

نام درس: مکانیک تحلیلی ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۳

تعداد کل صفحات: ۴

\* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. دو جرم  $m$  به فاصله ثابت از یکدیگر یکی با سرعت  $v$  در جهت مثبت محور  $x$  و دیگری با سرعت  $v$  در جهت منفی محور  $y$  در حال حرکت اند، سرعت مرکز جرم آنها عبارتست از:

الف.  $\frac{v}{2}\hat{i} - \frac{v}{2}\hat{j}$       ب.  $v\hat{i} - v\hat{j}$       ج.  $-\frac{v}{2}\hat{i} + \frac{v}{2}\hat{j}$       د.  $\frac{v}{2}\hat{i} + \frac{v}{2}\hat{j}$

۲. هر گاه برآیند نیروهای خارجی وارد بر یک سیستم صفر باشد، ...

- الف. شتاب مرکز جرم سیستم ثابت است.      ب. شتاب مرکز جرم سیستم صفر است.  
ج. سرعت مرکز جرم سیستم همواره صفر است.      د. شتاب مرکز جرم سیستم متغیر است.

۳. توپی به جرم  $m$  و سرعت  $v$  عمود به دیواری برخورد کرده و با همان سرعت و در خلاف جهت برمی‌گردد. ضربه وارد به توپ از طرف دیوار برابر است با:

الف. صفر      ب.  $mv$       ج.  $2mv$       د.  $\frac{1}{2}mv$

۴. هرگاه ممان اینرسی یک میله یکنواخت به طول  $l$  و جرم  $m$  نسبت به محوری عمود بر میله که از یک سر آن گذشته است

$I = \frac{1}{3}ml^2$  باشد، ممان اینرسی میله نسبت به محوری که بر میله عمود بوده و از وسط میله گذشته است، کدام است؟

الف.  $\frac{1}{2}ml^2$       ب.  $\frac{1}{3}ml^2$       ج.  $\frac{4}{3}ml^2$       د.  $\frac{1}{12}ml^2$

۵. اگر محور دوران محور اصلی جسم نباشد، ...

الف. جهت بردار  $\vec{L}$  ثابت است.      ب.  $\vec{L}$  صفر است.

ج.  $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$       د.  $\frac{d\vec{L}}{dt} \neq 0$  است.

۶. هر گاه ماتریس ممان اینرسی جسمی نسبت به محور مختصات  $xyz$ ، 
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$
 باشد، ...

الف. محور  $x$  محور اصلی است.

ب. محور  $y$  محور اصلی است.

ج. محور  $z$  محور اصلی است.

د. با داشتن ماتریس ممان اینرسی بالا تشخیص محور اصلی امکان پذیر نیست.

۷. هر گاه جسم صلبی حول محور ثابتی که محور اصلی جسم است با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\vec{\omega}$  دوران کند، ...

الف. گشتاور  $\vec{N}$  ثابت است.      ب. جهت گشتاور  $\vec{N}$  ثابت است.

ج. مقدار گشتاور  $\vec{N}$  ثابت است.      د. گشتاور  $\vec{N} = 0$  ثابت است.

نام درس: مکانیک تحلیلی ۲

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۳

تعداد کل صفحات: ۴

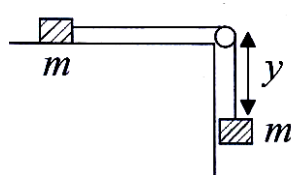
۸. ماتریس ممان اینرسی تمام اجسام صلب:

الف. متقارن است. ب. غیر متقارن است. ج. پاد متقارن است. د. بستگی به جسم صلب دارد.

۹. کدامیک از روابط زیر در تعریف اندازه حرکت تعمیم یافته صحیح است؟

الف.  $\dot{p}_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}$  ب.  $p_k = \frac{\partial L}{\partial q_k}$  ج.  $p_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}$  د.  $p_k = \frac{\partial V}{\partial q_k}$

۱۰. تابع لاگرانژ سیستم مقابل چیست؟ (سیستم بدون اصطکاک است.)



