

تعداد سؤال: نسی: ۳۰ تکمیلی: — تشریحی: ۶

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۷۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: نظریه محاسبات

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کلاس: ۱۱۱۱۰۷

* دانشجوی گرامی: لطفاً گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بزنید. بدیهی است، مسئولیت این امر برعهده شما خواهد بود.

** این آزمون نمره منفی ندارد.

۱. کدامیک از الگوریتمهای زیر تصمیم ناپذیر است؟

الف. $A_{DFA} = \{ \langle B, W \rangle \mid B \text{ یک DFA بوده که رشته ورودی } w \text{ را می پذیرد} \}$ ب. $A_{CFG} = \{ \langle G, W \rangle \mid G \text{ یک گرامر مستقل از متن است که رشته } w \text{ را تولید می کند} \}$ ج. $A_{TM} = \{ \langle M, W \rangle \mid M \text{ یک ماشین تورینگ بوده و رشته } w \text{ را می پذیرد} \}$ د. $A_{REX} = \{ \langle R, W \rangle \mid R \text{ یک عبارت منظم است که رشته } w \text{ را تولید می کند} \}$

۲. کدامیک از انواع ماشینهای زیر برای پذیرش زبانهای مستقل از متن مناسب نیستند؟ (نمی توانند زبانهای مستقل از متن را بپذیرند.)

الف. NFA

ب. LBA

ج. TM

د. nondeterministic PDA

۳. برای بررسی تولید یک رشته به طول n توسط یک گرامر مستقل از متن که به فرم نرمال چامسکی بیان شده، کافی است اشتقاقهای حداکثر به طول را مورد بررسی قرار دهیم.

الف. $2n$ ب. $2n+1$ ج. $2n-1$ د. n

۴. اگر ساختار (Configuration) یک ماشین تورینگ به شکل $(1011q_701111)$ باشد، کدامیک از قوانین زیر ساختار آن را به $(101q_6101111)$ تغییر می دهد؟

الف. $\delta(q_6, 1) = (q_7, 1, R)$ ب. $\delta(q_7, 1) = (q_6, 1, L)$ ج. $\delta(q_7, 0) = (q_6, 0, R)$ د. $\delta(q_7, 0) = (q_6, 0, L)$

۵. کدامیک از جملات زیر صحیح نیست؟

الف. مجموعه زبانهای تشخیص پذیر تورینگ، زیرمجموعه مجموعه زبانهای تصمیم پذیر تورینگ می باشند.

ب. مجموعه زبانهای تصمیم پذیر تورینگ، زیرمجموعه مجموعه زبانهای تشخیص پذیر تورینگ می باشند.

ج. هر زبان تصمیم پذیر تورینگ، یک زبان تشخیص پذیر تورینگ هم هست.

د. یک زبان تشخیص پذیر تورینگ، ممکن است تصمیم پذیر تورینگ نباشد.

۶. کدامیک از زبانهای زیر، تصمیم پذیر تورینگ نیست؟

الف. $\{ 0^{2^n} \mid n \geq 0 \}$ ب. $\{ a^i b^j c^k \mid k, j, i \text{ ریشه های یک معادله چندجمله ای روی متغیرهای } x \text{ و } y \text{ می باشد} \}$ ج. $\{ w \# w \mid w \in \{0,1\}^* \}$ د. $\{ a^i b^j c^k \mid i \times j = k ; i, j, k \geq 1 \}$

