

نام درس: آمار ۲

رشته تحصیلی: گرایش: اقتصاد نظری

کد درس: ۱۱۱۷۱۱۸

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۸

ماشین حساب مجاز است

۱- توزیعی که از تقسیم دو توزیع کای - دو بدست می آید چه نامیده می شود؟

الف. نرمال ب. t ج. F د. خی - دو۲- برآورد پارامتر θ در توزیع $\theta \leq x \leq \infty$ ، $f(x) = \frac{1}{\theta}$ به روش حداکثر درست نمایی چقدر است؟الف. \bar{x} ب. $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ج. $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ د. $x_1 + x_2$

۳- اگر حجم نمونه چهار برابر شود طول بازه اطمینان میانگین جامعه چقدر می شود؟

الف. در صورت عدم تغییر شرایط، چهار برابر می شود

ب. $4\bar{x}$ افزایش می یابد

ج. در صورت عدم تغییر انحراف معیار، نصف می شود

د. در صورت عدم تغییر انحراف معیار، دو می شود

۴- u_1, u_2 برآوردکننده های نااریب و مستقل برای پارامتر θ می باشند. مقدار k چقدر باشد تا آماره $T = 3u_1 + ku_2$ برآوردکننده نا اریب برای θ باشد؟

الف. ۲- ب. ۱- ج. ۵/۰ د. ۱۰

۵- به منظور برآورد نسبت در جامعه ای با خطای ۱۰ درصد و ضریب اطمینان ۹۵ درصد، حداقل حجم نمونه مناسب چقدر است؟ ($Z_{0.025} \approx 2$)

الف. ۳۰ ب. ۸۰ ج. ۱۰۰ د. ۴۰۰

۶- توان آزمون یعنی:

الف. به حق فرض H_1 را رد کنیم.ب. به حق فرض H_0 را رد کنیم.ج. به ناحق فرض H_0 را رد کنیم.د. به ناحق فرض H_1 را رد کنیم.۷- از جامعه ای، نمونه ای مستقل و تصادفی (X_1, X_2, X_3, X_4) انتخاب شده است. کدامیک از آماره های زیرکارتر است؟الف. $\frac{x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4}{6}$ ب. $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}$ ج. $\frac{x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4}{8}$ د. $\frac{x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4}{10}$

۸- در دو جامعه آماری با واریانس نا معلوم ولی یکسان، آماره آزمون برای مقایسه میانگین ها، دارای چه توزیعی است؟

الف. F با درجه آزادی $n_1 - 1, n_2 - 1$ ب. کای - دو با درجه آزادی $n_1 + n_2$ ج. t با درجه آزادی $n_1 + n_2 - 2$ د. t با درجه آزادی $n_1 + n_2$

۹- اگر توزیع جامعه نرمال باشد، احتمال اینکه واریانس یک نمونه ۹ تایی بیشتر از ۲ برابر واریانس جامعه باشد

کدام است؟ (χ^2 توزیع کای - دو می باشد).الف. $p(\chi^2 > 20)$ ب. $p(\chi^2 > 12)$ ج. $p(\chi^2 > 13/5)$ د. $p(\chi^2 > 16)$

نام درس: آمار ۲

رشته تحصیلی: گرایش: اقتصاد نظری

کد درس: ۱۱۱۷۱۱۸

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۸

۱۰- وقتی می گوئیم برآورد کننده $\hat{\theta}_1$ به طور مجانبی کاراتر از $\hat{\theta}_p$ است مفهوم آن این است که:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}_1) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}_p) \quad \text{الف.} \quad \text{ب.} \quad E(\hat{\theta}_1) \leq E(\hat{\theta}_p)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(\hat{\theta}_1) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(\hat{\theta}_p) \quad \text{د.} \quad \text{ج.} \quad MSE \hat{\theta}_1 \leq MSE \hat{\theta}_p$$

۱۱- مقدار فروش یک شرکت تجاری که دارای توزیع نرمال است در یک نمونه ۳تایی، ۲۰ و ۲۲ و ۲۱ میلیون تومان بوده است فاصله اطمینان $1 - \alpha$ درصدی برای میانگین فروش کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{الف.} \quad & 21 \pm \frac{2}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2, 2} \quad \text{ب.} \quad 21 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} t_{\alpha/2, 2} \quad \text{ج.} \quad 21 \pm \frac{2}{\sqrt{3}} Z_{\alpha/2} \quad \text{د.} \quad 21 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} Z_{\alpha/2} \end{aligned}$$