الف.  $L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 - mgy$  ب.  $L = m \dot{y}^2 - mgy$

ج.  $L = m \dot{y}^2 + mgy$  د.  $L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + 2mgy$

۱۱. چگالی جرمی میله نازک غیرهمگن  $AB$  به طول  $l$  به شکل  $\rho = \frac{\rho_0}{l^2} x^2$  متغیر است که  $\rho_0$  عددی ثابت و  $x$  فاصله

یک نقطه از میله نسبت به سر  $A$  می‌باشد، مرکز جرم این میله نسبت به سر  $A$  عبارتست از:

الف.  $\frac{5}{6} l$  ب.  $\frac{3}{4} l$  ج.  $\frac{2}{3} l$  د.  $\frac{1}{2} l$

۱۲. سورتمه‌ای به جرم ۲۰ کیلوگرم روی سطحی افقی بدون اصطکاک با سرعت ثابت  $\frac{m}{s}$  ۳۰ در حال حرکت است. هر گاه

بسته‌ای به جرم ۸۰ کیلوگرم در راستای قائم روی سورتمه بیفتد، سرعت سورتمه چقدر خواهد شد؟

الف.  $\frac{m}{s}$  ۳۰ ب.  $\frac{m}{s}$  ۲۰ ج.  $\frac{m}{s}$  ۱۰ د.  $\frac{m}{s}$  ۶

۱۳. انرژی جنبشی گلوله‌ای به جرم  $m$  که در داخل یک سیکلوئید قائم به معادله  $x = a(\theta + \sin \theta)$  و  $y = a(1 - \cos \theta)$  حرکت می‌کند عبارتست از:

الف.  $ma^2 \dot{\theta}^2 (1 + \cos \theta)$  ب.  $\frac{1}{2} ma^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta$   
ج.  $ma^2 \dot{\theta}^2 \sin \theta$  د.  $2ma^2 \dot{\theta}^2 (1 + \sin \theta)$

۱۴. لاگرانژین سیستمی با دو درجه آزادی (مختصات  $q_1, q_2$ ) به شکل  $L = \dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2 - 2q_1 q_2$  است. هامیلتونین این سیستم چیست؟

الف.  $H = \frac{p_1^2}{4} + p_2^2 - 2q_1 q_2$  ب.  $H = \frac{p_1^2}{4} + \frac{p_2^2}{4} + 2q_1 q_2$   
ج.  $H = \frac{p_1^2}{4} + \frac{p_2^2}{8} + 2q_1 q_2$  د.  $H = p_1^2 + p_2^2 - 2q_1 q_2$

نام درس: مکانیک تحلیلی ۲

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۳

تعداد کل صفحات: ۴

۱۵. هرگاه ماتریس ممان اینرسی (لختی دورانی) یک صفحه مربعی شکل به ضلع  $a$  و جرم  $m$  نسبت به دستگاه مختصات

$$Oxyz \text{ که مبدأ آن یک رأس مربع باشد، عبارتست از ممان اینرسی این صفحه نسبت}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3}ma^2 & -\frac{1}{4}ma^2 & 0 \\ -\frac{1}{4}ma^2 & \frac{1}{3}ma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}ma^2 \end{pmatrix}$$

به قطر مربع که از مبدأ  $O$  می‌گذرد برابر است با:

الف.  $\frac{1}{3}ma^2$  ب.  $\frac{1}{2}ma^2$  ج.  $\frac{2}{3}ma^2$  د.  $\frac{1}{12}ma^2$

۱۶. ماتریس ممان اینرسی جسمی عبارت است از  $I = Ma^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  اگر این جسم حول محور  $Ox$  با سرعت

زاویه‌ای ثابت  $\omega$  دوران کند، اندازه حرکت زاویه‌ای  $\vec{L}$  برابر است با:

الف.  $\vec{L} = 2Ma^2\omega\hat{i} - Ma^2\omega\hat{j}$  ب.  $\vec{L} = Ma^2\omega\hat{i} - Ma^2\omega\hat{j}$   
ج.  $\vec{L} = 2Ma^2\omega\hat{i} - Ma^2\omega\hat{j} + 2Ma^2\omega\hat{k}$  د.  $\vec{L} = Ma^2\omega\hat{i} - 2Ma^2\omega\hat{j}$

