر ترتیبی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای ناپارامتری
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۷. فرض کنید F_n تابع توزیع تجمعی تجربی یک نمونه تصادفی از توزیع پیوسته F است. آنگاه مقدار احتمال $P(F_n(x) = \frac{j}{n})$ برابر است با:

الف. $F^j(x)(1-F(x))^{n-j}$

ب. $\frac{j}{n}$

ج. $\frac{1}{n}$

د. $\binom{n}{j} F^j(x)(1-F(x))^{n-j}$

۱۸. برای برآزش توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ به یک مجموعه داده از آزمون نیکویی برآزش کی دو استفاده شده است. در صورتی که هر دو پارامتر این توزیع مجهول باشند و تعداد رده‌های در نظر گرفته شده برابر ۱۰ باشد، درجه آزادی آزمون مورد نظر چقدر است؟

الف. ۶ ب. ۷ ج. ۹ د. ۸

۱۹. مهمترین مزیت آزمون کولموگروف-اسمیرنک نسبت به آزمون کی دو برای نیکویی برآزش چیست؟

الف. استفاده از تابع توزیع تجربی

ب. استفاده از تابع قدر مطلق

ج. معلوم بودن توزیع دقیق آماره

د. هیچکدام

۲۰. آزمون ناپارامتری معادل با تحلیل واریانس پارامتری کدام است؟

الف. آزمون دقیق فیشر

ب. کراسکال-والیس

ج. من-ویتنی

د. ویلکاکسون

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای ناپارامتری
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۴ نمره می باشد.

۱. فرض کنید Y_1, \dots, Y_n آماره های ترتیبی متناظر با نمونه ای n تایی از توزیع یکنواخت بر بازه $(0,1)$ باشند. نشان دهید که برای $1 \leq j < n$ متغیر Y_{j-1} با $Y_j - Y_i$ هم توزیع است.

۲. ادعا شده که دهک هشتم درآمد یک ناحیه برابر ۵۰۰ هزار تومان است. نمونه ۱۰ تایی زیر برای بررسی این ادعا جمع آوری شده است:

۳۰۰ و ۶۰۰ و ۵۵۰ و ۴۵۰ و ۴۵۰ و ۴۸۰ و ۴۹۰ و ۳۰۰ و ۲۸۰ و ۲۹۰

با استفاده از آزمون علامت، ادعای فوق را بررسی کنید. p -مقدار را محاسبه کنید.

۳. برای مقایسه دو شیوه متفاوت آموزش معنی لغت، دو گروه به طور مستقل تحت تعلیم این دو شیوه قرار گرفتند. در پایان دوره آموزشی یک امتحان متشکل از ۱۰۰ لغت طراحی شد و نتایج به شرح جدول زیر است:

نمره	روش
۷۴ ۶۵ ۶۲ ۷۰ ۷۸ ۷۷	اول
۷۰ ۷۲ ۶۸ ۷۶ ۷۰ ۶۲ ۶۰	دوم

با استفاده از آزمون جمعی رتبه ای ویلکاکسون و با به کار بردن تقریب نرمال دو شیوه را با سطح خطای ۵ درصد با هم مقایسه کنید. (مقدار جدول برابر ۱/۹۶ است).

۴. برای نمونه سه تایی (X_i, Y_i) ، $i=1,2,3$ از یک توزیع پیوسته، تابع احتمال ضریب همبستگی اسپیرمن را به دست آورید.

۵. از ۵۰ دانشجو درباره میزان رضایت از رشته تحصیلی نظر سنجی شد که نتایج به شرح زیر است. ۱۵ نفر خیلی راضی، ۱۰ نفر راضی، ۸ نفر بی نظر، ۱۴ نفر ناراضی و بقیه خیلی ناراضی هستند. آیا می توان در سطح خطای ۵ درصد نتیجه گرفت که توزیع پاسخ افراد به صورت یکنواخت در بین گزینه ها توزیع شده است؟ (مقدار جدول را برابر ۹/۵ در نظر بگیرید).

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: سری های زمانی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۵) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ره): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. مقادیر توابع خود همبستگی (r_k) و خود همبستگی جزئی نمونه ای $(\hat{\phi}_{kk})$ در تأخیرهای k برای یک سری زمانی مرکب از

$n = ۲۲۵$ مشاهده در جدول زیر آمده است. بر اساس این اطلاعات گزینه صحیح کدام است؟

k	۱	۲	۳	۴	۵
$(\hat{\phi}_{kk})$	-۰/۸	۰/۴	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۱
r_k	-۰/۸	۰/۲	-۰/۱۵	۰/۱	-۰/۰۵

الف. سری زمانی تصادفی است. ب. سری زمانی $MA(۲)$ است.

ج. سری زمانی $AR(۲)$ است. د. سری زمانی $ARMA(۲,۲)$ است.

۲. تغییراتی که به طریقی منظم و چرخه ای روی یک دوره کمتر از یکسال عمل می کنند چه نام دارد؟

الف. دوره ای ب. چرخه ای ج. فصلی د. تناوبی

۳. برای حذف تغییرات فصلی کدام صافی مناسب است؟

$$\frac{1}{۲} X_{t-۶} + X_{t-۵} + \dots + \frac{1}{۲} X_{t+۶}$$

ب.

$$\frac{1}{۲} X_{t-۲} + X_{t-۱} + \dots + \frac{1}{۲} X_{t+۲}$$

الف.

$$\frac{1}{۳} \sum_{r=-۱}^1 X_{t+r}$$

د.

$$X_t - X_{t-۱۲}$$

ج.

۴. تابع خود همبستگی فرآیند $X_t = Z_t + aZ_{t-۱}$ با کدام فرآیند برابر است؟

$$X_t = Z_t - \frac{1}{a} Z_{t-۱}$$

ب.

$$X_t = Z_t - aZ_{t-۱}$$

الف.

$$Z_t = X_t + aX_{t-۱}$$

د.

$$X_t = Z_t + \frac{1}{a} Z_{t-۱}$$

ج.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: سری های زمانی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۵) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۵. کدام گزینه درباره مدل $AR(p)$ به صورت $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_p X_{t-p} + Z_t$ نادرست است؟

الف. $\phi_{11} = e_1$ ب. $\phi_{pp} = \alpha_p$ ج. $|e_p| < 1$ د. $\phi_{pp} = \alpha_1 + \alpha_p$

۶. فرآیند $X_t = Z_t - 1/5 Z_{t-1} + 0/25 Z_{t-2}$

الف. وارون پذیر و مانناست.
 ب. وارون پذیر و نامانناست.
 ج. ماننا ولی وارون پذیر نیست.
 د. ناماننا ولی وارون پذیر نیست.

۷. معادله مفسر به صورت $y^2 - 1/3 y + 0/4 = 0$ مربوط به کدام فرآیند است؟

الف. $X_t = 1/3 X_{t-1} - 0/4 X_{t-2} + Z_t$ ب. $X_t = -1/3 X_{t-1} - 0/4 X_{t-2} + Z_t$
 ج. $X_t = 1/3 X_{t-1} + 0/4 X_{t-2} + Z_t$ د. $X_t = -1/3 X_{t-1} + 0/4 X_{t-2} + Z_t$

۸. اگر معادله مفسر دارای ریشه مختلط باشد جواب معادله تفاضلی ρ_k در فرآیند $AR(p)$ کدام است؟

الف. $\rho_k = C^k S \cos(\alpha k + D)$ ب. $\rho_k = S^k C \cos(Dk + \alpha)$
 ج. $\rho_k = S^k C \cos(\alpha_k + D)$ د. $\rho_k = S^{Ck} \cos(\alpha k + D)$

۹. مقدار واریانس مدل $X_t = 0/3 Z_{t-1} + Z_t$ کدام است (فرض کنید $\sigma_Z^2 = 1$)؟

الف. $1/098$ ب. $1/09$ ج. $0/91$ د. $0/92$

۱۰. شرط مانایی فرآیند $X_t = \mu + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$ کدام است؟

الف. $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j < \infty$ ب. $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 < \infty$

ج. $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j = 1$ د. تمام ψ_j خارج از دایره واحد باشند.

۱۱. برای پایدار کردن واریانس اگر انحراف معیار سری با میانگین نسبت مستقیم داشته باشد از استفاده می کنیم.

الف. تبدیل لگاریتمی ب. تبدیل لوجستیک ج. تبدیل معکوس د. تفاضلی مرتبه دوم

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: سری های زمانی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۵) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۲. اگر Z_t یک فرآیند تصادفی محض باشد. فرآیند $X_t = Z_t + C(Z_{t-1} + Z_{t-2} + \dots)$ نظیر کدام الگوست؟

الف. فرآیند MA نامتناهی و ماناست. ب. فرآیند MA نامتناهی و ناماناست.

ج. فرآیند MA نامتناهی و وارون پذیر است. د. فرآیند تصادفی و همواره ماناست.

۱۳. فرآیند $MA(q) \equiv AR(\infty)$ را خاصیت دو فرآیند خود برگشت و میانگین متحرک گویند.

الف. ذاتی ب. دوگانگی ج. یگانگی د. معکوس

۱۴. در تحلیل سریهای زمانی اگر ACF و $PACF$ داده ها می باشند.

الف. نزولی - به صورت سینوسی و کسینوسی - نامانا

ب. نزولی - به صورت سینوسی و کسینوسی - مانا

ج. میرایی ضعیف - بعد از تأخیر یک قطع شود - نامانا

د. ب و ج صحیح می باشند.

۱۵. برای سری زمانی مفروضی $AR(1)$ با پارامتر $\alpha = 0.5$ را در نظر بگیرید. اگر $\mu = 10$ و مقدار فعلی سری در زمان

$t = 20$ پیش بینی سری در زمان $(t + 1)$ کدام است؟

الف. ۱۵ ب. ۲۵ ج. ۱۲/۵ د. ۱۷/۵

۱۶. الگوی $(1 - \alpha_1 B)(1 - B)^2 X_t = (1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2) Z_t$ کدام الگوی زیر است؟

الف. $ARIMA(0, 3, 2)$ ب. $ARIMA(1, 2, 2)$

ج. $ARIMA(2, 1, 2)$ د. $ARIMA(2, 2, 1)$

۱۷. معادله $\int_0^{2\pi} \cos k\omega f(\omega) d\omega$ نمایش طیفی است.

الف. تابع خود همبستگی ج. تابع اتوکوواریانس

ب. تابع خود همبستگی جزئی

د. تابع واریانس

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: سری های زمانی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۵) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. تابع چگالی طیفی فرآیند $X_t = 0.5Z_{t-1} + Z_t$ کدام است؟

ب. $\frac{\sigma_Z^2}{\pi} (1/25 - \cos \omega)$

الف. $\frac{\sigma_Z^2}{\pi} \left(\frac{1}{1/25 - \cos \omega} \right)$

د. $\frac{\sigma_Z^2}{\pi} \left(\frac{1}{0.75 - \cos \omega} \right)$

ج. $\frac{\sigma_Z^2}{\pi} (1/25 + \cos \omega)$

۱۹. عبارت صحیح کدام است؟

الف. فرکانس $f = \frac{\omega}{2\pi}$ و طول موج تعداد فرکانس در واحد زمان است.

ب. فرکانس $f = \frac{2\pi}{\omega}$ و طول موج عکس فرکانس است.

ج. فرکانس $f = \frac{\omega}{2\pi}$ و طول موج عکس فرکانس است.

د. فرکانس تعداد طول موج متناوب در واحد زمان است.

۲۰. شرط وجود تابع چگالی طیفی چیست؟

ب. وجود تابع خود همبستگی نمونه ای

الف. وجود تابع اتوکواریانس نمونه ای

د. دنباله اتوکواریانس ها مطلقاً جمع پذیر باشد.

ج. دنباله اتوکواریانس ها همگرا باشد.

سوالات تشریحی

۱. سری زمانی $X_t = Z_t + 0.75X_{t-1} - 0.5X_{t-2}$ را در نظر بگیرید. تابع خود همبستگی سری را بدست آورید.

(۲ نمره)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: سری های زمانی ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۵) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۲. بامراجعه به مسأله (۱) شرایط وارون پذیر - مانایی را بررسی کرده و تابع خود همبستگی جزئی فرآیند رابدست آورید.

(۱ نمره)

(۲ نمره)

۳. فرآیند $X_t = Z_t - 0.1Z_{t-1} + 0.2Z_{t-2}$ مفروض است:

الف. شرایط مانایی و وارون پذیری فرآیند را بررسی کنید.

ب. تابع خود همبستگی جزئی فرآیند را در تاخیرهای یک و ۲ بدست آورید.

