

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۰۰)

۱- $1 \leq a \leq 6$ عدد طبیعی مفروضی است و m و n به ترتیب تعداد یالها و رأسهای گراف مفروض G هستند که در شرط $m \leq 3n - a$ صدق می کنند. با این شرایط کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱. درجه هر رأس G حداقل ۶ است. ۲. G حداقل یک رأس مانند v دارد که $\deg v = 6$.

۳. G حداقل یک رأس مانند v دارد که $\deg v \leq 5$. ۴. درجه هر رأس G حداقل ۷ است.

۲- کدام یک از احکام زیر در مورد ماتریس وقوع یک گراف بدون طوقه در حالت کلی صحیح است؟

۱. مجموع اعداد هر سطر دقیقاً برابر ۲ است.

۲. مجموع اعداد هر ستون دقیقاً برابر ۲ است.

۳. مجموع کل درایه های ماتریس برابر تعداد یالهای گراف است.

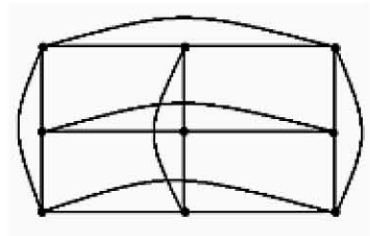
۴. مجموع اعداد هر ستون حداقل برابر ۲ است.

۳- اگر G گرافی مکعبی با $p \geq 6$ رأس باشد آنگاه

۱. p عددی فرد است و G دقیقاً ۲ یال دارد. ۲. p عددی زوج است و G دقیقاً ۲ یال دارد.

۳. p عددی زوج است و G حداقل ۲ یال دارد. ۴. p عددی فرد است و G حداقل ۲ یال دارد.

۴- فرض کنید گراف G به صورت روبرو باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟



۱. $G = K_4 \times K_4$ ۲. $G = K_4 + K_4$ ۳. $G = K_4[K_4]$ ۴. $G = K_4 \cup K_4$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

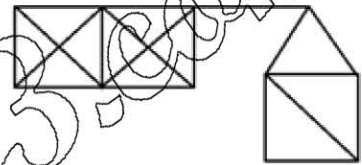
عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۵- در یک گروه دوستی ۶ نفره همواره داریم

۱. ۳ نفر وجود دارند که دو به دو همدیگر را می شناسند.
۲. ۳ نفر وجود دارند که هیچ یک دیگری را نمی شناسد.
۳. یا ۳ نفر وجود دارند که دو به دو همدیگر را می شناسند، یا ۳ نفر وجود دارند که هیچ یک دیگری را نمی شناسد.
۴. ۳ نفر وجود دارند که دو به دو همدیگر را می شناسند و ۳ نفر وجود دارند که هیچ یک دیگری را نمی شناسد.

۶- گراف شکل مقابل دارای چند دسته ماکسیمال است؟



۱. ۶ دسته
۲. ۵ دسته
۳. ۴ دسته
۴. ۷ دسته

۷- کدام گزینه صحیح است؟

$$Spec(K_n) = \begin{pmatrix} n-1 & -1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \quad ۱.$$

$$Spec(K_n) = \begin{pmatrix} n & -1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \quad ۲.$$

$$Spec(K_n) = \begin{pmatrix} n-1 & 1 \\ -1 & n-1 \end{pmatrix} \quad ۳.$$

$$Spec(K_n) = \begin{pmatrix} n & 1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \quad ۴.$$

۸- فرض کنید G یک گراف ۴ رأسی و $\chi(G, \lambda) = \lambda^4 - 5\lambda^2 - 6\lambda + 8$ در این صورت

۱. G دارای ۴ مثلث است.
۲. G دارای ۵ مثلث است.
۳. G دارای ۳ مثلث است.
۴. G دارای ۱ مثلث است.

۹- برای یک گراف k -منظم کدام گزینه صحیح است؟

۱. همواره k یک مقدار مشخصه با درجه تکرار یک است.
۲. قدر مطلق هر مقدار مشخصه حداقل برابر k است.
۳. قدر مطلق هر مقدار مشخصه حداکثر برابر k است.
۴. همواره k یک مقدار مشخصه با درجه تکرار دو است.

