

نام درس: ریاضی فیزیک (۱)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۱

تعداد کل صفحات: ۴

* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. بردار یک‌ای را بیابید که بر سطح تراز $\phi = x^2 - x \cos(yz)$ در نقطه‌ای به مختصات $P(1, 2, 0)$ عمود و در جهت افزایش ϕ باشد؟

الف. $\frac{\hat{i} + \hat{k}}{\sqrt{2}}$ ب. $\frac{2\hat{i} - 3\hat{k}}{\sqrt{13}}$ ج. $\frac{5\hat{i} - 4\hat{k}}{\sqrt{41}}$ د. \hat{i}

۲. واگرایی تابع $(\vec{r} \cdot \vec{r}^{n-1})$ برابر است با:

الف. $(n-1)r^{n-2}$ ب. $(n+2)r^{n-1}$ ج. صفر د. nr^n

۳. جسم صلبی در صفحه xy حول محور z با سرعت زاویه‌ای ثابت ω دوران می‌کند، سرعت خطی در هر نقطه این جسم در

فاصله \vec{r} از مبدأ از رابطه $\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ بدست می‌آید با فرض اینکه $(\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{r}$ برابر $\vec{\omega}$ باشد، $\nabla \times \vec{V}$ عبارت است از:

الف. $\vec{\omega} \times \vec{r}$ ب. ۳ ج. $2\vec{\omega}$ د. $\vec{\omega}(\nabla \cdot \vec{r})$

۴. میدان مغناطیسی \vec{B} از جریان الکتریکی در حلقه‌ای به شعاع R ایجاد شده است. با استفاده از قضیه استوکس بزرگی

پتانسیل برداری \vec{A} ، $(\vec{B} = \nabla \times \vec{A})$ در حلقه برابر است با: (فرض $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \phi$)

الف. $\frac{\phi}{2\pi R}$ ب. $2\pi R \phi$ ج. $\frac{2\pi R}{\phi}$ د. $\frac{2\pi \phi}{R}$

۵. با فرض اینکه $f(r) = r^5$ است $\nabla^2 f(r)$ برابر است با:

الف. صفر ب. ۱- ج. $5r^4$ د. $30r^3$

۶. اگر رابطه‌های تبدیل بین مختصات دکارتی و مختصات خمیده (u, v, w) به صورت $x = (w+v) \ln u$ و

$y = uvw$ و $z = \sqrt{u+v+w}$ باشند، h_1 برابر است با:

الف. $\sqrt{(\frac{w+v}{u})^2 + (vw)^2 + \frac{1}{2(v+w+u)^2}}$ ب. $\sqrt{(\frac{w+v}{u})^2 + (vw)^2 + \frac{1}{4(v+w+u)^2}}$

ج. $\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ د. $u + v + w$

نام درس: ریاضی فیزیک (۱)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۱

تعداد کل صفحات: ۴

۷. عبارت $\nabla \times f(r) \hat{e}_r$ برابر است با:

الف. $r^2 f(r)$ ب. صفر ج. $rf(r)$ د. $\frac{f(r)}{r^2}$

۸. اگر $\phi(r, \theta) = r^2 \sin \theta$ باشد، $\nabla \phi$ را در مختصات قطبی کروی بدست آورید.

الف. $(4r^3 \sin \theta) \hat{e}_r + (r^3 \cos \theta) \hat{e}_\theta$ ب. $(4r^3 \sin \theta) \hat{e}_r + (r^2 \cos \theta) \hat{e}_\theta$

ج. $(4r^3 \sin \theta) \hat{e}_r - (r^3 \cos \theta) \hat{e}_\theta$ د. $(4r^3 \sin \theta) \hat{e}_r - (r^2 \cos \theta) \hat{e}_\theta$

۹. بردار $\vec{F} = 3y\hat{i} + \hat{j} - z^2\hat{k}$ در مختصات استوانه‌ای دوار و بر حسب بردارهای یک‌ه \hat{e}_ρ ، \hat{e}_ϕ و \hat{k} برابر است با:

الف. $\sin \phi (3\rho \cos \phi) \hat{e}_\rho + \cos \phi \hat{e}_\phi + \hat{k}$

ب. $3 \sin \phi (2\rho \cos \phi) \hat{e}_\rho + (3\rho \sin \phi - 1) \hat{e}_\phi + \hat{k}$

