

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۴۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کلاس: ۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴

* دانشجوی گرامی: لطفاً گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بزنید. بدیهی است، مسئولیت این امر برعهده شما خواهد بود.

** این آزمون نمره منفی ندارد.

«توجه: استفاده از ماشین حساب مجاز است.»

۱- کدامیک تعریف ماتریس سه قطری است؟

(الف) $a_{ij} = 0$ برای $|i - j| > 3$ (ب) $a_{ij} = 0$ برای $|i - j| > 1$

(ج) $a_{ij} \neq 0$ برای $i > j + 3$ (د) $a_{ij} \neq 0$ برای $j > i - 1$

۲- اگر X^t ترانواده ماتریس X باشد، آنگاه کدامیک از روابط زیر نادرست است؟

(الف) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$ (ب) $(A + B)^t = A^t + B^t$

(ج) $(AB)^t = B^t A^t$ (د) $(\lambda A)^t = \frac{1}{\lambda} A^t$ برای $\lambda \neq 0$

۳- اگر $tr(X)$ نشاندهنده اثر ماتریس X باشد، کدامیک از گزاره های زیر نادرست است؟

(الف) $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$ (ب) $tr(\lambda A) = \frac{1}{\lambda} tr(A)$

(ج) $tr(AB) = tr(BA)$ (د) $tr(I_n) = n$

۴- کدام گزاره برای ماتریس نامنفرد A نادرست است؟

(الف) $(A^{-1})^{-1} = A$ (ب) $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$

(ج) $(\lambda A)^{-1} = \lambda A^{-1}$ (د) $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$

۵- کدامیک تعریف ماتریس قطر غالب است؟

(الف) $|a_{ii}| \geq \sum_{j \neq i, j=1}^n |a_{ij}|$ (ب) $|a_{ii}| \leq \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$

(ج) $\sum_{i=1}^n |a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$ (د) $\sum_{i=1}^n |a_{ii}| \leq \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۴۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴

۶- کدام گزینه نادرست است؟

الف. اگر A یک ماتریس ناصفر باشد آنگاه $tr(AA^t) > 0$ ب. اگر A یک ماتریس متقارن باشد و $tr(A^2) = 0$ آنگاه $A = 0$ ج. ماتریس قطری D نامنفرد است اگر عناصر روی قطر اصلی آن ناصفر باشند.د. اگر A یک ماتریس پاد متقارن باشد برداری مانند x وجود دارد بطوریکه $x^t Ax > 0$

۷- کدامیک از گزاره های زیر نادرست است؟

الف) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$ (الف) ب) $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$ (ب)ج) $\det(A^n) = n \cdot \det(A)$ (ج) د) $\det(I_n) = 1$ (د)

۸- از گزینه های زیر کدامیک معادل سه گزینه دیگر نیست؟

الف) $\det(A) \neq 0$ (الف) ب) $tr(A) = n$ (ب)ج) سطرهای A مستقل خطی اند (ج) د) ستون های A مستقل خطی اند (د)۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ باشد مقدار $\|A\|_p$ کدام است؟الف. ۲ (الف) ب. ۴ (ب) ج. ۳ (ج) د. $\sqrt{2}$ (د)۱۰- برای بردار $X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ مقدار $\|X\|_1$ کدام است؟

الف) ۵ (الف) ب) ۷ (ب) ج) ۴ (ج) د) -۱ (د)

۱۱- نرم اقلیدسی ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟الف) ۳ (الف) ب) -۳ (ب) ج) $\sqrt{6}$ (ج) د) صفر (د)۱۲- چه تعداد از مقدارهای ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ در بازه $[1, 6]$ قرار می گیرد؟

الف. ۱ (الف) ب. ۳ (ب) ج. صفر (ج) د. ۲ (د)

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۴۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴

۱۳- در روش حذفی گوس $a_{ik}^{(j+1)}$ چگونه محاسبه می شود؟

الف) $a_{ij}^{(k)} - m_{ij}.a_{jk}^{(j)}$ ب) $a_{ik}^{(j)} - m_{ij}.a_{ij}^{(j-1)}$ ج) $a_{ik}^{(j)} + m_{ij}.a_{jk}^{(j)}$ د) $a_{ij}^{(j-1)} + m_{ij}.a_{ij}^{(j)}$

