

تعداد سوالات: تستی: ۲۹ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- در یک نمونه تصادفی n تایی از $N(\theta, 1)$ آماره بسنده برای θ کدام است؟

۱. $\sum_{i=1}^n X_i^2$ ۲. \bar{X} ۳. $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})$ ۴. $\prod_{i=1}^n X_i$

۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد برآوردگر گشتاوری پارامتر θ کدام است؟

۱. $\sum X_i$ ۲. \bar{X} ۳. $\sum X_i$ ۴. $2\bar{X}$

۳- اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد چگالی $|x|$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; 0 < x < \infty$ ۲. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; 0 < x < \infty$ ۳. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; -\infty < x < +\infty$ ۴. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; -\infty < x < +\infty$

۴- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع دوجمله ای منفی با پارامترهای (r, p) باشد، برآوردگر ناریب $\frac{1}{p}$ کدام است؟

۱. $\frac{r}{X}$ ۲. $\frac{X-1}{r-1}$ ۳. $\frac{X}{r}$ ۴. وجود ندارد

۵- فرض کنید X_1 و X_2 و \dots نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ است. در این صورت توزیع $Y = 2X_1 - X_2$ کدام است؟

۱. $N\left(\mu, \frac{4n+3}{n}\sigma^2\right)$ ۲. $N\left(\mu, \frac{4n-3}{n}\sigma^2\right)$ ۳. $N\left(0, \frac{4n-3}{n}\sigma^2\right)$ ۴. $N\left(\mu, \frac{5\sigma^2}{n}\right)$

۶- فرض کنید $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_5$ آماره های ترتیبی (مرتب) نمونه ای تصادفی به حجم ۵ از جامعه ای با چگالی $0 < x < 1$; $f(x) = 2x$ باشند. چگالی میانه نمونه برابر است با:

۱. $60x^3(1-x^2) \quad 0 < x < 1$ ۲. $120x^3(1-2x^2) \quad 0 < x < 1$ ۳. $60x^5(1-x^2)^2 \quad 0 < x < 1$ ۴. $120x^5(1-x^2)^2 \quad 0 < x < 1$

تعداد سوالات: تستی: ۲۹ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

۷- فرض کنید X_i ، $i = 1, 2, \dots, k$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع نرمال با میانگین μ_i و واریانس σ_i^2 باشد. اگر $U = \sum_{i=1}^k \frac{(X_i - \mu_i)^2}{\sigma_i^2}$ باشد، کدام است؟

۴. مربع کای دو

۳. گاما

۲. نرمال

۱. نمایی

۸- اگر $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، $S_k^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{k-1}$ ، $S_{n-k}^2 = \frac{\sum_{i=k+1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-k-1}$ ، کدام است؟
 $\sigma^2 = \frac{k}{n-k} S_k^2 + (n-k-1) S_{n-k}^2$

۴. استیودنت

۳. بتا

۲. نرمال

۱. کی دو

۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی n تایی از توزیع زیر است:

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & x = 1, 2, \dots, \theta \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

که θ مجهول و عددی صحیح و مثبت است. در این صورت آماره بسنده برای θ کدام است؟

۴. وجود ندارد.

۳. \bar{X}

۲. $\max x_i$

۱. $\min x_i$

۱۰- در سوال قبل (سوال ۹) توزیع $\frac{S_k^2}{S_{n-k}^2}$ کدام گزینه است؟

۴. $F_{k, n-k-1}$

۳. $F_{k-1, n-k-1}$

۲. $F_{k, n-k}$

۱. $F_{k-1, n-k}$

۱۱- کدام توزیع زیر عضو خانواده نمایی نیست؟

۲. دو جمله ای

۱. نرمال

۴. یکنواخت

۳. بتا

۱۲- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت $U(0, \theta)$ ، $0 < \theta < \infty$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۲. $X_{(n)}$ آماره بسنده کامل نیست.

۱. $X_{(n)}$ آماره بسنده کامل است.

۴. $X_{(n)}$ آماره بسنده است اما کامل نیست.

۳. $X_{(n)}$ آماره کامل است ولی بسنده نیست.