۴. فرض کنید فرآیند $MA(1)$ برای داده های زیر مدل شده است. $X_t = \mu + Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$ میانگین فرآیند (μ)

را برآورد کنید. اگر فرض کنید $\hat{\beta}_1 = 0.4$ باشد پیش بینی زمان های ۶ و ۷ را بدست آورید. (۲ نمره)

t	X_t	Z_t
۱	۱	۰
۲	۲	۰/۵
۳	-۱	۰/۱
۴	۲	۰/۳
۵	۱	۰/۲

۵. با استفاده از روش تابع مواد اتوکواریانس، تابع چگالی طیفی فرآیند $AR(1)$ را بدست آورید. (۱ نمره)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. برای آزمون $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ در مقابل $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ کدام آماره آزمون استفاده می‌شود؟

الف. $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$ ب. $\frac{S^2}{\sigma_0^2}$ ج. $\frac{S^2}{\sigma_0^2} \cdot \frac{n-1}{n}$ د. $\frac{S^2}{\sigma_0^2}$

۲. اگر خطای نوع اول ۰/۰۵ برای مقایسه میانگین دو جامعه منظور شود، همچنین برای مقایسه واریانسهای این دو جامعه خطای نوع اول ۰/۰۱ باشد احتمال خطای نوع اول در آزمون همزمان برابر میانگین‌ها و واریانسها کدام است؟

الف. ۰/۰۰۰۵ ب. ۰/۹۹۹۵ ج. ۰/۰۵۹۵ د. ۰/۰۶

۳. اگر $F_{1-\alpha, n_1, n_2} = 0.01$ باشد کدام گزاره درست است؟

الف. $F_{\alpha, n_2, n_1} = 100$ ب. $F_{\alpha, n_2, n_1} = 0.01$ ج. $F_{1-\alpha, n_2, n_1} = 0.01$ د. $F_{\alpha, n_1, n_2} = 100$

۴. منحنی مشخصه عملکرد عبارت است از:

الف. منحنی به دست آمده از تغییر دادن پارامتر آزمون در خطای نوع اول

ب. منحنی به دست آمده از تغییر دادن پارامتر آزمون در خطای نوع دوم

ج. همان منحنی توان است.

د. موارد ب و ج

۵. کدامیک از گزینه‌های زیر از اصول پایه‌ای طرح آزمایش می‌باشد؟

الف. تکرار، تصادفی کردن، شناسایی شبکه

ب. تصادفی کردن، انتخاب بهنجار، بلوک بندی

ج. بیان اهداف، تصادفی کردن، بلوک بندی

د. تکرار، تصادفی کردن، بلوک بندی

۶. در صورتیکه در طرح کاملاً تصادفی فرض ثابت بودن واریانس رد شود و بین واریانس مشاهدات و میانگین آنها رابطه $\sigma_Y = \theta$ برقرار باشد کدام تبدیل مناسب است؟

الف. تبدیل لازم نیست. ب. $Z = \frac{1}{\sqrt{Y}}$ ج. $Z = \sqrt{Y}$ د. $Z = \frac{1}{Y}$

۷. در مدل اثرهای تصادفی گزینه صحیح کدام است؟

الف. آزمون فرض مربوط به اثرهای تکی تیمارها بی‌معنی است.

ب. آزمون فرض مربوط به اثرهای تکی تیمارها می‌باشد.

ج. $V(Y_{ij}) = \sigma^2$

د. $V(Y_{ij}) = \sigma_T^2$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۸. بهترین راه تحلیل مدل اثر ثابت در طرح تک عاملی کاملاً تصادفی، اگر سطوح عامل کمی و متساوی الفاصله باشند کدام است؟
 الف. استفاده از مقابله‌های متعامد
 ب. استفاده از چندجمله‌ای‌های متعامد
 ج. محاسبه مؤلفه‌های واریانس
 د. به کار بردن آزمون شفه
۹. در مدل اثرهای تثبیت شده در طرح تک عاملی کاملاً تصادفی شده، انحراف معیار مشاهده‌ای که به تصادف انتخاب می‌شود برابر است با:

$$\frac{\sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a}$$

ب.

$$\sigma^2 + \left(\frac{\sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a} \right)$$

الف.

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a}}$$

د.

$$\sqrt{\sigma^2 + \frac{\sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a}}$$

ج.

۱۰. کدامیک از آزمونهای زیر برای مجموعه‌های بزرگتری از مقابله‌های ممکن معتبر می‌باشد؟
 الف. نیومن کولز
 ب. دانت
 ج. LSD
 د. شفه

۱۱. کدامیک از طرح‌های زیر طرحهایی با مقادیر تکرار می‌گویند؟

- الف. طرحهای تک عاملی کاملاً تصادفی
 ب. طرحهای عاملی
 ج. طرحهای تک عاملی بلوکی تصادفی شده
 د. طرح مربع لاتین
۱۲. مدل آماری طرح بلوکی کامل تصادفی شده عبارت است از:

$$(i = 1, 2, \dots, a, j = 1, 2, \dots, b) Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j$$

الف.

$$(i = 1, 2, \dots, a, j = 1, 2, \dots, b) Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

ب.

$$(i = 1, 2, \dots, a, j = 1, 2, \dots, b) Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

ج.

$$(i = 1, 2, \dots, a, j = 1, 2, \dots, b) Y_{ij} = \mu + \varepsilon_{ij}$$

د.

۱۳. مدل $Y_{ijkm} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + \omega_m + \varepsilon_{ijkm}$ که در آن ω_m اثر آخرین محدودیت در سطوح α ، β ، γ و ε است، بیانگر کدام طرح است؟

- الف. طرحهای عاملی
 ب. طرح مربع لاتین
 ج. مربع‌های لاتین - یونانی
 د. بلوک بندی تصادفی شده

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۴. گزینه صحیح کدام است؟

- الف. در طرح متعادل توان آزمون مینیمم است.
 ب. در طرح متعادل نسبت به انحرافهای جزئی از پذیره‌های زیربنایی برابری واریانس‌ها نسبتاً حساس است.
 ج. در طرح متعادل خطای نوع دوم ماکزیمم است.
 د. در طرح متعادل توان آزمون ماکزیمم است.

۱۵. شرط اصلی برای اینکه بتوان از آماره $F = \frac{MS_{\text{تیمار}}}{MS_{\text{خطا}}}$ در تحلیل واریانس استفاده کرد آن است که :

- الف. خطاها دارای توزیع متقارن باشند.
 ب. خطاها دارای توزیعی نرمال باشند.
 ج. خطاها دارای توزیعی متقارن حول نقطه صفر است.
 د. خطاها دارای توزیعی نرمال با میانگین صفر و مستقل با واریانس ثابت باشند.
 ۱۶. در مدل $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{k(ij)}$ با $i=1,2,\dots,a$, $j=1,2,\dots,b$, $k=1,2,\dots,n$

صورتیکه اثرها تصادفی باشند آماره مناسب جهت آزمون
 $H_0: \sigma_{\tau}^2 = 0$
 $H_1: \sigma_{\tau}^2 \neq 0$ عبارت است از :

ب. $F = \frac{MS_B}{MS_{\text{خطا}}}$

الف. $F = \frac{MS_A}{MS_{\text{خطا}}}$

د. $F = \frac{MS_A}{MS_{AB}}$

ج. $F = \frac{MS_{AB}}{MS_{\text{خطا}}}$

۱۷. در مدل سؤال ۱۶، برای انتخاب حجم نمونه ترکیب پارامتر ϕ یا λ نسبت به عامل A کدام است؟

ب. $\lambda = \sqrt{1 + \frac{n\sigma_{\tau\beta}^2}{\sigma^2}}$

الف. $\lambda = \sqrt{1 + \frac{nb\sigma_{\tau}^2}{\sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta}^2}}$

د. $\phi^2 = \frac{nb \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a\sigma^2}$

ج. $\phi^2 = \frac{nb \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a[\sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta}^2]}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. در طرح سه عاملی با n مشاهده در هر خانه فرمول محاسباتی مجموع مربعات اثر متقابل AC کدام است؟

الف.
$$SS_{AC} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \frac{Y_{i.k.}^r}{bn} - \frac{Y_{...}^r}{abcn}$$

ب.
$$SS_{AC} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \frac{Y_{i.k.}^r}{bn} - \frac{Y_{...}^r}{abcn} - SS_A - SS_C$$

ج.
$$SS_{AC} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \frac{Y_{ijk.}^r}{bn} - \frac{Y_{i...}^r}{abcn} - SS_A$$

د.
$$SS_{AC} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \frac{Y_{ijk.}^r}{bn} - \frac{Y_{i...}^r}{abcn} - SS_A - SS_C$$

۱۹. طرح بلوکی ناقص چه طرحی است؟

الف. طرحی است که در آن وجود تیمار در هر بلوک ضروری نیست.

ب. طرحی است که در آن بعضی مشاهدات در بلوک گمشده است.

ج. طرحی است که در آن تعداد تکرارها مساوی نیست.

د. طرحی است که در آن تعداد بلوک و تیمار برابر نیست.

۲۰. آماره تشخیص مشاهدات دور افتاده کدام‌اند؟

ب.
$$d_{ij} = \frac{e_{ij}}{MS \text{ خطا}}$$

د.
$$d_{ij} = \frac{\sqrt{e_{ij}}}{MS \text{ خطا}}$$

الف.
$$d_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sqrt{MS \text{ خطا}}}$$

ج.
$$d_{ij} = e_{ij} \cdot \sqrt{MS \text{ خطا}}$$

نام درس: طرح آزمایشهای ۱

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۷)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

سوالات تشریحی

۱. در مدل آماری $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ با $i = 1, 2, \dots, a$ و $j = 1, 2, \dots, n$ در صورتیکه اثر تصادفی باشد برای نسبت

$$\frac{\sigma_{\tau}^2}{\sigma_{\tau}^2 + \sigma^2}$$

یک فاصله اطمینان به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۲. برای مطالعه اثر کدکشن در شیر سه محلول متفاوت شستشو با هم مقایسه می‌شوند. آزمایش در آزمایشگاه انجام می‌شود و در هر روز تنها سه مشاهده را می‌توان جمع آوری کرد. به دلیل اینکه زمان (روز) می‌تواند بالقوه تغییرپذیر باشد، آزمایشگر تصمیم به استفاده از طرح بلوکی تصادفی شده می‌گیرد. مشاهدات چهار روزه و داده‌ها را در زیر ثبت کرده‌ایم. داده‌ها را تحلیل و نتایج را استخراج کنید. (۲ نمره)

محلول	۱	۲	۳	۴
۱	۱۳	۲۲	۱۸	۳۹
۲	۱۶	۲۴	۱۷	۴۴
۳	۵	۴	۱	۲۲

۳. نیروی چسبندگی یک مواد چسبی را تحت سه مقدار رطوبت و سه میزان دما به صورت کامل تصادفی شده تعیین کردیم و تحت هر مجموعه از شرایط، چهار مشاهده را به دست آورده‌ایم. عوامل رطوبت و دما هر دو تثبیت شده‌اند. جدول زیر را کامل کرده و نتایج حاصل از آن را استخراج کنید. (۱/۵ نمره)

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجات آزادی	میانگین مجموع مربعات	F_0
رطوبت	۹/۰۷			
دما	۸/۶۶			
اثر متقابل رطوبت × دما	۶/۰۷			
خطا				
کل	۵۲/۳۰			

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۱
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۴. به منظور بررسی اثر پنج روش آموزش بر پیشرفت دانش آموزان، ۳۰ دانش آموز را به پنج گروه تیمار هر یک شامل شش نفر نسبت می دهیم. تیمارهای داده شده برای ترم عبارت اند از:

تیمار	شرح
۱	کتاب درسی معلولی
۲	کتاب درسی A با معلم
۳	کتاب درسی A با ماشین
۴	کتاب درسی B با معلم
۵	کتاب درسی B با ماشین

در پایان ترم آموزشی، نمرات دانش آموزان ثبت و بعضی آماره های حاصل از آنها به قرار زیر است:

تیمارها	۱	۲	۳	۴	۵
مجموع کل	۱۲۰	۶۰۰	۷۲۰	۲۴۰	۴۲۰
منبع تغییرات	درجه آزادی	SS	MS	F	
بین تیمارها		۳۴۰			
خطا					
مجموع کل		۴۶۵			

جدول تحلیل واریانس را کامل کنید. (۱/۲۵ نمره)

۵. برای مدل یونانی - لاتین، به شرط آنکه هر عامل دارای چهار سطح باشد، نامگذاری ۱۶ خانه (ماتریس 4×4) را بر اساس حروف (A, B, C, D) و $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ طرح ریزی کنید. (۰/۷۵ نمره)

نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۸)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. سیستم صف بندی که دارای نرخ ورود متقاضیان (ثابت) و نرخ سرویس متقاضیان (ثابت) باشد چه نام دارد؟

- الف. قطعی $M/M/1$
 ب. $M/M/1$
 ج. $M/G/1$
 د. $M/M/1/K$

۲. تعداد متقاضیان هر سیستم، سیستم صف بندی $D/D/1/K$ در کدام مورد زیر بعد از زمان اولین طرد گاهی برابر با K و گاهی برابر با $K-1$ است؟

- الف. همواره برابر K است.
 ب. اگر زمان تکمیل سرویس مقارن زمان مراجعه متقاضی نباشد.
 ج. همواره برابر $K-1$ است.
 د. اگر زمان تکمیل سرویس مقارن زمان مراجعه متقاضی باشد.