۱۴- در رابطه با عدد شرطی A کدام رابطه همواره برقرار است؟

الف) $C(A) \geq 1$ ب) $C(A) \leq 1$ ج) $C(A) \geq \text{rank}(A)$ د) $C(A) \leq \|A\|$

۱۵- اگر A ماتریس ضرائب و E ماتریس خطای ضرائب X_t جواب واقعی، X_e جواب محاسبه شده دستگاه

$AX = b$ و $C(A)$ عدد شرطی ماتریس A باشد، کدامیک کران بالای خطای نسبی $\frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_e\|}$ خواهد بود؟

الف) $C(A) \frac{\|E\|}{\|A\|}$ ب) $\frac{\|E\|}{C(A) \cdot \|A\|}$ ج) $\frac{\|E\| \cdot \|A\|}{C(A)}$ د) $C(A) \frac{\|A\|}{\|E\|}$

۱۶- اگر ماتریس متقارن مانند A دارای مقادیر ویژه ۲ و ۶- و ۵ و ۴ باشد حاصل $\|A\|_p$ برابر است با:

الف. ۶ ب. ۱۲ ج. صفر د. ۲

۱۷- در روش SOR اگر λ_i ها مقادیر ویژه B باشند، آنگاه مقادیر ویژه T کدامند؟

الف) $1 - w(1 - \lambda_i)$ ب) $w\lambda_i - 1$ ج) $\lambda_i + w(1 - \lambda_i)$ د) $w\lambda_i$

۱۸- کدام گزاره زیر نادرست است؟

الف) مقادیر ویژه ماتریسهای هرمیتی، مختلط محض هستند.

ب) بردارهای ویژه نظیر مقادیر ویژه متمایز یک ماتریس هرمیتی، متعامدند.

ج) مقادیر ویژه ماتریسهای حقیقی و متقارن، حقیقی اند.

د) بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه متمایز، مستقل خطی اند.

۱۹- کدام گزاره درست است؟

الف. دو ماتریس متشابه A و B دارای مقادیر ویژه و بردارهای ویژه یکسانی هستند.ب. مقادیر ویژه هر ماتریس نامنفرد A ، نامنفی هستند.

ج. مقادیر ویژه هر ماتریس معین مثبت، نامنفی هستند.

د. هر ماتریس معین مثبت و متقارن، نامنفرد است.

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۴۰ تشریحی: ۹۰

نام درس: آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۱۱۱۱۰۷۵-۱۱۱۹۰۰۴

۲۰- در روش QR برای تجزیه ماتریس مربع نامنفرد A ، Q و R چگونه ماتریسهای هستند؟

- (الف) R پایین مثلثی و Q قطری
(ب) R بالا مثلثی و Q متعامد
(ج) R متعامد و Q بالا مثلثی
(د) R هسنبرگی و Q سه قطری

سؤالات تشریحی

۱- (الف) خواص یک نرم ماتریسی را بیان کنید. به چه نرمی، نرم طبیعی یا سازگار می گویند؟ (۲ نمره)

(ب) نشان دهید به ازای هر نرم طبیعی $\rho(A) \leq \|A\|$.

۲- دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید: (۲/۵ نمره)

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

ابتدا ماتریس ضرائب را با روش تجزیه کروت به حاصلضرب LU تجزیه کنید و سپس دستگاه را حل کنید.

۳- هر گاه به ازای نرمی $\|B\| < 1$ ، آنگاه دنباله $X^{(k)}$ که با $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$ تعریف می شود، به ازایهر $X^{(0)} \in R^n$ به X همگراست و داریم: (۲/۵ نمره)

$$\|X - X^{(k)}\| \leq \|B\|^k \|X - X^{(0)}\|$$

۴- مقدار ویژه غالب ماتریس زیر را به روش توانی بیابید (روش توانی را تا دو تکرار ادامه دهید) (۲ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}$$

۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ ، بدون محاسبه A^{-1} مقادیر ویژه آن را بیابید. (۱ نمره)