نام درس: نظریه محاسبات

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۱۱۱۱۰۷

تعداد سؤال: نسی: ۳۰ تکمیلی: — تشریحی: ۶

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۷۰ تشریحی: ۹۰

۷. کدامیک از جملات زیر صحیح است؟

- الف. الفبای نوار (Γ) می تواند با الفبای ورودی (Σ) یکسان باشد.
 ب. یک ماشین تورینگ می تواند فقط یک حالت داشته باشد.
 ج. ممکن است هد ماشین تورینگ در دو گام متوالی در موقعیت یکسانی باشد.
 د. یک ماشین تورینگ، همیشه در یکی از حالت‌های پذیرش یا رد توقف می کند.
 ۸. اگر منظور از k -PDA یک آتاماتای پشته‌ای با k پشته باشد، کدامیک از جملات زیر صحیح است؟
 الف. 1 -PDA نمی‌تواند زبانهای مستقل از متن را تشخیص دهد.
 ب. 2 -PDA می‌تواند زبانهای فراتر از زبانهای پذیرفته شده توسط 1 -PDA را بپذیرد.
 ج. 3 -PDA می‌تواند زبانهای فراتر از زبانهای پذیرفته شده توسط 2 -PDA را بپذیرد.
 د. ماشین تورینگ فقط می‌تواند زبانهای پذیرفته شده توسط ماشینهای 1 -PDA را بپذیرد.
 ۹. مجموعه زبانهای تشخیص پذیر تورینگ تحت کدام یک از عملگرهای زیر بسته نیست؟
 الف. اجتماع ب. مکمل ج. ستاره د. اشتراک
 ۱۰. کدامیک از زبانهای زیر، تصمیم پذیر تورینگ است؟

- الف. $\{M \mid LBA \text{ بوده و } L(M) = \emptyset \mid M\}$
 ب. $\{M \mid LBA \text{ بوده و رشته ورودی } w \text{ را می‌پذیرد} \mid M, w\}$
 ج. $\{G \mid CFG \text{ بوده و } L(G) = \Sigma^*\}$
 د. $\{G \text{ و } H \mid \text{دو گرامر مستقل از متن بوده و } L(G) = L(H)\}$
 ۱۱. کدامیک از مسائل زیر، تصمیم‌پذیر است؟ (منظور از PCP مسأله تطابق پست است)
 الف. فقط PCP با الفبای یک عضوی
 ب. فقط PCP با الفبای دو عضوی
 ج. PCP با الفبای بیش از یک عضو
 د. فقط PCP با الفبای یک عضوی و دو عضوی
 ۱۲. کدامیک از مجموعه های زیر، ناشمارا است؟
 الف. مجموعه تمام ماشینهای تورینگ
 ب. مجموعه تمام رشته های روی یک الفبای مشخص (Σ^*)
 ج. مجموعه تمام زبانها روی الفبای (Σ)
 د. مجموعه تمام DFA ها (ماشین‌های با تعداد حالات متناهی)

۱۳. کدامیک از زبانهای زیر، تصمیم پذیر تورینگ نمی‌باشد؟

- الف. $AMBIG_{CFG} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ یک گرامر CFG مبهم است} \}$
 ب. $LINEAR_{CFG} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ یک گرامر CFG خطی است} \}$
 ج. $EQ_{DFA} = \{ \langle A, B \rangle \mid A \text{ یک DFA معادل برای NFA است} \}$
 د. $OPT_{DFA} = \{ \langle A, B \rangle \mid A \text{ یک DFA بهینه برای NFA است} \}$

نام درس: نظریه محاسبات

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۱۱۱۱۰۷

تعداد سؤال: نسی: ۳۰ تکمیلی: — تشریحی: ۶

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۷۰ تشریحی: ۹۰

۱۴. کدامیک از جملات زیر، صحیح می باشند؟

الف. همه زبانها، تشخیص پذیر تورینگ هستند.

ب. همه زبانها، تصمیم پذیر تورینگ هستند.

ج. برخی زبانها، تشخیص پذیر تورینگ نیستند.

د. برخی زبانهای تصمیم پذیر تورینگ، تشخیص پذیر تورینگ نیستند.

۱۵. کدامیک از جملات زیر صحیح نمی باشد؟

الف. مکمل یک زبان تصمیم پذیر تورینگ، حتما یک زبان تصمیم پذیر تورینگ است.

ب. مکمل یک زبان تشخیص پذیر تورینگ، حتما یک زبان تشخیص پذیر تورینگ است.

ج. اگر زبانی تصمیم پذیر تورینگ باشد، مکمل آن حتما یک زبان تشخیص پذیر تورینگ است.

د. اگر یک زبان و مکمل آن تشخیص پذیر تورینگ باشند، حتما آن زبان، تصمیم پذیر تورینگ می باشد.