۱۰- اگر W ماتریس گردش با سطر اول $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل $\det(W - \lambda I)$ برابر است با

۱. $(-1)^n(\lambda^n - 1)$
۲. $(\lambda^n - 1)$
۳. $(-1)^n(\lambda^n + 1)$
۴. $(\lambda^n + 1)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۱۱- اگر G گراف ساده و k -منظمی با طیف $Spec(G) = \begin{pmatrix} k & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_s \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s \end{pmatrix}$ باشد آنگاه

$$1. \quad Spec(L(G)) = \begin{pmatrix} k-2 & \lambda_1-2 & \lambda_2-2 & \dots & \lambda_s-2 & -2 \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s & m-n \end{pmatrix}$$

$$2. \quad Spec(L(G)) = \begin{pmatrix} 2k-2 & \lambda_1+k-2 & \lambda_2+k-2 & \dots & \lambda_s+k-2 & -2 \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s & m-n \end{pmatrix}$$

$$3. \quad Spec(L(G)) = \begin{pmatrix} 2k-1 & \lambda_1+k-1 & \lambda_2+k-1 & \dots & \lambda_s+k-1 & -1 \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s & m-n \end{pmatrix}$$

$$4. \quad Spec(L(G)) = \begin{pmatrix} k & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_s & -2 \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s & m-n \end{pmatrix}$$

۱۲- عدد اشتراک گراف $k_{3,4}$ برابر است با

۱۲ . ۲

۶ . ۱

۱۱ . ۴

۱۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس باشد، آنگاه G دارای دور هامیلتونی است اگر و تنها اگر برای هر دو رأس غیر مجاور x و y از آن داشته باشیم $\deg x + \deg y \geq n$

۲.

۲. اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس بوده که درجه یک رأس آن حداقل $\frac{n-1}{2}$ باشد، آنگاه G دارای دور هامیلتونی است.

۳. هر گراف دوبخشی دارای دور هامیلتونی است.

۴. اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس بوده و که برای هر دو رأس غیر مجاور x و y از آن داشته باشیم $\deg x + \deg y \geq n$ آنگاه G دارای دور هامیلتونی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

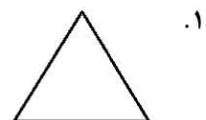
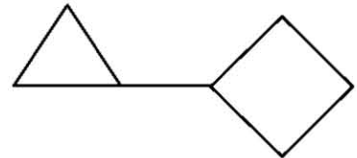
۱۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. برای هر $n \geq 2$ گراف $k_{n,n}$ هامیلتونی نیست.
۲. برای هر $n \geq 2$ گراف $k_{n,n}$ هامیلتونی است ولی $k_{n,n+1}$ هامیلتونی نیست.
۳. برای هر $n \geq 2$ گراف $k_{n,n+1}$ هامیلتونی است.
۴. برای هر $n \geq 2$ گراف $k_{n,n}$ و $k_{n,n+1}$ هامیلتونی نیستند.

۱۵- اگر در گراف همبند G یال x یک پل و v یک رأس برشی باشد آنگاه

۱. برای هر رأس u و w یال x روی هر مسیر بین u و w قرار دارد.
۲. برای هر رأس u و w رأس v روی هر مسیر بین u و w قرار دارد.
۳. رأسهای u و w وجود دارند که رأس v روی هیچ مسیر بین u و w قرار ندارد.
۴. رأسهایی مانند u و w وجود دارند که x روی هر مسیر بین u و w قرار دارد.

۱۶- گراف بلوکی گراف روبرو کدام است؟



۱۷- برای هر گراف همبند G همواره داریم

۲. $k'(G) \leq k(G) \leq \delta(G)$

۱. $k(G) \leq k'(G) \leq \delta(G)$

۴. $\delta(G) \leq k(G) \leq k'(G)$

۳. $\delta(G) \leq k'(G) \leq k(G)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰

۱۸- کدام گزینه صحیح است؟

$$1. \chi(K_n) = n-1 \quad \chi(C_n) = \begin{cases} 2 & n=2k \\ 3 & n=2k+1 \end{cases}$$

همواره داریم:

$$2. \chi(P_n) = 2, \quad \chi(C_n) = 2$$

همواره داریم:

$$3. \chi(K_n) = n, \quad \chi(C_n) = \begin{cases} 2 & n=2k \\ 3 & n=2k+1 \end{cases}$$

همواره داریم:

$$4. \chi(K_n) = n, \quad \chi(C_n) = 3$$

همواره داریم:

۱۹- کدام گزینه صحیح است؟

۱. عدد تقاطع هر گراف ساده کامل برابر صفر و عدد تقاطع $K_{3,4}$ برابر ۲ است.

۲. عدد تقاطع $K_{3,4}$ برابر ۱ است و عدد تقاطع یک درخت همواره برابر صفر است.