۳. در سیستم صف بندی $D/D/1/K$ با $\lambda = 4$ و $\mu = 6$ ، کدام مورد زیر یک چرخه است؟

- الف. (۳۲، ۴۴) ب. (۴۴، ۵۶) ج. (۵۶، ۵۶) د. ب و ج

۴. در سؤال شماره ۳ زمان اولین طرد کدامست؟

- الف. ۴۰ ب. ۳۶ ج. ۴۴ د. ۵۶

۵. در سؤال شماره ۳ مدت زمان انتظار در صف یازدهمین متقاضی وارد شده چیست؟

- الف. ۱۸ ب. ۱۶ ج. ۲۴ د. ۲۲

۶. اگر فواصل زمانی پیشامدها متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با توزیع نمایی با میانگین λ باشد، آنگاه تعداد پیشامدها در فاصله زمانی به طول ۲۰ چه توزیعی دارد؟

- الف. هندسی با پارامتر ۵
 ب. نمایی با پارامتر ۵
 ج. پواسن با پارامتر ۵
 د. نرمال با پارامتر ۵

۷. حد توزیع هندسی است.

- الف. توزیع پواسن ب. توزیع نرمال ج. توزیع دو جمله ای د. توزیع نمایی

۸. فرض کنید λ متغیری تصادفی با تابع چگالی احتمال $\frac{h(\lambda h)^{K-1} e^{-\lambda h}}{\Gamma(K)}$ ($\lambda \geq 0$ و K ثابت) باشد. توزیع تعداد پیشامدها در فاصله ای به طول t چیست؟

- الف. دو جمله ای منفی با $P = \frac{h}{t+h}$
 ب. دو جمله ای منفی با $P = \frac{t}{t+h}$
 ج. پواسن با پارامتر $\frac{h}{t+h}$
 د. پواسن با پارامتر $\frac{t}{t+h}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۹. اگر $N_p(t)$ و $N_1(t)$ دو فرآیند پواسن مستقل به ترتیب با پارامترهای λ_1 و λ_p باشند، توزیع $N_p(t) | N_1(t) + N_p(t)$ چیست؟

ب. دو جمله‌ای با پارامتر $\frac{\lambda_p}{\lambda_1 + \lambda_p}$

الف. دو جمله‌ای با پارامتر $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_p}$

د. پواسن با پارامتر $\frac{\lambda_p}{\lambda_1 + \lambda_p}$

ج. پواسن با پارامتر $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_p}$

۱۰. در یک سیستم صف بندی $M/M/1$ با نرخهای $\lambda = 2$ و $\mu = 2$ مقادیر L_q و L کدامند؟

د. $(\frac{1}{9}, 2)$

ج. $(2, \frac{1}{9})$

ب. $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$

الف. $(2, \frac{2}{3})$

۱۱. برای کدام سیستمهای صف بندی رابطه $\pi_n = p_n = q_n$ برقرار است؟

ب. سیستمهای صف بندی با ورودی پواسن

الف. تمام سیستمهای صف بندی

د. سیستمهای تک باجه‌ای

ج. سیستمهای صف بندی با سرویس پواسن

۱۲. در سیستم صف بندی $M/M/1$ ، امید ریاضی زمان انتظار شرطی در صف یک متقاضی برابر است با:

د. $\frac{1}{\rho(1-\rho)}$

ج. $\frac{\mu}{\rho(1-\rho)}$

ب. $\frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$

الف. $\frac{1}{\mu(1-\rho)}$

۱۳. در سیستم صف بندی $M/M/3$ با $\lambda = \mu = 1$ ، مقادیر (L_q, W_q) کدامند؟

د. $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

ج. $(\frac{1}{22}, \frac{1}{22})$

ب. $(\frac{2}{33}, \frac{1}{22})$

الف. $(\frac{1}{22}, \frac{1}{33})$

۱۴. در صف $M/G/\infty$ با فرآیند ورودی پواسن با نرخ λ و $G(x)$ به عنوان توزیع زمان سرویس، اگر n متقاضی تا زمان t به سیستم مراجعه کرده باشند احتمال آنکه متقاضی که (از این n تا) قبل از زمان t آمده است تا زمان t هنوز در سیستم باشد برابر است با:

ب. $\int_0^t (1-G(x))dx$

الف. $\int_0^t G(x) \frac{dx}{t}$

د. $G(x)$

ج. $\int_0^t (1-G(x)) \frac{dx}{t}$

۱۵. در سؤال شماره (۱۴) احتمال آنکه یکی از n متقاضی که تا زمان t آمده است تا زمان t سیستم را ترک کرده باشد، برابر است با:

ب. $\int_0^t (1-G(x))dx$

الف. $\int_0^t G(x) \frac{dx}{t}$

د. $G(x)$

ج. $\int_0^t (1-G(x)) \frac{dx}{t}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۶. در هر صف $G/G/C$ امید ریاضی تعداد سرویس دهندگان چیست؟

- الف. $\frac{1}{\mu}$ ب. $\frac{1}{\lambda}$ ج. $\frac{\mu}{\lambda}$ د. $\frac{\lambda}{\mu}$

۱۷. در مدل $M/M^{c, c}/1$ با $r = \frac{1}{4}$ ، P_r چیست؟

- الف. $\frac{56}{256}$ ب. $\frac{65}{256}$ ج. $\frac{65}{265}$ د. $\frac{65}{625}$

۱۸. کدام مدل صف بندی است که دارای یک باجه سرویس دهی و با نرخ مراجعه λ براساس یک فرآیند پواسن است و شروع سرویس منوط به مینیمم تعداد متقاضیان λ نفر و ماکسیمم ظرفیت سرویس ۱۰ نفر می باشد؟

- الف. $M/M/1/10$ ب. $M^{(1)}/M/1$
 ج. $M/M^{1,10}/1$ د. $M/M/1/10$

۱۹. در مدل $M^{(X)}/M/1$ اگر تعداد افراد متشکل در هر گروه ثابت و برابر ۳ باشد، متوسط تعداد متقاضیان در سیستم کدامست؟

- الف. $\frac{\rho}{2(1-\rho)}$ ب. $\frac{2(1-\rho)}{\rho}$
 ج. $\frac{\rho^3}{1-\rho}$ د. $\frac{2\rho}{1-\rho}$

۲۰. در مدل $M^{(X)}/M/1$ ، ρ برابر است با:

- الف. $\frac{\mu EX}{\lambda}$ ب. $\frac{\mu EX}{\lambda^3}$
 ج. $\frac{\lambda^3 EX}{\mu}$ د. $\frac{\lambda EX}{\mu}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

- در یک سیستم صف بندی $D/D/1/4$ با $\frac{1}{\lambda} = 4$ و $\frac{1}{\mu} = 6$ زمانهای اولین طرد تا سومین طرد و $n(t)$ و $W_q^{(n)}$ را تعیین کنید. (۱/۵ نمره)
- در مدل صف بندی $M/M/1$ ، تابع چگالی زمان انتظار متقاضی مفروض در صف را وقتی که مجبور است منتظر سرویس باشد به دست آورید. (۱/۵ نمره)
- در مدل صف بندی $M/M/C$ ، ثابت کنید $E(\min(N, C)) = \frac{\lambda}{\mu}$. (۱/۵ نمره)
- در مدل صف بندی $M^{(X)}/M/1$ اگر تعداد متقاضیان موجود در هر گروه متغیری تصادفی با توزیع پواسن بریده شده در صفر باشد، L را به دست آورید. (۱/۵ نمره)
- در مدل $M/M/C/\infty$ احتمال وجود k یا بیشتر از k ($k \geq C$) متقاضی در سیستم چقدر است؟ (۱ نمره)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: تحقیق در عملیات
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۹

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. اگر مسئله‌ای دارای ۴ متغیر و ۳ قید (\leq) باشد، حداکثر تعداد نقاط گوشه‌ای آن چند تا است؟

د. ۷

ج. ۳۵

ب. ۱۲

الف. ۴

۲. کدام یک از گزینه‌های زیر فرم استاندارد یک محدودیت مسئله برنامه‌ریزی خطی می‌تواند باشد؟

ب. $4x_1 + x_2 - x_3 = -2$

الف. $8x_1 + x_2 + 7x_3 \geq 4$

د. $4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7$

ج. $3x_1 - x_2 + 5x_3 = 7$

۳. در حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی با روش سیمپلکس، در یک جواب اساسی شدنی، یک یا بیش از یک متغیر اساسی مقدار

صفر گرفته است، مسئله دارای جواب:

د. تبه‌گن است.

ج. نشدنی است.

ب. نامحدود است.

الف. بهینه دیگر است.

* مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Min : } Z = 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 5 \\ -1 \leq x_2 \leq 4 \\ 0 \leq x_3 \leq 7 \\ -2 \leq x_4 \leq 1 \end{cases}$$

* بدون حل مستقیم این مسئله و با بررسی، به سوالات ۴ و ۵ پاسخ دهید.

۴. بهترین انتخاب جواب برای متغیرهای x_2 و x_3 کدام است؟

ب. $x_2^0 = 0$, $x_3^0 = 1$

الف. $x_2^0 = 3$, $x_3^0 = 0$

د. $x_2^0 = -1$, $x_3^0 = 0$

ج. $x_2^0 = -1$, $x_3^0 = 7$

۵. جواب بهینه (z^*) برای این مسئله کدام است؟

د. ۳۰

ج. -۱۲

ب. -۱۱

الف. ۱۱

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: تحقیق در عملیات
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۹

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

* مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید و سپس به سؤالات ۶ تا ۹ پاسخ دهید.

$$Max: Z = 4x_1 + 7x_p - 3x_m + x_f$$

$$S.t. \begin{cases} x_1 + 2x_p - 7x_m - x_f \geq 5 \\ 4x_1 + 6x_p + x_m + x_f \leq 28 \\ 3x_1 - x_p + x_m + x_f \geq 10 \\ x_1, x_p \geq 0, \quad x_m \leq 0, \quad x_f \text{ متغیر آزاد} \end{cases}$$

۶. کدام یک از گزینه های زیر یک جواب شدنی این مسئله است؟

الف. (۳, ۱, -۲, ۴) ب. (۲, ۴, ۱, -۷) ج. (۲, ۳, ۰, ۰) د. (۵, ۰, ۰, ۲)

۷. دوگان این مسئله دارای چند متغیر و چند قید (محدودیت) می باشد؟

الف. ۷ محدودیت و ۳ متغیر
 ج. ۷ محدودیت و ۴ متغیر
 ب. ۳ محدودیت و ۴ متغیر
 د. ۴ محدودیت و ۳ متغیر

۸. دوگان این مسئله دارای چند محدودیت از نوع (≤) و چند محدودیت از نوع (≥) خواهد بود؟

الف. دو محدودیت (≥) و دو محدودیت (≤)
 ج. یک محدودیت (≥) و یک محدودیت (≤)
 ب. یک محدودیت (≥) و دو محدودیت (≤)
 د. دو محدودیت (≥) و یک محدودیت (≤)

۹. کدام یک از متغیرهای دوگان، متغیر آزاد خواهند بود؟

الف. y_1 ب. y_p ج. y_m د. هیچکدام از متغیرها

۱۰. در یک فضای ۵ بعدی برای تشکیل یک گوشه، ۶ معادله شرکت داشته اند، مختصات این گوشه:

الف. بهینه است. ب. نشدنی است. ج. تبه گن است. د. شدنی است.