۱۲- اگر نمره درس ریاضی ۴ دانشجو در امتحان میان ترم به ترتیب ۱۴ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۴ بوده و در امتحان پایان ترم به ترتیب ۱۵ و ۱۶ و ۱۳ و ۱۶ باشد مقدار آماره آزمون برای بررسی معنی داری تفاضل میانگین نمرات میان ترم و پایان ترم چقدر است؟

$$\text{الف.} \quad 0/86 \quad \text{ب.} \quad 2/52 \quad \text{ج.} \quad 3/23 \quad \text{د.} \quad 3/25$$

۱۳- به منظور مقایسه هزینه مسکن خانوارها نمونه هایی از مناطق مختلف انتخاب شد که نتایج بدست آمده به قرار زیر است: مقدار تابع آزمون (F) چقدر است؟

نوع تغییرات	مجموع مربعات	میانگین مربعات
بین گروهی	۶۴	۱۶
داخل گروهی	۳۶	۲/۴

$$\begin{aligned} \text{الف.} \quad & 6/66 \quad \text{ب.} \quad 3/54 \quad \text{ج.} \quad 6/69 \quad \text{د.} \quad 6/36 \end{aligned}$$

۱۴- با توجه به مقادیر سؤال ۱۳ مقدار درجه آزادی کل چقدر است؟

$$\text{الف.} \quad 4 \quad \text{ب.} \quad 10 \quad \text{ج.} \quad 19 \quad \text{د.} \quad 24$$

۱۵- اگر در آزمون فرضیه $H_0: \mu = 10$ در برابر $H_1: \mu \neq 10$ مقدار $\alpha = 0/05$ باشد آنگاه β :

$$\text{الف. به } \mu \text{ بستگی دارد} \quad \text{ب. } 95\% \text{ است} \quad \text{ج. کمتر از } 0/05 \text{ است} \quad \text{د. بیشتر از } 0/05 \text{ است}$$

۱۶- تحقیقی برای مقایسه دوروش آموزشی در دست مطالعه است

دو نمونه مستقل انتخاب و اطلاعات زیر بدست آمده است

مقدار آماره آزمون برای مقایسه میانگین نمرات (وقتی فرض تساوی

واریانس دو جامعه پذیرفته نشده) چند است؟

$$\begin{aligned} \text{الف.} \quad & 0/17 \quad \text{ب.} \quad 0/87 \quad \text{ج.} \quad 47 \quad \text{د.} \quad 107 \end{aligned}$$

روش A	روش B
$n_1 = 13$	$n_2 = 15$
$\bar{x}_1 = 52$	$\bar{x}_2 = 48$
$s_1 = 8$	$s_2 = 16$

نام درس: آمار ۲

رشته تحصیلی: گرایش: اقتصاد نظری

کد درس: ۱۱۷۱۱۸

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۸

۱۷- برای مقایسه نسبت محصولات درجه یک در دو موسسه تولیدی از موسسه اول ۴۰۰ و از موسسه دوم ۱۰۰ واحد محصول انتخاب می شود و مشاهده می گردد در نمونه اول ۳۶۰ محصول و در نمونه دوم ۴۰ محصول درجه یک می باشد در سطح اطمینان ۰/۰۵ آماره آزمون چه مقداری است؟

الف. ۲/۸۵

ب. ۱۱/۸۰

ج. ۱۱/۱۳

د. ۱۵/۲۰

۱۸- بر اساس اطلاعات زیر، آماره آزمون برای آزمون این ادعا که فروش کالا در سه نوع بسته بندی A, B, C دارای احتمال یکسان است کدام است؟

نوع بسته بندی	A	B	C
تعداد کالای فروش رفته	۱۰۰	۸۰	۱۲۰

الف. $\chi^2_{(3)} = 4/7$ ب. $\chi^2_{(3)} = 8$ ج. $\chi^2_{(2)} = 8$ د. $\chi^2_{(2)} = 4/7$

۱۹- ضریب همبستگی $\frac{2}{3} - 5X + 3X$ ، کدام است؟

الف. ۰/۸۲ -

ب. ۰/۲۵ -

ج. ۱۰+

د. ۱-

۲۰- اگر در رگرسیون دو متغیره $Y = b_0 + b_1X + v$ ، شیب منحنی $\hat{b}_1 = 0/5$ و واریانس آن $S^2_{b_1} = 0/04$ باشد.

t محاسبه شده پارامتر برابر است با:

الف. $t = 12/5$ ب. $t = 2/5$ ج. $t = 0/125$ د. $t = 0/04$

نام درس: آمار ۲

رشته تحصیلی: گرایش: اقتصاد نظری

کد درس: ۱۱۱۷۱۱۸

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۸

«سؤالات تشریحی»