ج. $\sin \phi (3\rho \cos \phi + 1) \hat{e}_\rho + (\cos \phi - 3\rho \sin^2 \phi) \hat{e}_\phi - z^2 \hat{k}$

د. صفر

۱۰. کدامیک از موارد زیر بردار هموردا است؟

الف. گرادیان میدان نرده‌ای ب. سرعت

ج. شتاب د. هیچکدام

۱۱. ضرب برداری سه تانسور A_j^i ، B_k و C_{np}^{lm} تانسوری است با:

الف. رتبه کل ۸، رتبه پادوردای ۴ و هموردای ۴ ب. رتبه کل ۸، رتبه پادوردای ۵ و هموردای ۳

ج. رتبه کل ۷، رتبه پادوردای ۴ و هموردای ۳ د. رتبه کل ۷، رتبه پادوردای ۳ و هموردای ۴

۱۲. تانسور A_{ij} در صورتی پادمتقارن است که:

الف. A_{ij} ب. $-A_{ji}$

ج. $-A_{ij}$ د. A_{ji}

نام درس: ریاضی فیزیک (۱)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۱

تعداد کل صفحات: ۴

۱۳. چنانچه $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & c \\ b-a & d-c \end{bmatrix}$ برقرار باشد، d, b, a, c و d برابرند با:

الف. $a=10, b=0, c=3, d=2$ ب. $a=10, b=30, c=3, d=3$

ج. $a=10, b=0, c=3, d=5$ د. $a=10, b=20, c=3, d=4$

۱۴. کدام گزینه نادرست است؟

الف. عناصر قطری ماتریس پاد متقارن صفر است.

ب. ماتریس مربعی A که با \tilde{A} خود برابر باشد، ماتریس متقارن نامیده می‌شود.

ج. ماتریس قطری تمام عناصر بالا و پایین قطر اصلی آن برابر صفر است.

د. اگر A و B دو ماتریس قطری باشند $AB = BA = A^T = B^T$.

۱۵. اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، وارون این ماتریس برابر است با:

الف. $\begin{bmatrix} 0/4 & -0/1 \\ -0/2 & 0/3 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

۱۶. کدام گزینه نادرست است؟

الف. وارون ماتریس A ، ماتریس A^{-1} می‌باشد اگر و فقط اگر $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ ب. اگر دترمینان ماتریس A مساوی صفر شود آن را ماتریس تکین می‌نامند و وارون آن خودش می‌شود.ج. اگر دو ماتریس A و B وارون داشته باشند $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

د. یک ماتریس مربعی که عناصر بالا یا پایین قطر اصلی آن صفر باشد، ماتریس مثلثی نامیده می‌شود.

۱۷. دترمینان هر ماتریس متعامد برابر است با:

الف. ± 1 ب. صفر ج. $A^{-1} = \tilde{A}$ د. δ_{jk}

۱۸. اگر مجذور یک ماتریس هرمیتی مفروض، ماتریس یکه باشد ویژه مقدارهای ماتریس هرمیتی اصلی برابرند با:

الف. ± 1 ب. صفر ج. 0 و ± 1 د. -1 و $+2$

نام درس: ریاضی فیزیک (۱)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۴

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک - (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۱

تعداد کل صفحات: ۴

۱۹. ویژه مقادیر ماتریس $\begin{bmatrix} ۴ & ۵ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ برابر است با:

- الف. ۵ و ۱ ب. ۵ و ۴ ج. ۵ و -۱ د. ۵ و -۴

۲۰. ماتریس $\begin{bmatrix} ۴ & ۵ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ را قطری کنید:

- الف. $\begin{bmatrix} ۵ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} ۵ & ۰ \\ ۰ & ۴ \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} ۵ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} ۵ & ۰ \\ ۰ & -۴ \end{bmatrix}$

«سؤالات تشریحی»

۱. ثابت کنید $\oint_C \phi d\vec{r} = -\int_S \nabla \phi \times d\vec{s}$

۲. معادله لاپلاس $\nabla^2 \psi = 0$ را در مختصات استوانه‌ای هنگامیکه $\psi = \psi(\rho)$ است، حل کنید.

۳. ثابت کنید $A = \begin{bmatrix} y^2 & -xy \\ -xy & x^2 \end{bmatrix}$ تانسور است.

۴. ویژه مقادیر و ویژه بردارهای متعامد بهنجار متناظر برای ماتریس $A = \begin{pmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۱ \end{pmatrix}$ را بدست آورید؟