

نام درس : آنالیز ریاضی ۱

تعداد سوالات : تستی: ۲۰ تشریحی: ۶

رشته تحصیلی / کد درس: آمار-آمار ریاضی (۱۱_۱۱_۰۸۷) آموزش ریاضی (۱۱_۱۱_۲۸۶) ریاضی (کاربردی - محض) (۱۱_۱۱_۰۳۸) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۵
آزمون: نیمسال دوم ۸۹-۹۰

کد سری سوال: یک - ۱

۱. کدام یک از گزینه‌های زیر خاصیت ارشمیدسی اعداد را بیان می‌کند؟

الف $\exists y > 0, \forall \lambda \in R, \forall n \in N : (n\lambda \leq y)$ ب $\forall x > 0, \forall \lambda \in R, \exists n \in N : (nx > \lambda)$ ج $\exists y > 0, \forall n \in N : (ny \leq 1)$ د $\forall \lambda > 0, \forall n \in N : (n\lambda > 1)$ ۲. مجموعه $A = \left\{ 2 + \frac{1}{n} \mid n \in N \right\}$ را در نظر بگیرید. آنگاه $\sup A - \inf A$ برابر است با...

الف ۱

ب ۳

ج ۰

د ۲

۳. مجموع حد بالا و حد پائین دنباله $\left\{ \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n \cos n\pi \right\}$ برابر با کدام گزینه است؟

الف -e

ب e

ج ۲e

د ۰

۴. کدام یک از سریهای زیر همگرا است؟

الف $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n}$ ب $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ج $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ د $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

۵. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

الف هر مجموعه نامتناهی دارای یک نقطه ی انباشتی است

ب بازه $(0, 1)$ مجموعه ای فشرده است.

ج اشتراک دلخواه مجموعه‌های بسته، مجموعه‌ای بسته است.

د اشتراک دلخواه مجموعه‌های باز، مجموعه ای باز است.

نام درس : آنالیز ریاضی ۱
رشته تحصیلی / کد درس : آمار - آمار ریاضی (۱۱-۱۱-۰۸۷) آموزش ریاضی (۱۱-۱۱-۲۸۶) ریاضی (کاربردی - محض) (۱۱-۱۱-۰۳۸) (زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۵
آزمون: نیمسال دوم ۸۹-۹۰
تعداد سوالات : تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
کد سری سوال: یک - ۱

۶. هر همسایگی، یک مجموعه ی ...

- الف کامل است
ب بسته است
ج فشرده است
د باز است

۷. در فضای متریک گسسته (M, d) همه ی زیرمجموعه ها...

- الف نه باز و نه بسته اند
ب بسته اند
ج باز اند
د هم باز و هم بسته اند

۸. در فضای متریک (M, d) اگر F مجموعه ای فشرده و K مجموعه ای بسته باشد آنگاه

- الف $F \cup K$ فشرده است
ب $F \times K$ فشرده است
ج $F \cap K$ فشرده است.
د $F - K$ فشرده است

۹. کدام یک از قضایای زیر بیان می کند که هر زیر مجموعه بسته و کراندار R^k فشرده است؟

- الف پوششی لیندلف
ب بولتسانو - وایرستراس
ج اشتراک کانتور
د هاینه - بورل

۱۰. کدام گزینه صحیح است؟

- الف اگر A همبند باشد آنگاه \overline{A} نیز همبند است.
ب هر مجموعه فشرده، همبند است.
ج بازه $[0, 1]$ با متریک گسسته همبند است.
د اگر A همبند باشد آنگاه $A \cup B$ نیز همبند است.

۱۱. در یک مجموعه ی کامل...

- الف همه دنباله ها همگرا هستند
ب هر زیر مجموعه ی آن باز است.
ج هر دنباله ی کشی واگرا است.
د هر دنباله کوشی همگراست.

نام درس : آنالیز ریاضی ۱

تعداد سوالات : تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار-آمار ریاضی (۱۱-۱۱-۰۸۷) آموزش ریاضی (۱۱-۱۱-۲۸۶) ریاضی (کاربردی-محض) (۱۱-۱۱-۰۳۸) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۵
 آزمون: نیمسال دوم ۸۹-۹۰
 کد سری سوال: یک - ۱

۱۲. کدام یک از توابع زیر در نقاط اصم دارای حد است؟

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \notin Q \\ \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n}, (m, n) = 1, \quad m, n \in N \end{cases} \quad \text{الف}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & x \in Q \\ 4-x & x \notin Q \end{cases} \quad \text{ب}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in Q \\ 1 & x \notin Q \end{cases} \quad \text{ج}$$

$$f(x) = \begin{cases} \tan x & x \in Q \\ \cot x & x \notin Q \end{cases} \quad \text{د}$$

۱۳. اگر F یک تابع پیوسته باشد آنگاه...

الف مجموعه های همبند را به مجموعه های همبند می نگارد.

ب مجموعه های بسته را به مجموعه های بسته می نگارد.

ج مجموعه های باز را به مجموعه های باز می نگارد.

د مجموعه های باز را به مجموعه های بسته می نگارد.