۱- به منظور مقایسه میانگین های دو جامعه نرمال، نمونه ای به حجم $n_1 = 4, n_2 = 4$ انتخاب شده است که نتایج آن به صورت زیر است

$$x_{1j} = 10, 12, 8, 14, \quad x_{2j} = 8, 7, 6, 11$$

یک فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای نسبت واریانس ها بدست آورید؟ $(F_{0.9/4,3,3} = 15/439)$

۲- فرض کنید از جامعه ای با $\sigma^2 = 9$ ، نمونه ای به حجم $n = 70$ انتخاب شده است. می خواهیم فرضیه زیر را آزمون کنیم:

$$H_0: \mu \geq 15, \quad H_1: \mu < 15$$

$$Z_{0.05} = 1/64$$

اگر بر اساس نتایج نمونه $\bar{x} = 13/8$ به دست آمده باشد فرضیه بالا را در سطح $\alpha = 0.05$ آزمون کنید.

x	۲	۳	۴	۵	۶
y	۴	۲	۸	۶	۱۰

۳- مشاهدات مربوط به دو متغیر X, Y به صورت زیر است:

آیا ضریب همبستگی بین X, Y معنا دار است؟ $(r_{0.9/4,3} = 0/8783)$

۴- در نمونه ای ۲۰۰ تایی مقادیر زیر بدست آمده است:

$$\sum x_i = 2000, \quad \sum y_i = 1000$$

$$\sum x_i^2 = 60000, \quad \sum y_i^2 = 7000, \quad \sum x_i y_i = 20000$$

الف. ضرایب رگرسیون Y روی X را برآورد کنید.

ب. TSS, ESS, RSS را محاسبه نمایید.

ج. ضریب تعیین را محاسبه کنید.

۵- جدول فراوانی تجربی زیر را در نظر بگیرید:

	بله	خیر
کارمند	۱۰۰	۴۰۰
آزاد	۳۰۰	۲۰۰

آیا کافی بودن در آمد مستقل از نوع شغل است؟

$$\chi^2_{0.05,1} = 3/84, \quad \chi^2_{0.05,2} = 5/99$$

نام درس: آمار ۲

رشته تحصیلی: گرایش: اقتصاد نظری

کد درس: ۱۱۱۷۱۱۸

تعداد سؤال: ۲۰ نیمی تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۸

فرمولهای درس آمار و احتمال ۲ رشته اقتصاد

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\delta}{\sqrt{n}}} \quad t_{n-1} = \frac{Z_{\bar{X}}}{\sqrt{\frac{\chi_{n-1}^2}{n-1}}} \quad t_{n-1} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$F_{n_1-1, n_p-1} = \frac{\delta_p^2}{\delta_1^2} \times \frac{S_1^2}{S_p^2} \quad V(\hat{\theta}) = \frac{1}{E\left[\frac{\Delta}{\Delta\theta} \ln f(x, y)\right]^2}$$

$$MSE = E(\hat{\theta} - \theta)^2$$

$$P\left(\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_p) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_p^2}{n_p}} < \mu_1 - \mu_p < (\bar{X}_1 - \bar{X}_p) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_p^2}{n_p}}\right] = 1 - \alpha$$

$$\varepsilon_1 = t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \quad P[\bar{X} - \varepsilon < \mu < \bar{X} + \varepsilon] = 1 - \alpha$$

$$\varepsilon_p = t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1+n_p-2} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_p}} \quad P[\bar{X} - \varepsilon < \mu < \bar{X} + \varepsilon] = 1 - \alpha$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_p-1)S_p^2}{n_1 + n_p - 2} \quad P\left[\frac{(n_1-1)S_p^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1}^2} < \sigma^2 < \frac{(n_1-1)S_p^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, n_1-1}^2}\right] = 1 - \alpha$$

نام درس: آمار ۲

رشته تحصیلی: گرایش: اقتصاد نظری

کد درس: ۱۱۱۷۱۱۸

تعداد سؤال: ۲۰ نیمی تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۸

$$P\left[\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{p}, n_p-1, n_1-1}} \cdot \frac{S_p^p}{S_1^p} < \frac{\sigma_p^p}{\sigma_1^p} < F_{1-\frac{\alpha}{p}, n_1-1, n_p-1} \cdot \frac{S_p^p}{S_1^p}\right] = 1 - \frac{\alpha}{p}$$

$$\mathcal{E} = Z_{1-\frac{\alpha}{p}} \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_p(1-\hat{P}_p)}{n_p}} \quad P[(\hat{P}_1 - \hat{P}_p) - \varepsilon < P_1 - P_p < (\hat{P}_1 - \hat{P}_p) + \varepsilon] = 1 - \alpha$$

