نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی ، کُد درس: آمار- آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ◉
کُد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

امام علی(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.

۱. اگر S فضای نمونه یک آزمایش و $\mathcal{A}$ یک سیگما روی S باشد و نیز $A \in \mathcal{A}$ باشد کدام یک از گزینه های زیر اصول موضوع احتمال نمی باشد؟

الف. $P(A) \geq ۰$

ب. $P(S) = ۱$

ج. $P(A) + P(A') = ۱$

د.اگر $A_۱, A_۲, \ldots$ .....دنباله متناهی یا نامتناهی و دوبدو ناسازگار باشند آن گاه $P(UA_i) = \sum P(A_i)$

۲. در بین صد نفر که ۵۳ نفر آنها سیگاری است ۴۵ نفر ریه بد دارند و نیز از بین ۵۲ نفری که ریه بد دارند ۷ نفر غیرسیگاری می‌باشند. اگر یک نفر به طور تصادفی از بین این صد نفر انتخاب شوند چقدر احتمال دارد که غیر سیگاری و دارای ریه خوب باشد؟

الف. ۰/۱ ب. ۰/۲ ج. ۰/۳ د. ۰/۴

۳. در سوال قبل (سوال ۲) اگر یک نفر که بطور تصادفی انتخاب شده سیگاری باشد چقدر احتمال دارد که ریه آن خوب باشد؟

الف. ۰/۲۵ ب. ۰/۱۸ ج. ۰/۱۵ د. ۰/۰۸

۴. اگر ۵۰ درصد دانشجویان دولتی و ۶۰ درصد دانشجویان غیر دولتی از جنس مذکر باشند با علم به اینکه تعداد دانشجویان در دو دانشگاه یکسان باشند چقدر احتمال دارد دانشجویی که به تصادف انتخاب می شود مذکر باشد؟

الف. ۰/۵ ب. ۰/۵۵ ج. ۰/۶ د. ۰/۶۵

۵. اگر $A \subset B$ و A و B از هم مستقل باشند کدام گزینه زیر درست نمی باشد؟

الف. $P(B) = ۱$ ب. $A = \phi$ ج. $A = s$ د. $B = s$

۶. اگر $x_۱, x_۲$ دو متغیر مستقل برنولی با احتمال موفقیت p باشد تابع مولد گشتاور $x_۱ + x_۲$ کدام گزینه است؟

الف. $(qe^t + p)^۲$ ب. $۲(p + qe^t)$ ج. $۲(q + pe^t)$ د. $(q + pe^t)^۲$

۷. اگر متغیر تصادفی X دارای تابع مولد گشتاور $e^{\alpha(e^t - ۱)}$ باشد تابع مولد گشتاور $\frac{x+b}{a}$(a و b مقادیر ثابت باشند) کدام گزینه درست است؟

الف. $e^{\frac{bt}{a}} e^{\alpha(e^{t/a} - ۱)}$ ب. $e^{\alpha(e^{bt/a} - ۱)}$ ج. $e^{bt} e^{a\alpha(e^t - ۱)}$ د. $e^{a\alpha(e^{bt} - ۱)}$

۸. اگر متغیر تصادفی X دارای چگالی $x > ۰$ $f(x) = ۲xe^{-x^۲}$ باشد، تابع توزیع تجمعی $F(x)$ کدام است؟

الف. $F(x) = e^{-x^۲}$ ب. $F(x) = ۱ - e^{-x}$

ج. $F(x) = ۱ - e^{-x^۲}$ د. $F(x) = ۲e^{-x^۲}$

نام درس: احتمال و کاربرد آن
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
رشته تحصیلی ، کُد درس: آمار- آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ◉
کُد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۹. اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال $f(x)=\begin{cases} x & ۰<x<۱ \\ ۲-x & ۱\le x<۲ \\ ۰ & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$ باشد. $E(X)$ چقدر است؟

الف. ۱ ب. ۱/۵ ج. ۲ د. ۲/۵

۱۰. اگر متغیر تصادفی X دارای میانگین ۲ و انحراف معیار ۱ باشد حداقل مقدار $P(|X-۲|<۴)$ چقدر است؟

الف. $\frac{۳}{۴}$ ب. $\frac{۱۵}{۱۶}$ ج. $\frac{۷}{۸}$ د. $\frac{۱۲}{۱۳}$

۱۱. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۲ و واریانس ۴ باشد متغیر تصادفی $(\frac{X-۲}{۲})^۲$ دارای چه توزیعی است؟