۱۴. اگر $A \subseteq R$ مجموعه ای نافرده باشد آنگاه...الف هر تابع کراندار بر A پیوسته یکنواخت است.ب هر تابع پیوسته بر A پیوسته یکنواخت است.ج هر تابع پیوسته و کراندار در A ماکسیمم دارد.د تابعی پیوسته بر A وجود دارد که کراندار نیست.۱۵. هر تابع پیوسته، بر مجموعه A پیوسته ی یکنواخت است اگر...الف A کراندار باشدب A کامل باشدج A فشرده باشدد A همبند باشد

$$۱۶. تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ بر بازه $(0, 1]$...$$

الف پیوسته نیست و پیوسته یکنواخت نیست

ب پیوسته و پیوسته یکنواخت است

ج پیوسته است ولی پیوسته یکنواخت نیست.

د پیوسته نیست ولی پیوسته یکنواخت است

نام درس : آنالیز ریاضی ۱

تعداد سوالات : تستی: ۲۰ تشریحی: ۶

رشته تحصیلی / کد درس: آمار-آمار ریاضی (۱۱-۱۱-۰۸۷) آموزش ریاضی (۱۱-۱۱-۲۸۶) ریاضی (کاربردی-محض) (۱۱-۱۱-۰۳۸) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۵
 آزمون: نیمسال دوم ۸۹-۹۰
 کد سری سوال: یک - ۱

۱۷. کدام یک از توابع زیر روی R مشتق پذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases} \quad \text{الف}$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ 1-x & x \notin Q \end{cases} \quad \text{ب}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases} \quad \text{ج}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in Q \\ 0 & x \notin Q \end{cases} \quad \text{د}$$

۱۸. مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{5x})^x$ برابر با کدام گزینه است؟الف e^5

ب بینهایت

ج ۰

د ۱

۱۹. فرض کنید $f'(c) = A$ در این صورت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c-h)}{2h}$ برابر با کدام گزینه است؟الف A

ب ۰

ج $2A$ د $\frac{A}{2}$

۲۰. کدام یک از گزینه های زیر صحیح است.

الف اگر تابع f در نقطه C پیوسته باشد آنگاه پیوسته یکنواخت است.ب اگر تابع f در نقطه C مشتق پذیر باشد آنگاه پیوسته یکنواخت است.ج اگر تابع f در نقطه C مشتق پذیر باشد آنگاه در این نقطه پیوسته است.د اگر تابع f در نقطه C پیوسته باشد آنگاه در این نقطه مشتق پذیر است.

نام درس : آنالیز ریاضی ۱

تعداد سوالات : تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار-آمار ریاضی (۱۱-۱۱-۰۸۷) آموزش ریاضی (۱۱-۱۱-۲۸۶) ریاضی (کاربردی-محض) (۱۱-۱۱-۰۳۸) زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۵
 آزمون: نیمسال دوم ۸۹-۹۰
 کد سری سوال: یک - ۱

سوالات تشریحی

***توجه: از ۶ سوال زیر فقط به ۵ سوال پاسخ دهید

۱. اصل کمال را بیان کرده و ثابت کنید اگر Z_1, Z_2, \dots, Z_n و W_1, W_2, \dots, W_n ، اعدادی مختلط باشند آنگاه $\left| \sum_{i=1}^n z_i \overline{w_i} \right|^2 \leq \sum_{i=1}^n |z_i|^2 \sum_{i=1}^n |w_i|^2$

۲نمره

۲. قضیه هاینه-بورل را نوشته و اثبات کنید. ۲نمره

۳. فرض کنید فضای (M, d) یک فضای متریک کامل باشد. اگر f تابعی پیوسته از M به توی M و عددی مثبت مانند $\alpha < 1$ موجود باشد به طوری که به ازای هر $x, y \in M$ داشته باشیم $d(f(x), f(y)) \leq \alpha d(x, y)$ آنگاه ثابت کنید نقطه‌ای منحصر به فرد مانند c وجود دارد به طوری که $f(c) = c$. ۲نمره

۴. فرض کنید تابع f بر بازه $[a, b]$ دارای مشتق متناهی است و $f(a) = f(b) = 0$. ثابت کنید به ازای هر λ عددی مانند $c \in (a, b)$ وجود دارد به طوری که $f'(c) = \lambda f(c)$. ۲نمره

۵. اگر دنباله $\{a_n\}$ از بالا کراندار و $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ موجود باشد آنگاه ثابت کنید :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \overline{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}$$

۲نمره

۶. در زیر اثباتی برای فشردگی بودن بازه $(0, 1]$ آورده شده است. اما می دانیم که این بازه فشردگی نیست. همراه با توضیح ایراد این اثبات را مشخص کنید.

اثبات: برای اثبات فشردگی باید پوشش بازی برای این مجموعه در نظر گرفته و ثابت کنیم این پوشش باز دارای یک زیر پوشش متناهی است. مجموعه

$A = \left\{ \left(-\frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n} \right); n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \right\}$ پوشش بازی برای این مجموعه است. حال مجموعه های باز $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$ و $\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3} \right)$ که زیر پوششی از A

است را در نظر می گیریم از آنجا که $(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}) \cup (-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \subset (0, 1]$ و چون این زیر پوشش متناهی است پس $(0, 1]$ فشردگی است. ۲نمره