۱۱. کدام یک از موارد زیر جز خواص مسئله حمل و نقل محسوب نمی شود؟ (با m مبدأ و n مقصد)

الف. تعداد کل متغیرهای اساسی $m + n$ می باشد.
 ب. مجموعه جواب های شدنی کراندار است.
 ج. هر متغیری دقیقاً در دو محدودیت ظاهر می گردد.
 د. همواره دارای یک جواب شدنی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: تحقیق در عملیات
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۹

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

* جدول یک مسئله حمل و نقل را به همراه یک جواب شدنی آن در نظر گرفته و سپس به سؤالات ۱۲ تا ۱۹ پاسخ دهید.

	۱	۲	۳	۴	a_i
۱	۱۰	۴۰	۱۲	۱۵	۴۰
۲	۱۱	۸	۱۳	۶	۷۰
۳	۲۰	۳۰	۴	۷	$d - ۱۰$
b_j	۲۰	$C + ۱۰$	۳۰	۸۰	

۱۲. اگر این مسئله را به یک مسئله برنامه ریزی خطی تبدیل کنیم، دارای چند محدودیت و چند متغیر خواهد بود؟

الف. ۴ محدودیت و ۳ متغیر
 ب. ۷ محدودیت و ۱۲ متغیر
 ج. ۶ محدودیت و ۷ متغیر
 د. ۱۲ محدودیت و ۷ متغیر

۱۳. در هر تکرار تعداد متغیرهای اساسی شدنی چند تا است؟

الف. ۵
 ب. ۶
 ج. ۷
 د. ۸

۱۴. مقدار C در جدول چقدر است؟

الف. ۴۰
 ب. ۵۰
 ج. ۶۰
 د. ۷۰

۱۵. مقدار d در جدول چقدر است؟

الف. ۱۰۰
 ب. ۱۱۰
 ج. ۹۰
 د. ۸۰

۱۶. مقدار g در جدول کدام است؟

الف. ۶۰
 ب. ۷۰
 ج. ۸۰
 د. ۹۰

۱۷. اگر مقادیر متغیرهای دوگان عبارت باشد از:

$u_1 = -6, u_2 = 6, u_3 = 7, v_1 = -2, v_2 = 8, v_3 = -3, v_4 = 0$
 در این صورت مقدار f کدام است؟

الف. ۵
 ب. ۴
 ج. ۷
 د. ۶

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: تحقیق در عملیات
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۹

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. مقدار h کدام است؟

- الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. ۴

۱۹. مقدار z_{max} کدام است؟

- الف. ۱۲ ب. ۱۳ ج. ۱۴ د. ۱۵

۲۰. یک مسئله واگذاری با ۴ فرد و ۴ شغل وقتی به جواب نهایی رسیده است که حداقل تعداد خطوط پوشش:
 الف. بزرگتر از ۴ باشد.
 ب. کوچکتر از ۴ باشد.
 ج. مساوی ۳ باشد.
 د. مساوی ۴ باشد.

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره

۱. مسئله برنامه ریزی ریاضی زیر را فقط به صورت یک مدل برنامه ریزی خطی در آورید.

$$Max : \max \{ |4x_1 + x_p|, |3x_1 + 2x_p| \}$$

۲. جواب بهینه مسئله برنامه ریزی خطی زیر را با روش دلوخواه به دست آورید و در نهایت با ذکر علت، بگویید آیا حالت خاصی

از مسائل برنامه ریزی خطی می باشد؟

$$Min : z = 2x_1 + 3x_p + 4x_\delta + 5x_v$$

$$\begin{aligned}
 & -x_1 - x_p - 3x_\delta + x_v = -2 \\
 & x_1 + x_p - 2x_p - x_\delta + x_v = 1 \\
 & -x_1 - 2x_p + x_p - 2x_\delta - x_v = -4 \\
 & x_1, x_p, x_p, x_p, x_\delta, x_v \geq 0
 \end{aligned}$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: تحقیق در عملیات
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۹

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۳. مسئله پارامتریک زیر را حل نمایید.

$$Max : z = 5x_1 + 3x_2$$

$$s.t. \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 - \theta \\ x_1 \leq 4 - \theta \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

۴. جواب بهینه مسئله واگذاری (تخصیص) زیر را به دست آورید.

	۱	۲	۳	۴
۱	۲	۳	۵	۱
۲	۱۰	۲	-۱	۵
۳	۲	۱	-۳	۴

۵. مسئله برنامه ریزی خطی زیر را با روش سیمپلکس اصلاح شده حل نمایید.

$$Min : z = 5x_1 + 4x_2$$

$$s.t. \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای پیشرفته آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. اگر η و m به ترتیب میانه جامعه و نمونه باشند کدام یک از روابط زیر درست است؟

الف. m یک برآورد کننده سازگار برای η است.

ب. m یک برآورد کننده همیشه کارا است.

ج. اگر جامعه متقارن باشد $E(m) \neq \eta$

د. مورد ب و ج

۲. اگر X_1 و X_2 یک نمونه تصادفی از جامعه‌ای با میانه η باشد کدام یک از روابط زیر درست است؟

الف. $P[\min(X_1, X_2) < \eta < \max(X_1, X_2)] = 0.25$

ب. $P[\min(X_1, X_2) < \eta < \max(X_1, X_2)] = 0.5$

ج. $P[\max(X_1, X_2) > \eta] = 0.75$

د. $P[\min(X_1, X_2) < \eta] = 0.5$

۳. اگر U_1 و L_5 یک فاصله اطمینان برای میانه جامعه باشد مقدار $P[r < B < n - r]$ برابر با B تعداد مشاهدات بعد از η است.

الف. $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ب. $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-5} \sum_{i=5}^n \binom{n}{i}$ ج. $n \left(\frac{1}{2}\right)^n$ د. $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-5} \sum_{i=0}^{n-5} \binom{n-i}{i}$

۴. وقتی از آزمون من - ویتنی - ویلکسون استفاده می‌کنیم:

الف. دو جامعه‌ای گسسته و غیر همشکل داریم.

ب. دو جامعه‌ای پیوسته یا گسسته و نامتقارن داریم.

ج. دو جامعه‌ای پیوسته و همشکل داریم.

د. هیچکدام

۵. فرض کنید $X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$ به ترتیب نمونه‌هایی از جوامع $F(x)$ و $G(y)$ باشند. اگر S_4 مجموع رتبه‌های Y_i در نمونه ادغام شده باشد، $var(S_4)$ برابر با:

الف. ۴ ب. ۵ ج. ۶ د. ۷

۶. اگر D_i ، اختلاف نمونه (X_i, Y_i) در نمونه‌های جور شده باشد کدامیک از روابط زیر درست نیست؟

الف. D_i ممکن است مثبت باشد.

ب. D_i ممکن است منفی باشد.

ج. جامعه D_i پیوسته است.

د. D_i همواره مثبت است.

۷. هدف برآورد جک نایفی برآورد:

الف. میانه جامعه است.

ب. انحراف معیار جامعه است.

ج. نمای جامعه است.

د. میانگین جامعه است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای پیشرفته آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۸. اگر توزیع فراوانی نمونه به صورت زیر باشد:

رده	۱	۲	K
فراوانی مشاهده شده	f_1	f_2	f_k
فراوانی مورد انتظار	F_1	F_2	F_k

آماره آزمون برای فرض H_0 : جامعه دارای توزیع خاص F است برابر با:

الف. $\sum_{i=1}^k (f_i - F_i)^2$ ب. $\sum_{i=1}^k (f_i - F_i)$

ج. $\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{F_i} (f_i - F_i)$ د. $\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{F_i}$

۹. اگر سابقه خرابیهای یاتاقان واگنها در فصلهای سال به صورت زیر باشد:

فصل	۱	۲	۳	۴
تعداد خرابی	۲۰	۳۵	۱۵	۳۰

واریانس آماره آزمون فرض $H_0: P = 0.36$ برابر با:

الف. 0.024 ب. 0.036 ج. 0.072 د. 0.048

۱۰. در سؤال ۹ مقدار آماره آزمون فرض $H_0: P = 0.36$ برابر با:

الف. $-\frac{10}{3}$ ب. $\frac{7}{3}$ ج. $-\frac{9}{4}$ د. $\frac{7}{4}$

۱۱. یک کارشناس برای بررسی سه مکان خرابی و دو نوع خرابی علاقه مند آزمون فرض استقلال $H_0: \rho_{ij} = \rho_{i.} \rho_{.j}$ است.

آماره آزمون دارای توزیع:

الف. کی دو با ۵ درجه آزادی
 ب. کی دو با ۳ درجه آزادی
 ج. کی دو با ۲ درجه آزادی
 د. کی دو با ۶ درجه آزادی

۱۲. اگر f_i و f_j فراوانیهای مورد مشاهده رده i - ام و j - ام باشند واریانس برآوردگر $\ln(\frac{f_i}{f_j})$ برابر با:

الف. $f_i + f_j$ ب. $f_i f_j$ ج. $\frac{f_i + f_j}{f_i}$ د. $\frac{1}{f_i} + \frac{1}{f_j}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای پیشرفته آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۳. اگر $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ مدل رگرسیون باشد کدامیک از روابط زیر درست نیست؟

الف. جملات خطای ε_i به صورت نرمال توزیع شده‌اند.

ب. $\sigma^2(\varepsilon_i) = \text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2, E(\varepsilon_i) = 0$

ج. $\text{var}(Y_i) = \text{var}(X_i) = \sigma^2$

د. ε_i ها از نظر آماری مستقل‌اند.

۱۴. اگر $e_i = y_i - \hat{y}_i$ اختلاف بین مقدار مشاهده و پیش‌بینی متغیر وابسته باشد. برای جدول زیر

i	۱	۲	۳	۴	۵	۶
e_i	۰/۱	۰/۲	۰	۰/۳	-۰/۱	۰/۱

برآورد نقطه‌ای σ^2 یا MSE برابر با:

د. ۰/۰۴

ج. ۰/۰۳

ب. ۰/۰۲

الف. ۰/۰۱

۱۵. برای بررسی درجه خطی بودن رابطه آماری بین X و Y اطلاعات زیر بدست آمده است.

$$\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = ۳۲ \text{ و } \sum (X_i - \bar{X})^2 = ۴ \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = ۱۶$$

ضریب همبستگی بین X و Y برابر با:

د. ۱

ج. ۰/۷۵

ب. ۰/۵

الف. ۰/۲۵

۱۶. اگر $S\{\hat{Y}_h\} = MSE[\frac{1}{n} + \frac{(X_h - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}]$ واریانس برآورد در نقطه X_h باشد کدامیک از روابط زیر درست نیست؟

الف. هر چه قدر تغییرپذیری مانده‌ها بزرگتر باشد $S\{\hat{Y}_h\}$ گرایش به بزرگتر شدن دارد.

ب. هر چه سطح مشخص X_h از \bar{X} در هر یک از دو جهت بزرگتر باشد $S\{\hat{Y}_h\}$ گرایش به بزرگتر شدن دارد.

ج. هر چه n بزرگتر باشد، $S\{\hat{Y}_h\}$ گرایش به کوچکتر شدن دارد.

د. بیشترین مقدار $S\{\hat{Y}_h\}$ برای نقطه پیش‌بینی $X_h = \bar{X}$ است.

۱۷. اگر $R_a^2 = 1 - \frac{(n-1)}{(n-p)} \cdot \frac{SSE}{SSTO}$ ضریب تعدیل شده در رگرسیون چند متغیره باشد کدامیک از روابط زیر درست است؟

الف. اگر یک متغیر مستقل به مدل اضافه شود R_a^2 کوچک می‌شود.

ب. اگر یک متغیر مستقل به مدل اضافه شود R_a^2 بزرگ می‌شود.

ج. اضافه یا کم شدن مقدار متغیر مستقل در مدل تأثیری در R_a^2 ندارد.

د. R_a^2 همان ضریب تعیین است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای پیشرفته آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. برای معرفی یک متغیر کیفی با K رده دو به دو سازگار در مدل رگرسیونی به چند متغیر نشانگر نیاز داریم؟

الف. K ب. $K+1$ ج. $K+2$ د. $K-1$

۱۹. شرکتی جهت افزایش فروش نوشابه، آنها را با چهار رنگ به بازار عرضه می‌کند و اطلاعات زیر را به دست آورده است.

منبع تغییر	SS	df
رنگ نوشابه	۷۶/۸۴۵۵	
خطا		
کل	۱۱۵/۹۲۹۵	۱۹

مقدار MSE برابر با:

الف. ۲۵/۶۷ ب. ۲/۴۴۲۷۵ ج. ۱۱/۷۲ د. ۰/۰۲۵

۲۰. در سؤال ۱۹ آماره آزمون فرض $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ برابر با:

الف. ۱/۷۵ ب. ۶/۵۶ ج. ۷۷۸۹ د. ۱۰/۴۹

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۴ نمره می‌باشد.