تعداد سوالات: تستی: ۲۹ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) - ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

۱۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی مستقل از توزیع نمایی به ترتیب با میانگین θ باشند. برآورد به روش گشتاوری (MME) پارامتر مجهول کدام است؟

۱. $X_{(1)}$ ۲. $\frac{1}{\bar{X}}$ ۳. \bar{X} ۴. وجود ندارد.

۱۴- X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آنگاه آماره بسنده توام برای (α, β) کدام است؟

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1}, 0 < x < \beta, \alpha, \beta > 0$$

۱. $\left(\sum_{i=1}^n X_i, X_{(1)} \right)$ ۲. $\left(\prod_{i=1}^n X_i, X_{(n)} \right)$ ۳. $\left(\sum_{i=1}^n X_i, X_{(n)} \right)$ ۴. $\left(\prod_{i=1}^n X_i, X_{(1)} \right)$

۱۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U\left(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}\right)$ باشد. برآوردگر θ به روش گشتاوری (MME) کدام است؟

۱. \bar{X} ۲. $\frac{n+1}{n+2} \bar{X}$ ۳. $\frac{X_{(1)} + X_{(n)}}{2}$ ۴. $\frac{X_{(n)} + X_{(1)}}{2}$

۱۶- اگر U_1, \dots, U_K متغیرهای تصادفی مستقل از توزیع یکنواخت $U(0, 1)$ باشند، توزیع متغیر تصادفی $-2 \sum_{i=1}^K \log U_i$ کدام است؟

۱. F ۲. نرمال ۳. نمایی ۴. کی دو

۱۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال $N(\theta, 1)$ باشد، کران پایین کرامر-رائو برای هر برآوردگر نااریب θ کدام است؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $\frac{\theta}{n}$ ۳. $\frac{4\theta^2}{n}$ ۴. $\frac{\theta^2}{n}$

۱۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال $N(\theta, 1)$ باشد، که در آن $\theta \in [10, \infty)$ برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

۱. \bar{X} ۲. $\text{Min}(10, \bar{X})$ ۳. $\text{Max}(10, \bar{X})$ ۴. $\bar{X} + \frac{10}{n}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۹ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) - ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

۱۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\theta}$ باشد. برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE)

پارامتر $E(X)$ کدام است؟

۱. \bar{X} ۲. $\frac{1}{\bar{X}}$ ۳. $\sqrt{\frac{1}{\bar{X}}}$ ۴. $\sqrt{\bar{X}}$

۲۰- فرض کنید X_1, X_2, X_3 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال استاندارد هستند و $Y = \frac{X_1 + X_3}{2}$ توزیع Y

برابر است با:

۱. $N(0, 1)$ ۲. $N(0, \frac{1}{2})$ ۳. $N(0, \frac{1}{3})$ ۴. $N(0, \frac{1}{4})$

۲۱- اگر X دارای تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{1}{x(1+x^2)}$ باشد، توزیع \bar{X} کدام است؟

۱. کوشی ۲. نرمال ۳. نمایی ۴. کی دو

۲۲- توزیع توام دو متغیر Y, X به صورت $f(x, y) = \begin{cases} a e^{-a(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ است. میانگین $X+Y$ برابر است با:

۱. $\frac{1}{a}$ ۲. $\frac{1}{a^2}$ ۳. $\frac{2}{a}$ ۴. $\frac{1}{2a}$

۲۳- تابع مولد گشتاورهای (X, Y) برابر $\exp[(t_1^2 + t_2^2)/2]$ است. اگر X, Y مستقل باشند، توزیع Y کدام است؟

۱. $N(0, 1)$ ۲. $N(1, 1)$ ۳. کای دو ۴. تی استودنت

۲۴- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ_i باشند، تابع مولد گشتاور $\sum X_i$ کدام گزینه است؟

۱. $\exp \sum \lambda_i (e^t - 1)$ ۲. $\exp \sum \lambda_i e^t$ ۳. $\sum \exp \lambda_i (e^t - 1)$ ۴. $\sum \lambda_i \exp(1 - e^t)$

۲۵- کدام یک از خواص برآوردگرهای ماکسیمم درستنمایی نیست؟

۱. همواره نازیب است. ۲. به طور مجانبی سازگار است. ۳. یکتا نیستند. ۴. به طور مجانبی کارا هستند.