۱۷. ماتریس ممان اینرسی یک جک صلب در دستگاه مختصات  $Oxyz$  به شکل  $\begin{pmatrix} I_0 & 0 & 0 \\ 0 & 4I_0 & -\sqrt{3}I_0 \\ 0 & -\sqrt{3}I_0 & 2I_0 \end{pmatrix}$  است که

$I_0$  مقداری ثابت است. اگر بردار  $\vec{r}_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}$  محور اصلی جسم باشد، ممان اینرسی اصلی ( $I_1$ ) متناظر با این محور چیست؟

الف.  $I_0$  ب.  $2I_0$  ج.  $3I_0$  د.  $5I_0$

۱۸. ماتریس ممان اینرسی جسمی در دستگاه مختصات  $Oxyz$  برابر  $I = \begin{pmatrix} 5ma^2 & 0 & 0 \\ 0 & 3ma^2 & -ma^2 \\ 0 & -ma^2 & ma^2 \end{pmatrix}$  است. بردار

سرعت زاویه‌ای این جسم  $\vec{\omega} = \omega\hat{j}$  است. انرژی جنبشی جسم چقدر است؟

الف.  $\frac{1}{2}ma^2\omega^2$  ب.  $\frac{3}{2}ma^2\omega^2$  ج.  $2ma^2\omega^2$  د.  $\frac{5}{2}ma^2\omega^2$

نام درس: مکانیک تحلیلی ۲

تعداد سؤال: ۲۰ نسی تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۳

تعداد کل صفحات: ۴

۱۹. دو نفر انتهای یک میله یکنواخت افقی به طول  $a$  و جرم  $m$  را گرفته‌اند. یکی از آنها ناگهان میله را رها می‌کند، شتاب خطی اولیه سر میله‌ای که رها شده در جهت پائین چقدر است؟

الف.  $\frac{1}{2}g$       ب.  $g$       ج.  $\frac{3}{2}g$       د.  $2g$

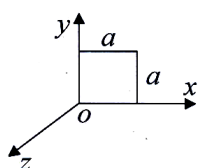
۲۰. برای پی بردن به حرکت جسم صلب در فضا به بردار سرعت زاویه‌ای  $\vec{\omega}$  و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای  $\vec{L}$  جسم توجه می‌کنیم. هر گاه انرژی جنبشی جск صلب دورانی را با  $T$  نمایش دهیم، زاویه بین بردار  $\vec{\omega}$  و  $\vec{L}$  چیست؟

الف.  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{T}{2\omega L}\right)$       ب.  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{T}{\omega L}\right)$   
ج.  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2T}{\omega L}\right)$       د.  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{L\omega}{2T}\right)$

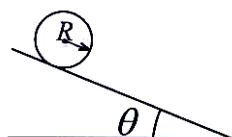
### سؤالات تشریحی

۱. ذره‌ای به جرم  $m$  و با انرژی جنبشی  $E$  به ذره‌ای ساکن و به جرم  $M$  برخورد الاستیک (کشسان) می‌کند. جرم  $m$  پس از برخورد در جهت عمود بر مسیرش منحرف می‌شود، انرژی جنبشی جرم  $M$  را پس از برخورد بدست آورید. (بر حسب  $M, m, E$ )

۲. ماتریس ممان اینرسی صفحه مربع شکلی به ضلع  $a$  و جرم یکنواخت  $m$  را نسبت به دستگاه مختصات  $OXYZ$  بدست آورید. اگر محور  $OZ$  یکی از محورهای اصلی صفحه در نقطه  $O$  باشد، دو محور اصلی دیگر در نقطه  $O$  را مشخص کنید.



۳. دیسکی به جرم  $M$  و شعاع  $R$  روی سطح شیب‌داری به شیب  $\theta$  می‌غلتد و به پائین می‌آید، با استفاده از معادله لاگرانژ: الف. شتاب خطی مرکز جرم دیسک را بدست آورید.



ب. نیروی اصطکاک سطح شیب‌دار، را بدست آورید.

۴. دو جسم به جرمهای  $m, 2m$  به دو فنر مشابه به ضریب ثابت  $k$  مطابق شکل متصلند. سطح تماس بدون اصطکاک است. فرکانس نوسانات سیستم را بدست آورید.