۱. الف. برای مقایسه متوسط یا میانه نمرات دانشجویان فراگیر و آزمون سراسری ۲۵ و ۱۲ نفر به ترتیب از هر سیستم انتخاب می‌کنیم با اطمینان ۹۵٪ فرض $H_0: \sigma = 0$ را در مقابل $H_1: \sigma \neq 0$ آزمون کنید. (عدد جدول ۱/۹۶) فرض کنید $S_p = 190$ باشد ب. برآورد جک نایفی انحراف معیار جامعه را شرح دهید.

۲. مقدار خرابیهای یاتاقان واگنها در طول سال به صورت زیر گزارش شده است:

فصل سال	۱	۲	۳	۴
تعداد خرابیها	۲۴۹	۲۵۶	۲۹۷	۲۴۲

الف. فرض $H_0: P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = \frac{1}{4}$ با اطمینان ۹۵٪ آزمون کنید (عدد جدول ۷/۸۱)

ب. یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای $\frac{P_1}{P_3}$ بدست آورید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای پیشرفته آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۳. در یک بررسی از کارایی بنزین ۸ اتومبیل اطلاعات زیر بدست آمده است.

اتومبیل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
وزن	۲۱	۲۴	۲۳	۲۱	۲۲	۱۸	۲۰	۲۶
مسافت	۳۵	۲۷	۳۱	۳۸	۳۶	۴۰	۳۷	۲۸

الف. اگر جدول آنالیز واریانس به صورت زیر باشد

منبع تغییرات	SS	d.f	MS
گرسینون	۱۳۴/۷۱۷		
خطا			
کل	۱۶۰/۰۰۰		

پس از برآورد MSE فرض وجود خط رگرسینون را با اطمینان ۹۵٪ آزمون کنید. (جدول ۵/۹۸)

۴. برای بررسی متوسط درآمد، مقدار پزشکان و درصد جمعیت بالای ۶۵ سال در تعداد شیوع بیماری آرتروز خروجی رایانه در دو حالت به صورت زیر داده شده است.

الف. خروجی رایانه برای مدل کل $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$

منبع تغییرات	SS	d.f	MS	F
گرسینون	۲۳/۹۹	۳		
خطا	۴/۵۲	۹		
کل				

ب. خروجی رایانه برای مدل کاهش یافته $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1$

منبع تغییرات	SS	d.f	MS	F
گرسینون	۲۱/۵۵	□		
خطا	□	۱۱		
کل	۲۸/۵۱	۱۲		

با توجه به خروجی الف و ب چه نتیجه می‌توان گرفت ($F_{(3,9,0.05)} = 3.86$, $F_{(1,11,0.05)} = 4.84$)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای پیشرفته آمار
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۵. در برازش مدل رگرسیونی، مانده‌ها به صورت زیر گزارش شده است:

$$e_i : \left\{ \begin{array}{cccccccc} -0.6 & -11.9 & 2.4 & 1.6 & 4.2 & -6.6 & -13.8 & -1.8 \\ -7.7 & 0.6 & 13.9 & 12.1 & -14.3 & -1.7 & 13.2 & -3.4 \end{array} \right\}$$

الف. نمودار پراکنش را رسم کنید.

ب. مانده‌ها چه کمکی در ارزیابی مناسب بودن مدل را دارند.

www.Sanjesh3.com

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره گسسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ره): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. داده‌های رسته‌ای:

الف. فقط مقادیر متناهی شمارا را قبول می‌کنند. ب. فقط مقادیر نامتناهی شمارا را قبول می‌کنند.

ج. فقط مقادیر متناهی یا نامتناهی نامشمارا را قبول می‌کنند. د. فقط مقادیر متناهی یا نامتناهی شمارا را قبول می‌کنند.

۲. توزیع آماری باطلی اغلب داده‌های رسته‌ای چیست؟

الف. نرمال ب. هندسی ج. فوق هندسی د. چند جمله‌ای

۳. ولادت ثبت شده در شهری در طی سالهای حاکی از آن است که تعداد پسرها ۱۸۹۳۴ و تعداد دخترها ۱۸۰۷۱ نفر ثبت شده است. مقدار عددی آماره آزمون فرض برابری شانس پسر بودن و دختر بودن نوزاد چیست؟

الف. ۲۰/۲ ب. ۲/۰۲ ج. ۱۰/۱ د. ۲۰/۲

۴. اگر در بین دو سؤال A و B، ۲۰ نفر به سؤال A جواب درست و به سؤال B جواب غلط و ۴۰ نفر به سؤال A جواب غلط و به سؤال B جواب درست داده باشند. مقدار عددی آماره آزمون همگنی دو سؤال چیست؟

الف. ۶۶/۷ ب. ۶۶۷ ج. ۷/۶۶ د. ۶۶۷/۶

۵. اگر X_1, X_2, \dots, X_n مشاهده مستقل از توزیع $0 < \theta < 1$ $X = 0, 1, \dots, K$ $f(x, \theta) = \frac{\theta^x (1-\theta)^{K+1-x}}{1-\theta^{K+1}}$ باشند $K(\theta)$ کدام است؟

الف. $\ln \frac{1-\theta}{1-\theta^{K+1}}$ ب. $-\ln \frac{1-\theta}{1-\theta^{K+1}}$

ج. $\ln \theta$ د. $-\ln(1-\theta^{K+1})$

۶. در سؤال شماره (۵) پارامتر کانونی چیست؟

الف. $\ln \frac{1-\theta}{1-\theta^{K+1}}$ ب. $-\ln \frac{1-\theta}{1-\theta^{K+1}}$

ج. $\ln \theta$ د. $-\ln(1-\theta^{K+1})$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره گسسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۷. در سؤال شماره (۵) حوزه تعریف کدام است؟

الف. خط حقیقی ب. مجموعه اعداد طبیعی ج. $(-\infty, 0)$ د. $[-\infty, 0]$

۸. مدل چند جمله‌ای تحت چه شرطی از مدل پواسنی به دست می‌آید؟

الف. معلوم بودن پارامترهای مدل پواسنی ب. معلوم بودن حجم نمونه
 ج. معلوم بودن زمان نمونه‌گیری د. هر سه مورد

۹. اگر X_1, X_2, X_3 دارای توزیع سه جمله‌ای باشند بعد این توزیع در خانواده نمایی چقدر است؟

الف. ۳ ب. ۴ ج. ۱ د. ۴

۱۰. بعد مدل لگ خطی در جدول توافقی با ۶ سطر و ۷ ستون تحت مدل حاصلضرب چند جمله‌ای چیست؟

الف. ۳۵ ب. ۴۲ ج. ۳۰ د. ۴۰

۱۱. در یک جدول توافقی دو طرفه با تثبیت شدن کل مشاهدات باید مدل پواسنی را مدل در نظر گرفت؟

الف. چندجمله‌ای ب. حاصلضرب چندجمله‌ای
 ج. نرمال د. هندسی

۱۲. با توجه به جدول زیر مقدار عددی نسبت بختها چقدر است؟

۳۱	۲۷
۱۱۸	۲۳

الف. $0/476$ ب. $0/0476$ ج. $4/76$ د. $0/0467$

۱۳. در سؤال شماره (۱۲) فاصله اطمینان ۹۵ درصدی لگاریتم نسبت بختها کدام است؟

الف. $(0/26, 0/86)$ ب. $(0/026, 0/086)$

ج. $(0/62, 0/68)$ د. $(0/062, 0/068)$

۱۴. در جدول توافقی سه طرفه، تعبیر احتمالی فرض پایه‌ای $H_{12,13}$ چیست؟

الف. $P_{ijk} = P_{i..}P_{.jk}$ ب. $P_{ijk} = P_{i..}P_{..k}$

ج. $P_{ijk} = P_{j..}P_{..k}$ د. $P_{ijk} = P_{j..}P_{ijk}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره گسسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۵. در سؤال شماره (۱۴) تغییر نمادی کدام است؟

ب. $A \oplus B | C$

الف. AB, AC, BC

د. $A \oplus B, C$

ج. $B \oplus C | A$

۱۶. در جدولهای توافقی سه طرفه درجه آزادی $H_{1,2}$ چیست؟

ب. $K(IJ - 1)$

الف. $K(I - 1)(J - 1)$

د. IJK

ج. $I(KJ - 1)$

۱۷. با توجه به اطلاعات، مشاهدات حاشیه کامی AC چیست؟

i, j, k	۱, ۱, ۱	۲, ۱, ۱	۱, ۲, ۱	۲, ۲, ۱	۱, ۱, ۲	۲, ۱, ۲	۱, ۲, ۲	۲, ۲, ۲
X_{ijk}	۱۵۶	۸۴	۸۴	۱۵۶	۱۰۷	۱۳۳	۳۱	۲۰۹

الف.

۱, ۱, ۰	۲, ۰, ۱	۱, ۰, ۲	۲, ۰, ۲
۲۴۰	۲۴۰	۱۳۸	۳۴۲

ب.

۱, ۱, ۰	۲, ۰, ۱	۱, ۰, ۲	۲, ۰, ۲
۲۴۰	۳۴۲	۱۳۸	۲۴۰

ج.

۱, ۱, ۰	۲, ۰, ۱	۱, ۰, ۲	۲, ۰, ۲
۲۴۰	۲۴۰	۱۳۸	۲۴۰

د.

۱, ۱, ۰	۲, ۰, ۱	۱, ۰, ۲	۲, ۰, ۲
۲۴۰	۲۴۰	۳۴۲	۱۳۸

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره گسسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. در سؤال شماره (۱۷) مقدار عددی $\hat{\mu}_{12}^{(2)}$ چیست؟

الف. ۴۱/۹۸ ب. ۴/۱۹۸ ج. ۴۸/۱۹ د. ۴۱۹/۸

۱۹. برای آزمون ۸ فرض مستقل به روش بن فرونی، مقدار خطای هر فرض چقدر است؟ ($\alpha = 0.05$)

الف. ۰/۰۰۰۶۳ ب. ۰/۰۶۳ ج. ۰/۰۰۳۶ د. ۰/۰۰۳۶

۲۰. کدام مورد درباره تابع لوجیت درست است؟

الف. تابعی یکنواست ب. حوزه تعریف آن $(0, 1)$ است.

ج. حوزه مقادیرش $(-\infty, \infty)$ است د. هر سه مورد

سوالات تشریحی

۱. اگر X_1, X_2, \dots, X_n مشاهده مستقل و هم توزیع و تابع احتمال آنها به صورت لگ خطی یک بعدی باشد ثابت کنید

تحت فرض H_0 آماره آزمون نسبت درستنمایی تبدیل یافته توزیع مجانبی مربع کای با یک درجه آزادی دارد. (۲ نمره)

۲. کارگران کارخانه‌ای برای انجام کار از دو نوع ماشین استفاده می‌کنند. یکی ماشین دستی و دیگری ماشین خودکار. جهت

بررسی ایمنی انجام کار با این ماشین‌ها اطلاعات زیر در دست است. آیا با حدود اطمینان ۹۵ درصد می‌توان فرض برابری

حوادث را پذیرفت؟ (عدد جدول را ۴/۸۳ بگیری) (۲ نمره)

	ماشین خودکار	ماشین دستی
حادثه دیده	۲۳	۲۵
سالم	۱۱۲	۱۸۳

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره گسسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۴)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۳. جدول زیر تعداد سوانح رانندگی منجر به فوت در روزهای هفته طی یک سال را نشان می‌دهد. اگر X_i بیانگر تعداد وقایع در

روز i ام هفته و دارای توزیع پواسن با پارامتر λ_i و تعداد وقایع در روزهای مختلف هفته از هم مستقل باشند در سطح پنج

درصد فرض کنید آزمون کنید. (عدد جدول را ۱۱/۷ بگیرید) (۱ نمره)

تعداد سوانح (X_i)	روز
۲۷۹	شنبه
۲۵۶	یکشنبه
۲۳۰	دوشنبه
۲۰۴	سه شنبه
۳۳۰	چهارشنبه
۲۱۰	پنج شنبه
۱۳۰	جمعه

$$H_0: \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_5 \\ \lambda_6 = \lambda_7 \end{cases}$$

۴. در جدول‌های توافقی چهارخانه‌ای (۲ نمره)

الف. برآورد درست‌نمایی پارامترهای جدید τ را تعیین کنید.