الف. $\chi^۲(۱)$ ب. $N(۰\ ,\ ۱)$ ج. $t(۱)$ د. $N(۲\ ,\ ۴)$

۱۲. اگر متغیر تصادفی توأم (x,y) دارای چگالی $P(x,y)=\frac{x+y}{۲۱}$ $\begin{matrix} x=۱,۲,۳ \\ y=۱\ ,\ ۲ \end{matrix}$ باشد $E(X)$ چقدر است؟

الف. $\frac{۱۵}{۲۱}$ ب. $\frac{۱۸}{۲۱}$ ج. $\frac{۴۶}{۲۱}$ د. $\frac{۱۱۴}{۲۱}$

۱۳. اگر تابع چگالی احتمال توأم (x,y) به صورت $f(x,y)=۱۲xy(۱-y)$ $\begin{matrix} ۰<x<۱ \\ ۰<y<۱ \end{matrix}$ باشد $f_X(x)$ کدام گزینه است؟

الف. $۲x^۲$ ب. $۴x$ ج. $۲x$ د. $\frac{x^۲}{۲}$

۱۴. برای دو متغیر تصادفی X,Y داریم، $E(X)=۳$, $var(X)=۲$, $E(Y)=۳$, $var(Y)=۲$. اگر $Y=۲X+۳$ باشد، آن گاه ضریب همبستگی X,Y چقدر است؟

الف. صفر ب. $\frac{۱}{۲}$ ج. $\frac{۲}{۳}$ د. ۱

۱۵. اگر برای متغیر تصادفی X داشته باشیم، $E(X)=۱$, $E(X(X-۴))=۱۰$ آنگاه $var(X)$ چقدر است؟

الف. ۱۲ ب. ۱۳ ج. ۱۴ د. ۸

۱۶. اگر $\varphi(t_۱,t_۲)=E(e^{t_۱x_۱+t_۲x_۲})$ باشد آن گاه $\frac{\partial}{\partial t_۱}\varphi(t_۱,t_۲)\,|_{t_۱=t_۲=۰}$ برابر چه می باشد؟

الف. $E(X_۱)$ ب. $E(X_۲)$ ج. $E(X_۱X_۲)$ د. $E(X_۱)E(X_۲)$

۱۷. اگر $P(A)=۰/۴$, $P(B)=۰/۳$, $P(A\cap B)=۰/۱$ باشد آن گاه $P(A'\cap B')$ چقدر است؟

الف. ۰/۳ ب. ۰/۴ ج. ۰/۵ د. ۰/۶

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی , کُد درس: آمار- آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ **تشریحی:** ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ **تشریحی:** ۶۰ **دقیقه**
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ◉

کُد سری سؤال: یک (۱) **استفاده از:** ماشین حساب **مجاز است.**

۱۸.چه موقع دو پیشامد مجزای A, B از هم مستقل نمی باشد؟

الف. $A = \phi$ ب. $P(A) = ۱$ ج. $P(A \cup B) = ۱$ د. $P(B) = ۰$

۱۹.اگر X یک متغیر نامنفی با $E(X) = ۴$ باشد کران بالای $P(X > ۸)$ چقدر است؟

الف. ۰/۴ ب. ۰/۸ ج. ۰/۵ د. ۱

۲۰. تاس همگن را پرتاب می کنیم. اگر وجه ظاهر شده روی تاس را با x نشان دهیم $var(X)$ چقدر است؟

الف. $\frac{۲۵}{۱۲}$ ب. $\frac{۳۵}{۱۲}$ ج. $\frac{۱۲}{۱۲}$ د. $\frac{۷۵}{۱۲}$

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۴ نمره می‌باشد.

۱. اگر X متغیر تصادفی نمایی باشد با شرط اینکه a و b مقادیر ثابت باشد نشان دهد که

$$P(X > a + b) = P(X > a)P(X > b)$$

۲. نامساوی شوارتز را بیان و اثبات کنید؟

۳. اگر تابع چگالی توأم Y, X به صورت $f(x, y) = \begin{cases} ۲ & ; x \le y \le ۱ \\ ۰ & \end{cases}$ باشد. مقدار $\rho(Y, X)$ را بدست آورید.

۴. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع گاما باشد تابع مولد گشتاور آن را بدست آورده و با مشتق گیری از آن میانگین و واریانس آن را بدست آورید

۵.اگر توزیع احتمال زوج (X, Y) بصورت روبرو باشد.

Y \ X	۱	۲
۱	$\frac{۱}{۸}$	$\frac{۱}{۸}$
۲	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$

الف.توزیع احتمال شرطی x را وقتی که $y = i;\ i = ۱, ۲$ بدست آورید

ب. آیا x و y از هم مستقل هستند؟

ج. مطلوب است. $P(XY \le ۳)$, $P(X + Y > ۱)$, $P(\frac{X}{Y} > ۱)$