۱۶. کدامیک از زبانهای زیر، تشخیص پذیر تورینگ مکمل نمی باشد؟

الف. $A_{TM} = \{ \langle M, W \rangle \mid M \text{ رشته } W \text{ را می پذیرد} \}$

ب. $A_{DFA} = \{ \langle B, W \rangle \mid B \text{ یک DFA است که رشته } W \text{ را می پذیرد} \}$

ج. $A_{CFG} = \{ \langle G, W \rangle \mid G \text{ یک گرامر مستقل از متن است که رشته } W \text{ را تولید می کند} \}$

د. $A_{REX} = \{ \langle R, W \rangle \mid R \text{ عبارت منظمی است که رشته } W \text{ را تولید می کند} \}$

۱۷. کدامیک از عبارات زیر، نادرست است.

الف. در ماشین های تورینگ قطعی به ازای هر ورودی، حداکثر یک دنباله محاسباتی وجود دارد.

ب. در ماشین های تورینگ غیر قطعی، به ازای هر ورودی، ممکن است چندین دنباله محاسباتی وجود داشته باشد.

ج. دنباله های محاسباتی پذیرش شونده، متناهی هستند.

د. دنباله های محاسباتی ردشونده، نامتناهی هستند.

۱۸. کدامیک از فرمولهای زیر، جمله یا عبارت (statement) می باشد.

الف. $R_1(x_1) \wedge R_p(x_1, x_p, x_s)$

ب. $\forall x_1 [R_1(x_1) \wedge R_p(x_1, x_p, x_s)]$

ج. $\forall x_1 \exists x_p [R_1(x_1) \wedge R_p(x_1, x_p)]$

د. $\forall x_1 \forall x_p [R_1(x_1, x_p) = R_p(x_p, x_1)]$

۱۹. کدامیک صحیح است؟

الف. اگر $A \leq_m B$ باشد و B تصمیم پذیر باشد، آنگاه A تصمیم ناپذیر است.

ب. اگر $A \leq_m B$ باشد و A تصمیم ناپذیر باشد، آنگاه B تصمیم پذیر است.

ج. اگر $A \leq_m B$ باشد و B تصمیم پذیر باشد، آنگاه A نیز تصمیم پذیر است.

د. هیچکدام

نام درس: نظریه محاسبات

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۱۱۱۱۱۰۷

تعداد سؤال: نسی: ۳۰ تکمیلی: — تشریحی: ۶

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۷۰ تشریحی: ۹۰

۲۰. عبارات مقابل در کدام یک از مدل‌های زیر، درست می‌باشد؟ $\forall y \exists x [R_1(x, x, y)]$

PLUS رابطه‌ای به صورت $PLUS(a, b, c) \equiv a + b = c$ می‌باشد.

الف. $M(N, PLUS)$

ب. $M(Z, PLUS)$

ج. $M(R, PLUS)$

د. $M(N \cup \{0\}, PLUS)$

۲۱. فرض کنید M یک LBA با ۴ حالت و الفبای نوار $\Gamma = \{a, b, c\}$ باشد، تعداد ساختارهای (Configuration) متفاوت از M

برای یک نوار به طول ۳ که نماد آخر آنها حرف c باشد، چه تعداد است؟

الف. ۳۲۴

ب. ۱۰۸

ج. ۴۳۲

د. ۱۴۸

۲۲. کدام یک از زبان‌های زیر، تصمیم‌پذیر می‌باشد؟

الف. $KR = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ یک گراف بدون جهت همبند است} \}$

ب. $CD = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ یک گراف جهتدار همبند است} \}$

ج. $CD = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ یک درخت دودویی کامل است} \}$

د. هر سه زبان تصمیم‌پذیر تورینگ می‌باشند.

۲۳. اگر برای زبان L یک برشمارنده (enumerator) موجود باشد، آنگاه می‌توان نتیجه گرفت که L :

الف. یک زبان تصمیم‌پذیر تورینگ است.

ب. یک زبان تشخیص‌پذیر تورینگ است.

ج. یک زبان تصمیم‌ناپذیر تورینگ است.

د. نمی‌توان اظهارنظری در مورد نوع زبان L نمود.

۲۴. کدامیک از جملات زیر، صحیح است؟

الف. MIN_{TM} تشخیص‌پذیر تورینگ نیست.

ب. MIN_{DFA} تشخیص‌پذیر تورینگ نیست.

ج. MIN_{TM} تصمیم‌پذیر تورینگ است.