ب. ثابت کنید عوامل سطر و ستون مستقل‌اند اگر و فقط اگر پارامترهای اثر متقابل $\tau_{ij}^{(AB)} = 0$

۵. در جدول‌های توافقی دو طرفه تحت مدل چندجمله‌ای ثابت کنید فرض عدم وجود اثر متقابل به معنی استقلال عوامل سطر و

ستون است. (۱ نمره)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. داده‌های جدول زیر برای یک طرح عاملی 2^2 با سه مشاهده در هر خانه در نظر بگیرید.

		عامل A	
		A^-	A^+
عامل B	B^-	۵ ۲	۴ ۶
		۱	۲
	B^+	-۱ -۳	-۱ -۳
		۱	-۷

SS برابر است با:

د. ۳۶/۶۶۷

ج. ۱۳۶/۹۱۷

ب. ۲۴/۵۸۴

الف. ۵/۸۳

۲. در سؤال ۱، درجه آزادی خطا برابر است با:

د. ۸

ج. ۱۲

ب. ۶

الف. ۵

۳. یک روش معقول در برآورد مقدار گمشده طرحهای عاملی تکرار نشده، کدام گزینه است؟

الف. استفاده از عددی است که مقابله بالاترین اثر متقابل را صفر کند.

ب. استفاده از عددی است که مقابله بالاترین اثر متقابل را یک کند.

ج. استفاده از عددی است که مقابله کوچکترین اثر متقابل را صفر کند.

د. استفاده از عددی است که مقابله کوچکترین اثر متقابل را یک کند.

۴. داده‌های جدول زیر برای دو عامل A و B هر کدام در سه سطح در نظر بگیرید.

		عامل A		
		۰	۱	۲
عامل B	۰	۱	-۲	۳
	۱	۰	۴	۱
	۲	۲	-۱	۲

SSA_L برابر است با:

د. ۱/۳۹

ج. ۲/۷۲

ب. ۱/۵۰

الف. ۴/۲۲

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۵. SS_{AB} برابر است با:

الف. ۴/۲۲

ب. ۲۳/۱۱

ج. ۲۸/۸۹

د. ۱/۵۶

۶. مدل $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \gamma_k + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijk}$ بیانگر کدام طرح است؟

الف. 3^2

ب. 7^2

ج. 2^3

د. 3^3

۷. گزینه صحیح کدام است؟

$i = 1, \dots, 5$

$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)} + \varepsilon_{k(ij)}$

$j = 1, \dots, 4$

الف.

$k = 1, \dots, 4$

$i = 1, \dots, 5$

$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \tau\beta_{ij(i)} + \varepsilon_{k(ij)}$

$j = 1, \dots, 4$

ب.

$k = 1, \dots, 4$

$i = 1, \dots, 5$

$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)} + \tau\varepsilon_{k(ij)}$

$j = 1, \dots, 4$

ج.

$k = 1, \dots, 4$

$i = 1, \dots, 5$

$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)}$

$j = 1, \dots, 4$

د.

$k = 1, \dots, 4$

۸. برای یک مدل سه عاملی با اندازه‌های تکرار شده که در آن B و C تثبیت شده و نسبت به عامل آشیانی S درون A تقاطی‌اند. درجه آزادی $BS(A)$ کدام است؟

ب. $a(S-1)(b-1)$

الف. $aS(b-1)$

د. $a-1$

ج. $Sb(a-1)$

۹. در یک آزمایش عاملی 3^3 اثر A^pBC در جدول تجزیه و تحلیل واریانس به صورت کدام یک نشان داده می‌شود؟

د. AB^pC^p

ج. ABC^p

ب. $A^pB^pC^p$

الف. ABC

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۰. مدل $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\beta\gamma)_{jk} + \delta_l + \varepsilon_{ijkl}$ با $i = 1, 2, \dots, 6, j = 1, 2, 3, l = 1, 2, \dots, 6, k = 1, 2$ که در آن β_j و γ_k به ترتیب اثر سطوح k, l عوامل A, B, α_i, δ_l اثر عوامل اغتشاشند بیانگر کدام طرح است؟

الف. طرحهای تودرتو

ب. طرحهای عاملی 3^3

ج. طرحهای کرتیهای خرد شده

د. طرحهای مربع لاتین

۱۱. ترکیبهای بلوک اصلی طرح 2^3 در بلوک با مخلوط شدن اثر متقابل ABC کدام است؟

الف. $(1), ab, ac, bc$

ب. $(1), ab, ac, bc$

ج. $a, b, c, (1)$

د. $a, b, c, (1)$

۱۲. در یک طرح کرت خرد شده با دو عامل A و B برای محاسبه کسر F هر اثر اصلی یا متقابل میبایستی MS آن را بر کدام MS تقسیم نمود؟

الف. MS خطای کرت اصلی

ب. MS خطای زیر کرت

ج. MS_{ABC}

د. بسته به اثر الف یا ب صحیح است.

۱۳. در یک طرح تودرتو عامل A تثبیت شده در ۵ سطح و عامل B که بیرون A آشیانی است، تصادفی و در ۴ سطح ظاهر شده است. تعداد تکرار نیز ۴ است. $E(MS_A)$ برابر است با:

الف. $\sigma^2 + 4\sigma_{\beta}^2 + 4\sum \tau_i^2$

ب. $\sigma^2 + 4\sigma_{\beta}^2$

ج. $\sigma^2 + \sigma_{\beta}^2$

د. $\sigma^2 + 4\sum \tau_i^2$

۱۴. در کدامیک از طرحهای زیر می توان اطلاعات مربوط به اثرهای مخلوط شده را از اجراهایی که در آنها آن اثرها مخلوط نشده اند به دست آورد؟

الف. طرح کاملاً مخلوط شده

ب. طرح جزئاً مخلوط شده

ج. طرح کرتیهای خرد شده

د. طرح مربع لاتین

۱۵. در یک طرح عاملی، سه عامل هر یک در دو سطح در نظر می گیریم (عاملهای A, B, C) حال اگر مجبور باشیم این طرح را در دو بلوک هر یک مستقل بر چهار ترکیب تیماری و با مخلوط کردن اثر متقابل AC با بلوک اجرا کنیم با فرض اینکه نتایج حاصل از یک اجرا و در دو بلوک به قرار زیر باشند در این صورت مقابله تعریفی متناظر با آن کدام است؟

الف. $L = x_1 + x_p$

ب. $L = x_1 - 2x_p$

ج. $L = x_1 - x_p$

د. هیچکدام

$L = 0$	$L = 1$
$(1) = 5$	$a = 0$
$b = 4$	$c = -3$
$ac = 0$	$ab = 2$
$abc = -2$	$bc = -1$

۱۶. در سؤال ۱۵ بلوک SS برابر است با:

الف. SS_{AB}

ب. SS_{BC}

ج. SS_{AC}

د. SS_{ABC}

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۷. در طرح عاملی کسری 2^{4-1}_{IV} با مخلوط کردن اثر متقابل $ABCD$ در دو بلوک، ترکیبهای تیماری بلوک اصلی کدام است؟

الف. (۱) $abcd, cd, bd, ad, bc, ac, ab$

ب. (۱) cd, bd, ad, bc, ac, ab

ج. (۱) ad, bc, ac, ab

د. $abcd, cd, bd, ad, bc, ac, ab$

۱۸. طرح 2^{4-1}_{IV} با رابطه تعریفی $I = ABCD$ با کدام طرح زیر هم‌ارز می‌باشد؟

الف. 2^{3-1}_{III}

ب. 2^{4-1}_{IV}

ج. 2^{5-1}_{IV}

د. 2^{3-1}_{III}

۱۹. بعد از تحلیل واریانس یک طرح آزمایش چهارم اعتبار پذیردهای زیر بنایی و مناسب بودن مدل کدام گزینه را مورد بررسی قرار می‌دهیم؟

الف. $e = \hat{y} - 1$

ب. $e = y - \hat{y}$

ج. $e = \hat{y}$

د. $e = y$

۲۰. در یک طرح عاملی 2^3 با ۵ تکرار، اختلاف بین اثر BC در سطح بالای A و اثر BC در سطح پایین A ، کدام گزینه است؟

الف. اثر BC

ب. اثر A

ج. اثر ABC

د. اثر تکرار

سوالات تشریحی

۱. در یک طرح کاملاً تصادفی شده، نیروی چسبندگی چسبی را برحسب پوند در سه دما و سه اندازه رطوبت تعیین کرده و داده‌ها را در جدول زیر آورده‌ایم. حال اگر دما را متساوی الفاصله در نظر بگیریم، اثرهای خطی و درجه دوم دما و رطوبت و همچنین تمام مؤلفه‌های اثر متقابل را استخراج کنید. (۲ نمره)

رطوبت (B)	دما (A)		
	سرد	معتدل	گرم
۵٪	۰/۸	۱/۵	۲/۵
	۲/۸	۳/۲	۴/۲
	۱	۱/۶	۱/۸
۷۰٪	۱/۶	۱/۸	۱
	۲	۱/۵	۲/۵
	۲/۲	۰/۸	۴/۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: طرح آزمایشهای ۲
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۸)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۲. برای مطالعه کیفیت پروفیل‌های آلومینیم تولید شده، آزمایش کاملی را سه بار تکرار کرده‌ایم. نمونه‌ها از پنج دستگاه و دو فرایند مختلف تولید استخراج شده‌اند. با در نظر گرفتن اینکه دستگاهها و فرایندها تولید ثابت شده‌اند و تکرارها تصادفی‌اند، مطلوب‌ست:
 الف. امید ریاضی عامل فرایند تولید
 ب. امید ریاضی عامل دستگاه

(۱/۵ نمره)

فرایند تولید		دستگاه				
		۱	۲	۳	۴	۵
تکرار اول	۱	۱۷۵	۹۵	۱۸۰	۱۷۰	۱۵۵
	۲	۱۶۵	۱۶۵	۱۷۵	۱۸۵	۱۳۰
تکرار دوم	۱	۱۹۰	۱۸۵	۱۸۰	۲۰۰	۱۹۰
	۲	۱۷۰	۱۶۰	۱۷۵	۱۶۵	۱۹۰
تکرار سوم	۱	۱۸۵	۱۶۵	۱۷۵	۱۹۵	۲۰۰
	۲	۱۹۰	۱۶۰	۲۰۰	۱۸۵	۲۰۰

۳. برای مطالعه اثر سه عامل، مایلیم از طرح عاملی 2^3 استفاده کنیم. اما در هر روز تنها می‌توانیم چهار ترکیب تیماری را آزمایش کنیم. مشاهدات به عمل آمده در روز اول:

$$(1) = 1 \quad a = 1 \quad bc = 3 \quad abc = 4$$

و در روز دوم:

$$(2) = 1 \quad ac = 4 \quad b = 6 \quad ab = 0$$

بوده‌اند. با در نظر گرفتن تغییرات بین دو روز و آنچه از طرح عاملی 2^k می‌دانید تعیین کنید چه اثری با اثر روز مخلوط شده است.

(۱/۵ نمره)

۴. در مطالعه میزان باروری دو بذر مختلف، دو ناحیه را به تصادف در نظر گرفته و از هر ناحیه چهار مزرعه را به تصادف انتخاب کرده و در قطعاتی از آن مزارع که به تصادف انتخاب شده‌اند هر دو بذر را کشت کرده‌ایم. در وقت جمع آوری محصول، تعداد پیمانه‌های محصول در هر جریب از آن مزارع را برای هر دو نوع بذر یادداشت کرده‌ایم. مدل آماری مناسب برای این وضعیت آزمایشی را شرح دهید. (۱ نمره)

۵. صورت کلی الگوریتم یتس برای طرح عاملی 2^k با یک مشاهده در هر خانه را در یک جدول بنویسید. (۱ نمره)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. X_1 و X_2 مؤلفه‌های مستقل بردار X را در نظر بگیرید و فرض کنید $Y = X_1 + X_2$ و $Y_2 = X_1 - X_2$ آنگاه قدرمطلق ژاکوبی تبدیل برابر است با:

د. صفر

ج. ۱-

ب. ۱

الف. $\frac{1}{2}$

۲. $M_X(t) = (I - tt')$ آنگاه تابع مولد $Y = AX + b$ کدام است؟

ب. $M_Y(t) = e^{t'b} |I - A'tt'A|^{-\frac{n}{2}}$

الف. $M_Y(t) = |I - tAA't'|^{-\frac{n}{2}}$

ج. $M_Y(t) = e^{\frac{n}{2}t'b} |I - tAA't'|^{-\frac{n}{2}}$

د. باید روی ماتریس A بحث شود.