تعداد سوالات: تستی: ۲۹ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷)

۲۶- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی با اندازه n از چگالی زیر باشد:

$$f(x) = \frac{\log(p) p^x}{p-1}, 0 < x < 1, p > 1$$

آماره بسنده برای p کدام است:

۱. \bar{X} ۲. $\prod X_i$ ۳. $\log \prod X_i$ ۴. $\log(X)$

۲۷- اگر X و Y دو متغیر تصادفی باشند که $\text{var}(X.Y)$ وجود داشته باشند در آن صورت امید ریاضی XY برابر است با:

۱. $\mu_X \mu_Y + \text{var}(XY)$ ۲. $\mu_X \mu_Y + \text{var}(X) \text{var}(Y)$ ۳. $\mu_X \mu_Y + \frac{\text{var}(X)}{\text{var}(Y)}$ ۴. $\mu_X \mu_Y + \text{cov}(X, Y)$

۲۸- برای آماره بسنده مینیمال کدام گزینه صحیح است؟

۱. آماره بسنده شامل بیشترین نمونه است که خلاصه سازی را ایجاد می کند.
۲. آماره ای که شامل تمام اطلاعات نمونه است که کمترین خلاصه سازی را ایجاد می کند.
۳. آماره ای شامل کمترین اطلاعات نمونه است که خلاصه سازی را ایجاد می کند.
۴. آماره ای شامل تمام اطلاعات نمونه است که بیشترین خلاصه سازی را ایجاد می کند.

۲۹- چگالی توزیع مربع کای با n درجه آزادی کدام است؟

۱. $\frac{1}{2} \frac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})}, X > 0$ ۲. $\frac{1}{2} \frac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})}, X > 0$
۳. $\frac{1}{2^n \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, X > 0$ ۴. $\frac{1}{2^n} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, X > 0$

تعداد سوالات: تستی: ۲۹ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

سوالات تشریحی

۱.۰۰ نمره

۱- هرگاه توزیع توام X, Y به صورت

$$f_{X,Y}(x,y) = e^{-(x+y)}, \quad x, y > 0$$

باشد توزیع X/Y را بیابید.

۱.۰۰ نمره

۲- قانون ضعیف اعداد بزرگ را بیان و اثبات کنید.

۱.۰۰ نمره

۳- در یک نمونه تصادفی از

$$f(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \theta > 0$$

مطلوبست محاسبه برآوردگر درست‌نمایی ماکزیمم $\frac{\theta}{1+\theta}$.

۱.۰۰ نمره

۴- اگر $X \sim F_{m,n}$ مطلوبست محاسبه EX .

۱.۰۰ نمره

۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\theta, \theta+1)$ باشد. اگر

$$T_1 = \bar{X} - \frac{1}{2}, T_2 = X_{(n)} - \frac{n}{n+1}$$

برآوردگرهای T_1 و T_2 را بیابید.

۱.۰۰ نمره

۶- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت در فاصله $(\theta, \theta+1)$ باشد. در این صورت

آماره بسنده (کافی) θ را بیابید.

۱.۰۰ نمره

۷- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر θ باشد، آنگاه بهترین برآوردگر ناآزاد

(UMVUE) برای $P(X_1 = 0) = e^{-\theta}$ را بیابید.

شماره سوال	الف	ب	ج	د	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
۱		X			ب	عادی
۲				X	ب	عادی
۳				X	ب	عادی
۴		X			ج	عادی
۵			X		ب	عادی
۶				X	ج	عادی
۷			X		د	عادی
۸	X				الف	عادی
۹				X	ب	عادی
۱۰			X		ج	عادی
۱۱		X			د	عادی
۱۲	X				الف	عادی
۱۳		X			ج	عادی
۱۴		X			ب	عادی
۱۵				X	الف	عادی
۱۶		X			د	عادی
۱۷			X		الف	عادی
۱۸			X		ج	عادی
۱۹		X			ب	عادی
۲۰			X		ب	عادی
۲۱	X				الف	عادی
۲۲		X			ج	عادی
۲۳		X			الف	عادی
۲۴	X				الف	عادی
۲۵			X		الف	عادی
۲۶				X	الف	عادی
۲۷				X	د	عادی
۲۸		X			د	عادی
۲۹	X				الف	عادی