

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام علی^(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.

۱. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. هر ماتریس قطری متقارن است.
ب. برای هر ماتریس مربع A ، AA' متقارن است.
ج. برای هر ماتریس A ، $A - A'$ پادمتقارن است.
د. اگر ماتریس A پادمتقارن باشد، برخی عناصر قطر اصلی آن صفر نیست.

۲. کدام گزینه درست است؟

- الف. اگر ماتریس $A + B$ وارون پذیر باشد، A و B وارون پذیر هستند.
ب. اگر ماتریس‌های A و B وارون پذیر باشند، $A + B$ وارون پذیر است.
ج. وارون پذیری $A + B$ ارتباطی با وارون پذیری A و B ندارد.
د. اگر A و B وارون پذیر نباشند، $A + B$ وارون پذیر نیست.

۳. کدام گزینه صحیح است؟

- الف. هر ماتریس مربع هم ارز سطری یک ماتریس قطری است.
ب. دستگاه $AX = 0$ همواره جوابی غیر صفر دارد.
ج. اگر $A \stackrel{R}{\cong} B$ آنگاه A وارون پذیر است اگر و تنها اگر B وارون پذیر باشد.
د. برخی از ماتریس‌های مقدماتی وارون پذیر هستند.

۴. کدام یک از ماتریس‌های زیر یک ماتریس مقدماتی نیست؟

$$\text{ب. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k} \end{bmatrix}$$

$$\text{الف. } \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ k & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{د. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{ج. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۵. کدامیک از مجموعه‌های زیر زیرفضایی از R^3 است؟

- الف. $\{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 \geq 0\}$
ب. $\{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 \leq 0\}$
ج. $\{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 = 0\}$
د. $\{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1, x_2 \geq 0\}$

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
روشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۶. بعد فضای تولید شده توسط مجموعه $X = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 1)\}$ برابر است با:

- الف. ۴ ب. ۳ ج. ۲ د. ۱

۷. مختصات بردار $X = 4t^2 - 3t + 1$ نسبت به پایه مرتب $T = [(t^2 - 1), 2t, (t + 1)]$ کدام است؟

- الف. $[x]_T = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ ب. $[x]_T = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}$
ج. $[x]_T = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ د. $[x]_T = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$

۸. رتبه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ برابر است با:

- الف. ۳ ب. ۴ ج. ۲ د. ۱

۹. تحت ضرب داخلی $X \cdot Y = x_1 y_1 - x_1 y_2 - x_2 y_1 + 2x_2 y_2$ در R^2 طول بردار $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ برابر است با:

- الف. ۵ ب. $\sqrt{5}$ ج. ۴ د. ۲

۱۰. تحت ضرب داخلی متعارف مقید بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ روی بردار $\vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- الف. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ 3 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

۱۱. بعد هسته تبدیل خطی $L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_1 - 2x_2 \end{bmatrix}$ برابر است با:

- الف. ۳ ب. ۲ ج. صفر د. ۱

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۲. در تبدیل خطی $L: R^2 \rightarrow R^3$ با ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $L\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}\right)$ برابر است با:

الف. $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

۱۳. فضای برداری $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \mid a, b, c \in R \right\}$ با کدام یک از فضاهای زیر یک ریخت است؟

الف. R ب. R^2 ج. R^3 د. R^4

۱۴. در تبدیل $L: \rho_p \rightarrow R$ مقدار a چقدر باشد تا $f(t) = t^p + at + 1$ در $L(f) = \int_0^1 f(t)dt$ هسته L قرار گیرد؟

الف. $\frac{4}{3}$ ب. $-\frac{8}{3}$ ج. $-\frac{4}{3}$ د. $-\frac{3}{8}$

۱۵. کدام گزینه نادرست است؟

الف. اگر تبدیل خطی $L: V \rightarrow W$ وارون پذیر باشد، آنگاه $\dim v = \dim w$

ب. هرگاه $L: R^n \rightarrow R^n$ یک تبدیل خطی $1-1$ باشد وارون پذیر است.

ج. هرگاه $L: R^n \rightarrow R^n$ یک تبدیل خطی پوشا باشد، وارون پذیر است.

د. هر تبدیل خطی از R^n به R^n وارون پذیر است.

۱۶. کدام گزینه نادرست است؟

الف. وارون هر ماتریس بالا مثلثی نامنفرد یک ماتریس بالا مثلثی است.

ب. اگر $AB = I$ آن گاه $|A| \neq 0$ و $|B| \neq 0$ (A و B مربع هستند).

ج. اگر رتبه ماتریس $n \times n$ ، A برابر n باشد، آنگاه $|A| = 0$

د. دترمینان هر ماتریس مقدماتی مخالف صفر است.

۱۷. کدام گزینه درست است؟

الف. دترمینان ماتریس‌های مقدماتی برابر ۱ یا -1 است.

ب. جایگشت $(4 \ 2 \ 5 \ 3 \ 1)$ یک جایگشت زوج در S_5 است.

ج. اگر A یک ماتریس قطری باشد، آنگاه دترمینان A برابر حاصل ضرب عناصر قطری A است.

د. تابع دترمینان یک تبدیل خطی از فضای ماتریس‌های $n \times n$ به R است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ حاصل ضرب مقادیر ویژه A برابر است با:

- الف. ۶- ب. ۴- ج. ۸ د. ۲

۱۹. P ماتریس متعامد و زاویه بین دو بردار X و Y برابر 30° است. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. زاویه بین PX و PY برابر 30° است. ب. $|X|$ برابر $|PX|$ است.
ج. $PP' = I$ د. زاویه بین PX و PY برابر 90° است.

۲۰. هرگاه A یک ماتریس متقارن مثبت معین باشد، کدام گزینه درست است؟

- الف. نیمه درایه‌های آن مثبت هستند. ب. برخی از درایه‌های آن مثبت هستند.
ج. نیمه مقادیر ویژه آن مثبت هستند. د. برخی مقادیر ویژه آن مثبت هستند.

سؤالات تشریحی

۱. نشان دهید که ماتریس مربع A وارون پذیر است اگر و تنها اگر معادله $AX = b$ جواب یکتا داشته باشد که در آن b یک ماتریس ستونی مفروض است. (۱ نمره)

۲. فرض کنید $X = \{x_1, \dots, x_k\}$ مجموعه‌ای از بردارهای غیرصفر از فضای برداری V باشد. نشان دهید که X وابسته خطی است اگر و تنها اگر یکی از اعضای X یک ترکیب خطی از بردارهای ماقبل از خود باشد. (۱/۵ نمره)

۳. ماتریس ضرب داخلی در P_p را نسبت به پایه مرتب $T = [\alpha_1, \alpha_p, \alpha_s]$ به دست آورید که در آن $\alpha_1 = t$ ، $\alpha_p = t$ و $\alpha_s = t^2$ است و $f \cdot g = \int_0^1 f(t)g(t) dt$. (۲ نمره)

۴. در تبدیل خطی $L: R^p \rightarrow R^p$ هسته L را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

$$L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_p \\ 2x_1 + x_p \end{bmatrix}$$

نشان دهید که L وارون پذیر است. قانون L^{-1} را تعیین کنید.

۵. نشان دهید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ قطری شدنی است. فضای ویژه متناظر با یکی از مقادیر ویژه را تعیین کنید.

(۱ نمره)