۳. برای ماتریس کوواریانس نمونه‌ای S_n کدام رابطه صحیح است؟

ب. $E(S_n) = \frac{n}{n-1} \Sigma$

الف. $E(S_n) = (n - \frac{1}{n}) \Sigma$

د. $E(S_n) = \Sigma$

ج. $E(S_n) = \frac{1}{n-1} \Sigma$

۴. فرض کنید $Y = X_1 + 2X_2 + 3X_3$ یا $E_{X_i} = \mu_i$ و $\Sigma_X = [\sigma_{ij}]$ آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

الف. $E(Y) = \mu_1 + 2\mu_2 + 3\mu_3$

ب. $var(Y) = \sigma_{11} + 9\sigma_{22} + 9\sigma_{12} + 12\sigma_{13} + 12\sigma_{23}$

ج. $E(Y - 3(X_3 - \mu_3)) = \mu_1 + 2\mu_2 + 3\mu_3$

د. $var(6 - Y) = \sigma_{11} + 4\sigma_{22} + 9\sigma_{22} + 4\sigma_{12} + 6\sigma_{13} + 12\sigma_{23}$

۵. اگر $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \sim N_2 \left(\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \right)$ باشد توزیع $\begin{pmatrix} X_1 + X_2 \\ X_1 - X_2 \end{pmatrix}$ کدام است؟

الف. $N_2 \left(\begin{pmatrix} \mu_1 - \mu_2 \\ \mu_1 + \mu_2 \end{pmatrix}, \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 - \rho & 0 \\ 0 & 1 - \rho \end{pmatrix} \right)$

ب. $N_2 \left(\begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 \\ \mu_1 - \mu_2 \end{pmatrix}, \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 + \rho \\ 1 - \rho \end{pmatrix} \right)$

ج. $N_2 \left(\begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 \\ \mu_1 - \mu_2 \end{pmatrix}, \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 + \rho & 0 \\ 0 & 1 - \rho \end{pmatrix} \right)$

د. $N_2 \left(\begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \sigma^2 (1 - \rho) I_2 \right)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۶. فرض کنید $X \sim N_3(\mu, \Sigma)$ و $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ آنگاه کدامیک از متغیرها از هم مستقل نیستند؟

الف. X_1 و X_3 ب. X_2 و X_3 ج. X_1 و X_2 د. $(X_1 X_2)'$ و X_3

۷. $X \sim N_4(\mu, \Sigma)$ با بردار میانگین $\mu = (1 \ 3 \ 2 \ 1)'$ و با ماتریس کوواریانس $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ است.

میانگین توزیع شرطی $X_1 = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_3 \end{pmatrix}$ به شرط $X_2 = X_4 = 0$ کدام گزینه است؟

الف. $\begin{bmatrix} \frac{X_4 - X_2 + \frac{3}{2}}{2} + \frac{3}{2} \\ \frac{X_4 - X_2 + \frac{3}{2}}{2} + \frac{3}{2} X_2 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} \frac{X_4 - X_2 + \frac{3}{2}}{2} \\ \frac{X_4 - X_2 + \frac{3}{2}}{2} X_2 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} \frac{X_4 - X_2 + \frac{3}{2}}{2} \\ \frac{2}{3} X_2 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} \frac{X_4 - X_2 + \frac{3}{2}}{2} \\ 8 - \frac{2}{5} X_2 \end{bmatrix}$

۸. مطابق اطلاعات سؤال ۷، ماتریس کوواریانس شرطی مورد نظر کدام است؟

الف. $\begin{bmatrix} \frac{21}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{11}{5} \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} \frac{19}{6} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{13}{3} \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} \frac{19}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{11}{3} \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} \frac{23}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{11}{3} \end{bmatrix}$

۹. با توجه به اطلاعات سؤال ۷، مقدار $E(X_1 X_3 | X_2 = X_4 = 0)$ برابر است با:

الف. صفر ب. -۱ ج. $\frac{19}{3}$ د. $\frac{16}{3}$

۱۰. اگر $X \sim N_{10}(\mu, I_{10})$ و A یک ماتریس خود توان با رتبه ۵ باشد آنگاه $\frac{X'(I - A)}{X'AX}$ چه توزیعی خواهد بود؟

الف. کای اسکور ب. t ج. F د. ویشارت

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۱. اگر $X \sim N_p(0, \sigma^2 I_p)$ آنگاه $\frac{1}{\sigma^2} X'X$ دارای چه توزیعی است؟

- الف. کای اسکور با یک درجه آزادی
 ب. ویشارت با p درجه آزادی
 ج. کای اسکور با p درجه آزادی
 د. ویشارت با یک درجه آزادی

۱۲. X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از $N_p(\mu L, \Sigma)$ است. توزیع $\frac{L'X}{L'L}$ کدام گزینه است؟

- الف. $N_p(\mu, \frac{L'\Sigma L}{np^2})$
 ب. $W_n(\frac{1}{n}\Sigma)$
 ج. $\chi_p^2, \frac{L'\Sigma^{-1}L}{np}$
 د. $N_p(\mu L, \frac{L'\Sigma L}{n})$

۱۳. اگر $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$ باشد آنگاه مقدار $E(X'AX)$ کدام است؟

- الف. $E(tr(XX'A))$
 ب. $\mu'A\mu$
 ج. $tr\Sigma A + \mu'A\mu$

۱۴. اگر ماتریس کوواریانس نمونه $S = \begin{bmatrix} 7/82 & 7/93 & 7/98 \\ 7/93 & 9/38 & 8/87 \\ 7/98 & 8/87 & 9/79 \end{bmatrix}$ باشد برآورد درستنمایی ماکسیمم ρ و σ^2 کدام گزینه است؟

- الف. $\hat{\rho} = 0/88 \quad \hat{\sigma}^2 = 9$
 ب. $\hat{\rho} = 0/918 \quad \hat{\sigma}^2 = 9$
 ج. $\hat{\rho} = 0/2 \quad \hat{\sigma}^2 = 9$
 د. $\hat{\rho} = 9 \quad \hat{\sigma}^2 = 0/918$

۱۵. اندازه وابستگی دو مجموعه از متغیرهای تصادفی است.

- الف. همبستگی جزیی
 ب. همبستگی چندگانه
 ج. همبستگی متعارف
 د. همبستگی ساده

۱۶. برآورد درستنمایی ماکسیمم ρ تحت مدل کوواریانس بین طبقه‌ای عبارت است از:

- الف. $\frac{L'SL - tr S}{(\rho - 1)tr S'}$
 ب. $\frac{L'SL + tr S}{(\rho - 1)tr S}$
 ج. $\frac{L'SL - tr S'}{\rho tr S'}$
 د. $\frac{L'SL}{1 - (\rho - 1)\rho}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۷. طول بازه‌های اطمینان از طول بازه‌های اطمینان است.

الف. T^p - بون فرونی کوتاه‌تر ب. بون فرونی T^p - کوتاه‌تر

ج. بون فرونی T^p - بلندتر د. بون فرونی - همزمان بلندتر

۱۸. در آزمون $H_0: \Sigma = S$ چند پارامتر به طور همزمان مورد آزمون قرار می‌گیرد؟

الف. $\frac{P(P-1)}{2}$ ب. $\frac{P(P+1)}{2}$ ج. P^2 د. $(P-1)^2$

۱۹. در مباحث مؤلفه‌های اصلی مقدار $tr \Sigma$ با کدام کمیت برابر نیست؟ $(e' = (1, 1, \dots, 1))$ و $(D_\lambda = diag(\lambda_1, \dots, \lambda_p))$

الف. $\sum_{i=1}^p \sigma_{ii}$ ب. $\sum_{i=1}^p \lambda_i$ ج. $e' \Sigma e$ د. $e' D_\lambda e$

۲۰. در روش رده‌بندی، احتمال رده بندی غلط یک فرد جمعیت Π_1 در Π_2 برابر است با:

الف. $P(L(X_0) < K | X_0 \in \Pi_1)$ ب. $P(L(X_0) > K | X_0 \in \Pi_1)$
 ج. $P(L(X_0) > K | X_0 \in \Pi_2)$ د. $P(L(X_0) < K | X_0 \in \Pi_2)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۶ نمره می باشد.

۱. اگر $X \sim N_p(\mu, \sigma^2 I_p)$ باشد تحت چه شرایطی مؤلفه های بردار تصادفی $Y = \begin{pmatrix} a'X \\ b'X \end{pmatrix}$ از یکدیگر مستقل خواهند شد. که

در آن a و b بردارهایی با مؤلفه های اعداد ثابت است.

۲. ثابت کنید اگر $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$ آنگاه $X'A_1X$ و $X'A_2X$ مستقل هستند اگر و تنها اگر $A_1A_2 = 0$

۳. اگر ماتریس کوواریانس $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & e & e^2 & e^3 \\ e & 1 & e & e^2 \\ e^2 & e & 1 & e \\ e^3 & e^2 & e & 1 \end{pmatrix}$ باشد مقدار $\rho_{1,2,3,4}$ را به دست آورید.

۴. ناحیه بحرانی در آزمون $H_0: \mu = \mu_0$ با Σ معلوم را تعیین کنید.

۵. هدف اصلی از روش مؤلفه های اصلی را به طور خلاصه توضیح دهید و ثابت کنید ضرایب همبستگی بین مؤلفه های اصلی و اولیه عبارت است از:

$$e_{Y_i, X_k} = \frac{e_{ki} \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sigma_{kk}}} \quad i, k = 1, 2, \dots, P$$

نام درس: مبانی اقتصاد

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۲۲۱۰۲۳)

تعداد سوالات: تستی: ۵۰ تشریحی: --

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۹۰ تشریحی: --

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از:

ماشین حساب

مجاز است.

امام خمینی (ره): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. کتاب «سرمایه» اثر کیست؟

الف. آدام اسمیت ب. دیوید ریکاردو ج. کینز د. کارل مارکس

۲. کدام یک از گزینه‌های زیر جزء زمینه‌های تفکر اقتصادی محسوب نمی‌شود؟

الف. پس‌انداز ب. کمیابی
ج. انتخاب و هزینه فرصت د. نهایی گزینی

۳. بنیانگذار مکتب کلاسیک کیست؟

الف. فریدمن ب. دیوید ریکاردو ج. آدام اسمیت د. کارل مارکس

۴. علی در جایی کار می‌کند که می‌تواند روزانه ۱۵۰۰ تومان درآمد کسب کند اگر او ۴ روز به مسافرت برود، هزینه فرصت رفتن به مسافرت او چقدر است؟

الف. ۱۵۰۰۰ تومان ب. ۶۰۰۰۰ تومان
ج. هزینه سفر او د. هزینه سفر به اضافه درآمد روزانه

۵. کدام یک از گزینه‌های زیر جزء مباحث اقتصاد خرد می‌باشد؟

الف. فقر و توزیع درآمد ب. شاخص قیمت مصرف کننده
ج. شاخص قیمت تولید کننده د. رشد اقتصادی

۶. اگر قیمت یک کالا در سال ۱۳۸۵ برابر ۱۵۰ و در سال ۱۳۸۶ برابر ۱۹۵ باشد، شاخص قیمت این کالا در سال ۱۳۸۶ نسبت به سال ۱۳۸۵ چقدر است؟

الف. ۱۴۵ ب. ۱۴۰ ج. ۱۳۰ د. ۱۲۰

۷. اگر شاخص قیمت‌ها چهار برابر و مزد پولی دو برابر شود، مزد واقعی چه تغییری می‌کند؟

الف. نصف می‌شود ب. دو برابر می‌شود ج. چهار برابر می‌شود د. هشت برابر می‌شود

۸. اگر تولید کالای X طی یک سال از ۱۵۰ به ۲۱۰ افزایش یابد، نرخ رشد تولید کالای X چقدر است؟

الف. ۳۰ ب. ۴۵ ج. ۶۰ د. ۴۰

۹. کدام یک از عوامل زیر جزء عوامل تولید محسوب نمی‌شود؟

الف. توان کارآفرینی ب. پس‌انداز ج. زمین د. سرمایه

۱۰. یک عرضه کننده و یک خریدار از ویژگیهای کدام بازار است؟

الف. انحصار کامل ب. انحصار دو طرفه ج. انحصار چند جانبه د. رقابت انحصاری

۱۱. اگر همزمان قیمت کالای جانشین کالای X افزایش و قیمت کالای مکمل آن کاهش یابد، تقاضا برای کالای X چه تغییری می‌کند؟

الف. افزایش می‌یابد ب. کاهش می‌یابد ج. ثابت می‌ماند د. نامشخص

نام درس: مبانی اقتصاد

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۲۲۱۰۲۳)

تعداد سوالات: تستی: ۵۰ تشریحی: --

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۹۰ تشریحی: --

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از:

ماشین حساب

مجاز است.