د. هیچکدام

۲۵. حداقل تعداد رشته‌های موجود با طول n که فشرده‌پذیر به مقدار c نباشند، کدام است؟

الف. $2^n - 2^{n-c} + 1$

ب. $2^n - 2^{n-c+1} - 1$

ج. $2^n - 2^{n-c} - 1$

د. $2^n - 2^{n-c+1} + 1$

۲۶. کدامیک از عبارات زیر، درست می‌باشد؟

الف. در حالت کلی، الگوریتمی برای تصمیم‌گیری غیرقابل فشرده بودن یک رشته وجود دارد.

ب. راهی برای به دست آوردن رشته‌های طولانی غیرقابل فشرده شدن وجود ندارد.

ج. راهی برای بررسی اینکه یک رشته موجود غیر قابل فشرده سازی باشد، وجود دارد.

د. موارد الف و ج

۲۷. کدامیک از عبارات زیر، صحیح است؟

الف. رابطه \leq_m یک رابطه تعدی است.

ب. رابطه \leq_T یک رابطه تعدی است.

ج. اگر رابطه \leq_m روی A و B برقرار باشد، آنگاه رابطه \leq_T نیز روی A و B برقرار است.

د. هر سه مورد صحیح می‌باشد.

نام درس: نظریه محاسبات

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۱۱۱۱۱۰۷

تعداد سؤال: نسی: ۳۰ تکمیلی: — تشریحی: ۶

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۷۰ تشریحی: ۹۰

۲۸. کدامیک از عبارات زیر در مورد فشردن پذیر می باشد؟

- الف. اگر رشته x فشردن پذیر به مقدار c باشد، آنگاه توصیفی به طول $|x| - c + 1$ برای x وجود دارد.
 ب. اگر حداقل توصیف موجود برای رشته x دارای طولی برابر خود x باشد، آنگاه x قابل فشردن شدن به مقدار یک است.
 ج. اگر x فشردن پذیر به مقدار یک نباشد، آن را غیر قابل فشردن می گوئیم.
 د. همه رشته ها قابل فشردن شدن به مقدار حداقل یک هستند.

۲۹. کدامیک از عبارات زیر، عضو $Th(N, +)$ می باشد؟

- الف. $\forall x \exists y [x + x = y]$ ب. $\exists y \forall x [x + x = y]$ ج. $\forall x \forall y [x + x = y]$ د. هیچکدام

۳۰. کدامیک از عبارات زیر درست است؟

- الف. مسئله توقف پذیری، تصمیم پذیر است.
 ب. $Th(N, +)$ تصمیم پذیر است.
 ج. $Th(N, +, \times)$ تصمیم پذیر است.
 د. $Th(R, +, \times)$ تصمیم پذیر است.

سؤالات تشریحی (هر سؤال یک نمره دارد).

۱. توصیف پیاده سازی یک ماشین تورینگ برای تصمیم گیری زبان زیر روی الفبای $\{0, 1\}$ را ارائه دهید. (۱ نمره)
 $\{ \text{تعداد } 0 \text{ های رشته } w \text{ برابر تعداد } 1 \text{ های رشته } w \text{ است} \mid w \in \{0, 1\}^*$

۲. زبان زیر را در نظر بگیرید: (۱ نمره)

$A = \{ M \mid \text{یک DFA بوده و هیچ رشته ای که تعداد فردی ۱ داشته باشد را نمی پذیرد} \}$

نشان دهید که A تصمیم پذیر است.

۳. «ثابت کنید یک زبان تصمیم پذیر است اگر فقط و اگر تشخیص پذیر تورینگ و تشخیص پذیر تورینگ مکمل باشد» (۱ نمره)

۴. ثابت کنید A_{LBA} تصمیم پذیر است؟ $\{ M \mid \text{یک LBA می باشد که رشته } w \text{ را می پذیرد} \}$ $A_{LBA} = \{ \langle M, w \rangle \}$ (۱ نمره)

۵. قضیه زیر را اثبات کنید. (۱ نمره)

«رشته های غیر قابل فشردن با هر طولی وجود دارند.»

۶. فرض کنید $(N, <)$ یک مدل با مجموعه مرجع N و رابطه "کوچتر از" باشد. نشان دهید که $Th(N, <)$ تصمیم پذیر است. (۱ نمره)