۳. عدد تقاطع هر گراف ساده کامل برابر صفر است.

۴. عدد تقاطع یک درخت همواره برابر صفر و عدد تقاطع $K_{3,4}$ برابر ۲ است.

۲۰- در هر گراف مسطح داریم:

۱. لزوماً رأسی با درجه ۴ وجود ندارد ولی این گراف ۴ رنگ پذیر است.

۲. لزوماً رأسی با درجه ۵ وجود ندارد ولی این گراف ۵ رنگ پذیر است.

۳. رأسی با درجه حداکثر ۴ وجود دارد و این گراف ۴ رنگ پذیر است.

۴. رأسی با درجه حداکثر ۵ وجود دارد و این گراف ۵ رنگ پذیر است.

سوالات تشریحی

۲۰۳۳ نمره

۱- الف) فرض کنید p, q, r به ترتیب تعداد راس ها و تعداد یال ها و تعداد ناحیه های یک نمایش گراف همبند و

مسطح G در صفحه، باشد ثابت کنید در این صورت $p - q + r = 2$

اگر شرط همبندی از فرض قضیه حذف گردد و گراف G ناهمبند باشد در این صورت فرمول فوق به چه صورتی خواهد بود.

ب) ثابت کنید اگر G گرافی همبند ساده و مسطح با p راس ($p \geq 3$) و q یال باشد آن گاه

$$q \leq 3p - 6$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

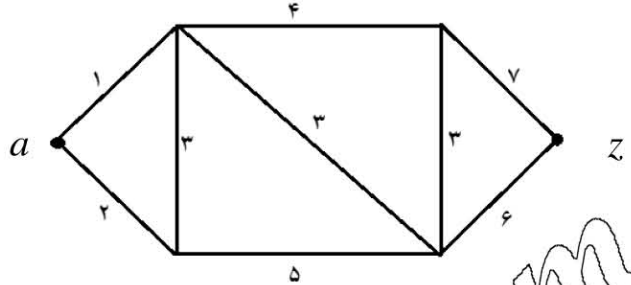
سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

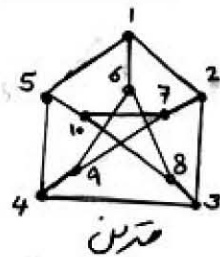
نمره ۱.۱۷

۲- با استفاده از الگوریتم کوتاهترین مسیر بین نقاط a و z را تعیین کنید. مراحل اجرای الگوریتم را بنویسید.



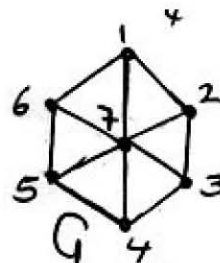
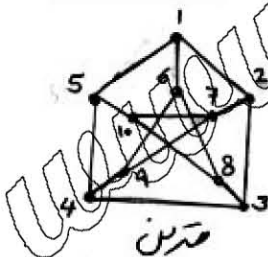
نمره ۱.۱۷

۳- عدد همبندی راسی $k(G)$ و عدد همبندی یالی $k'(G)$ را تعریف نمایید. عدد همبندی راسی و عدد همبندی یالی گراف K_n و پترسن را بیابید.



نمره ۲.۳۳

۴- عدد رنگی (عدد کروماتیک) گرافهای زیر را بیابید



| شماره سوال | وضعیت کلید | پاسخ صحیح | د | ج | ب | الف |
|------------|------------|-----------|---|---|---|-----|
| ۱ | عادی | ج | | X | | |
| ۲ | عادی | ب | | X | | |
| ۳ | عادی | ب | | | X | |
| ۴ | عادی | الف | | | | X |
| ۵ | عادی | ج | | | | X |
| ۶ | عادی | الف | | | | X |
| ۷ | عادی | ب | X | | | |
| ۸ | عادی | ج | | X | | |
| ۹ | عادی | ج | | X | | |
| ۱۰ | عادی | الف | | | | X |
| ۱۱ | عادی | ب | | | | X |
| ۱۲ | عادی | ب | | X | | |
| ۱۳ | عادی | د | X | | | |
| ۱۴ | عادی | ب | | | X | |
| ۱۵ | عادی | د | | | | X |
| ۱۶ | عادی | د | X | | | |
| ۱۷ | عادی | الف | | | X | |
| ۱۸ | عادی | ج | | X | | |
| ۱۹ | عادی | د | X | | | |
| ۲۰ | عادی | د | X | | | |