۱۲. کدام یک از گزینه‌های زیر باعث جابجایی منحنی تقاضای یک کالای عادی به سمت راست می‌شود؟

الف. کاهش قیمت کالای جانشین

ب. افزایش قیمت کالای مکمل

ج. انتظار افزایش قیمت کالای مورد نظر در آینده

د. کاهش درآمد

۱۳. اگر تابع تقاضا به صورت $P = 10 - 2Q$ باشد، کشش قیمتی تقاضا در نقطه $P = 4$ چقدر است؟

الف. $-\frac{3}{2}$ ب. $-\frac{3}{4}$ ج. $-\frac{4}{3}$ د. $-\frac{3}{4}$

۱۴. اگر تابع عرضه کالای X برای یک بنگاه به صورت $P_x = 2 + Q_x$ بوده و ۱۵۰ بنگاه تولیدی مشابه در این بازار وجود داشته باشد، تابع عرضه کل بازار کدام است؟

الف. $Q_x^S = -300 - 150P_x$ ب. $Q_x^S = 300 - 150P_x$

ج. $Q_x^S = 300 + 150P_x$ د. $Q_x^S = -300 + 150P_x$

۱۵. کدام یک از عوامل زیر باعث جابجایی منحنی عرضه یک کالا به سمت راست می‌شود؟

الف. افزایش قیمت مواد اولیه

ب. افزایش دستمزد کارگران

ج. انتظار کاهش قیمت در آینده

د. کاهش بهره‌وری

۱۶. اگر $P_x = 30$ و $P_y = 40$ و حداکثر مقدار مصرف کالای Y برابر ۱۵ باشد، حداکثر مقدار مصرف کالای X چقدر است؟

الف. ۲۰ ب. ۲۵ ج. ۳۰ د. ۳۵

۱۷. اگر تابع مطلوبیت به صورت $U = X.Y$ و معادله خط بودجه به صورت $400 = 4X + 10Y$ باشد، مقدار بهینه مصرف دو کالای X و Y چقدر است؟

الف. $X = 100$ ب. $X = 40$ ج. $X = 20$ د. $X = 50$
 الف. $Y = 40$ ب. $Y = 100$ ج. $Y = 50$ د. $Y = 20$

۱۸. در سؤال قبل مقدار حداکثر مطلوبیت مصرف کننده چقدر است؟

الف. ۴۰۰۰ ب. ۳۰۰۰ ج. ۲۰۰۰ د. ۱۰۰۰

۱۹. فاصله عمودی بین دو منحنی TC و TVC کدام است؟

الف. TFC ب. AFC ج. AC د. MC

۲۰. منحنی MC از نقطه مینیمم کدام یک از منحنی‌های زیر می‌گذرد؟

الف. AFC ب. TC ج. AVC د. Tvc

نام درس: مبانی اقتصاد

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۲۲۱۰۲۳)

تعداد سوالات: تستی: ۵۰ تشریحی: --

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۹۰ تشریحی: --

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از:

ماشین حساب

مجاز است.

۲۱. اگر تابع تولید به صورت $x = -a^3b^2 + ba^2$ ($a, b > 0$) مقادیر عوامل تولید، تابع تولید متوسط عامل a (AP_a) کدام است؟

- الف. $AP_a = -2a^3b + a^2$ ب. $AP_a = -a^2b^2 + ab$
 ج. $AP_a = -a^3b + a^2$ د. $AP_a = -3a^2b^2 + 2ab$

۲۲. اگر تابع هزینه کل به صورت $TC = \frac{1}{2}Q^3 - Q^2 + 5Q + 48$ باشد، مقدار TVC به ازاء $Q = 4$ چقدر است؟

- الف. ۱۲ ب. ۳۶ ج. ۴۸ د. ۸۴

۲۳. در سؤال قبل مقدار TFC به ازاء $Q = 4$ چقدر است؟

- الف. ۱۲ ب. ۹ ج. ۳۶ د. ۴۸

۲۴. اگر توابع عرضه و تقاضا در بازار رقابت کامل به صورت $Q^S = 2 + 2P$ و $Q^D = 14 - P$ قیمت و مقدار تعادلی به ترتیب چقدر است؟

- الف. $P_e = 4$ ب. $P_e = 6$ ج. $P_e = 8$ د. $P_e = 10$
 الف. $Q_e = 10$ ب. $Q_e = 8$ ج. $Q_e = 6$ د. $Q_e = 14$

۲۵. در سؤال قبل مقدار تولیدی که سود بنگاه را حداکثر می کند چقدر است اگر تابع هزینه بنگاه به صورت

$$TC = \frac{1}{3}Q^3 - Q^2 + Q + 5$$

- الف. ۲ ب. ۳ ج. ۴ د. ۵

۲۶. مقدار حداکثر سود بنگاه چقدر است؟

- الف. ۲۰ ب. ۱۶ ج. ۱۰ د. ۴

۲۷. کدام یک از گزینه های زیر در بازار انحصار کامل صحیح است؟

الف. درآمد نهایی برابر شیب درآمد متوسط است.

ب. شیب درآمد نهایی دو برابر شیب درآمد متوسط است.

ج. قیمت کوچکتر از درآمد نهایی است.

د. قیمت کمتر از هزینه نهایی است.

۲۸. کدام یک از گزینه های زیر جزء درآمد ملی محسوب می شود؟

- الف. اجاره ساختمان ب. خالص بهره ج. سود تقسیم نشده د. هر سه مورد

۲۹. کدام یک از گزینه های زیر جزء درآمد شخصی محسوب می شود؟

- الف. پرداخت های انتقالی دولت ب. مالیات بر سود شرکتها
 ج. سود تقسیم نشده د. پرداخت بابت بیمه های اجتماعی

نام درس: مبانی اقتصاد

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۲۲۱۰۲۳)

تعداد سوالات: تستی: ۵۰ تشریحی: --

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۹۰ تشریحی: --

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از:

ماشین حساب

مجاز است.

۳۰. اگر تولید ناخالص ملی به قیمت بازار ۱۰۰۰ و تولید خالص ملی به قیمت بازار ۷۰۰ و درآمد ملی برابر ۵۰۰ باشد، خالص مالیاتهای غیر مستقیم چقدر است؟

- الف. ۱۰۰ ج. ۳۰۰ ب. ۲۰۰ د. ۵۰۰

۳۱. در سؤال قبل میزان استهلاک چقدر است؟

- الف. ۱۰۰ ج. ۳۰۰ ب. ۲۰۰ د. ۵۰۰

۳۲. اگر شاخص قیمت فشار (I_F) برابر ۱۳۲ و شاخص قیمت لاسپیرز (I_L) برابر ۱۲۱ باشد، شاخص قیمت باشد (I_P) چقدر است؟

- الف. ۱۰۰ ج. ۱۶۹ ب. ۱۴۴ د. ۱۹۶

۳۳. اگر میل نهایی به پس انداز $\frac{1}{3}$ باشد، ضریب تکاثر مالیات ثابت چقدر است؟

- الف. $-\frac{1}{5}$ ج. $-\frac{2}{5}$ ب. -2 د. -3

۳۴. ضریب تکاثر بودجه متوازن چقدر است؟

- الف. ۰ ج. $\frac{1}{5}$ ب. $\frac{0}{5}$ د. بستگی به مقدار b دارد

۳۵. اگر تابع پس انداز به صورت $S = -40 + 0.25Y_d$ و سرمایه گذاری 60 و مخارج دولتی 100 و $T = 0.2Y$ باشد، تولید تعادلی چقدر است؟

- الف. ۶۵۰ ج. ۵۵۰ ب. ۶۰۰ د. ۵۰۰

۳۶. در سؤال قبل وضعیت بودجه دولت چگونه است؟

- الف. ۲۰ واحد کسری بودجه ج. ۴۰ واحد مازاد بودجه ب. ۲۰ واحد مازاد بودجه د. بودجه متوازن است

۳۷. اگر نرخ بهره ۱۰ درصد و شخصی در سال آینده ۱۴۳ واحد پولی درآمد داشته باشد، ارزش فعلی درآمد او چقدر است؟

- الف. ۱۲۳ ج. ۱۳۳ ب. ۱۳۰ د. ۱۳۷

۳۸. اگر اکنون ۱۰۰۰ واحد پولی با نرخ ۱۰٪ سرمایه گذاری شود، پس از دو سال چه میزان به دست خواهد آمد؟

- الف. ۱۲۱۰ ج. ۱۲۰۰ ب. ۱۱۰۰ د. ۱۲۲۰

۳۹. اگر حجم سپرده های بانک $3,000,000$ و نرخ ذخیره قانونی $\frac{1}{15}$ و نرخ ذخیره مورد تمایل بانک $\frac{1}{12}$ باشد، مقدار ذخیره احتیاطی چقدر است؟

- الف. ۵۰,۰۰۰ ج. ۲۰۰,۰۰۰ ب. ۱۵۰,۰۰۰ د. ۲۵۰,۰۰۰

۴۰. بر طبق نظریه مقداری پول، اگر حجم پول در گردش $500,000$ و سطح عمومی قیمتها 750 و تولید واقعی برابر 2000 باشد، سرعت گردش پول چقدر است؟

- الف. ۵ ج. ۳ ب. ۴ د. ۲

نام درس: مبانی اقتصاد

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۲۲۱۰۲۳)

تعداد سوالات: تستی: ۵۰ تشریحی: --

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۹۰ تشریحی: --

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از:

ماشین حساب

مجاز است.

۴۱. کدام یک از گزینه‌های زیر، جزء وظایف بانک مرکزی نیست؟

- الف. بانکداری دولت
ب. اجرای سیاستهای پولی
ج. بانک بانکها
د. دریافت مالیات

۴۲. از نظر کینز تقاضا برای پول چگونه است؟

- الف. تابع معکوسی از درآمد و تابع مستقیمی از نرخ بهره است
ب. تابع مستقیمی از درآمد و تابع معکوسی از نرخ بهره است
ج. تابع مستقیمی از درآمد و تابع مستقیمی از نرخ بهره است
د. تابع معکوسی از درآمد و تابع معکوسی از نرخ بهره است

۴۳. اگر شاخص قیمت مصرف کننده در سال گذشته و جاری به ترتیب ۲۰۰ و ۲۳۰ باشد، نرخ تورم چقدر است؟

- الف. ۱۰ درصد
ب. ۱۵ درصد
ج. ۲۵ درصد
د. ۳۰ درصد

۴۴. اگر تعداد شاغلین ۳۶۰ میلیون نفر و تعداد بیکاران ۲۰ میلیون نفر و تعداد کل جمعیت در سن فعالیت ۵۰۰ میلیون نفر باشد، نرخ بیکاری چقدر است؟

- الف. ۸ درصد
ب. ۹ درصد
ج. ۱۰ درصد
د. ۱۲ درصد

۴۵. در سؤال قبل نرخ مشارکت نیروی کار چقدر است؟

- الف. ۸۰ درصد
ب. ۸۵ درصد
ج. ۹۰ درصد
د. ۷۵ درصد

۴۶. نوعی از بیکاری که ناشی از وجود عدم تعادل و عدم هماهنگی در بازار است چه نام دارد؟

- الف. بیکاری فعلی
ب. بیکاری ادواری
ج. بیکاری اصطلاحی
د. بیکاری ساختاری

۴۷. کدام یک از گزینه‌های زیر، جزء هزینه‌های اجتماعی تورم است؟

- الف. عدم کارایی اقتصادی
ب. عدم توزیع مناسب درآمد
ج. فشارهای اجتماعی
د. هر سه مورد

۴۸. کدام یک از گزینه‌های زیر، سیاست مالی انبساطی است؟

- الف. کاهش مخارج دولتی
ب. کاهش مالیاتها
ج. کاهش سرمایه گذاری
د. افزایش مالیاتها

۴۹. کدام یک از گزینه‌های زیر، سیاست پولی انقباضی است؟

- الف. کاهش نرخ ذخیره قانونی
ب. کاهش نرخ تنزیل مجدد
ج. فروش اوراق بهادار توسط دولت به مردم
د. خرید اوراق قرضه توسط دولت

۵۰. کدام یک از گزینه‌های زیر باعث جابجایی منحنی IS به سمت چپ می‌شود؟

- الف. کاهش نرخ بهره
ب. کاهش مخارج دولتی
ج. کاهش مالیاتها
د. افزایش مخارج دولت