$$t_{n-1} = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} \quad T = \sum_i \sum_j x_{ij} \quad Q = \sum_i \sum_j x_{ij}^p$$

$$SS_T = Q - \frac{T^p}{n} \quad SS_B = \sum_i \frac{T_i^p}{n_i} - \frac{T^p}{n} \quad SS_E = SS_T - SS_B$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^r \frac{T_{ij}^p}{k} - \frac{T^p}{rk} \quad SS_A = \frac{\sum_{i=1}^k T_{i\cdot}^p}{r} - \frac{T^p}{rk}$$

$$SS_E = SS_T - SS_A - SS_B \quad \chi_{k-1}^p = \frac{1}{\hat{q}} \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - m'_i)^p}{m'_i}$$

$$\chi^p = \sum_{i=1}^{s'} \sum_{j=1}^{r'} \frac{(m_{ij} - m'_{ij})^p}{m'_{ij}} \quad c = \sqrt{\frac{\chi^p}{\chi^p + N}} \quad r = \sqrt{\frac{\chi^p}{n \times \min(s-r, r-1)}}$$

$$Z_u = \frac{u - \frac{n_1 n_p}{p}}{\sqrt{\frac{n_1 n_p (n_1 + n_p + 1)}{1 \cdot p}}} \quad H = \frac{1 \cdot p}{n(n+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^p}{n_i} - p(n+1)$$

نام درس: آمار ۲

رشته تحصیلی: گرایش: اقتصاد نظری

کد درس: ۱۱۱۷۱۱۸

تعداد سؤال: ۲۰ نسبی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نسبت تشریحی ۶۰ نسبت

تعداد کل صفحات: ۸

$$r = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{(\sum X^2 - n \bar{X}^2)(\sum Y^2 - n \bar{Y}^2)}} \quad t_{n-2} = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} \quad Z = \frac{r - p_0}{\sqrt{\frac{1-p_0^2}{\sqrt{n}}}}$$

$$r_s = 1 - \frac{\sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad d_i = r_i - s_i \quad Z_{rs} = \sqrt{n-1} r_s$$

$$\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i \quad \hat{\beta} = \beta + \sum w_i u_i \quad w_i = \sum \left[\frac{x_i - \bar{x}}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right]$$

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = TSS \quad \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = ESS \quad \sum (y_i - \hat{y})^2 = RSS$$

نام درس: آمار ۲

رشته تحصیلی: گرایش: اقتصاد نظری

کد درس: ۱۱۱۷۱۱۸

تعداد سؤال: ۲۰ نسی تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۸

$$R^r = \frac{ESS}{TSS}$$

$$V(\hat{\beta}) = \frac{1-r^r}{r^r} \cdot \frac{\hat{\beta}}{n-r}$$

$$t_{n-r} = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\sigma}_u \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^r}{\sum (X_i - \bar{X})^r}}}$$

$$\varepsilon_1 = t_{1-\frac{\alpha}{r}, n-r} \cdot \hat{\sigma}_\alpha \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}}{\sum (X_i - \bar{X})^r}}$$

$$\hat{\alpha} - \varepsilon < \alpha < \hat{\alpha} + \varepsilon$$

$$\varepsilon_r = t_{1-\frac{\alpha}{r}, n-r} \cdot \frac{\hat{\sigma}_\alpha}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^r}}$$

$$\hat{\beta} - \varepsilon < \beta < \hat{\beta} + \varepsilon$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \hat{X}_1 - \hat{\beta}_r \hat{X}_r$$

$$F = \frac{n-k}{k-1} \times \frac{R^r}{1-R^r}$$

$$ESS = \hat{\beta}_1 \sum (x_{ii} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y}) + \hat{\beta}_r \sum (x_{ij} - \bar{x}_r)(y_i - \bar{y})$$

$$RSS = TSS - ESS$$

$$r_{1y,r} = \frac{y_{1y} - r_{ry}r_{1r}}{\sqrt{(1-r_{ry}^r)(1-r_{1r}^r)}}$$

$$r_{1y,r} = \frac{y_{ry} - r_{1y}r_{1r}}{\sqrt{(1-r_{1y}^r)(1-r_{1r}^r)}}$$

$$r_{1r,y} = \frac{r_{1r} - r_{1y}r_{ry}}{\sqrt{(1-r_{1y}^r)(1-r_{ry}^r)}}$$

$$R^r = r_{ry,1}^r + (1-r_{ry}^r)r_{1y,r}^r$$

$$V(\hat{y}_i) \hat{\sigma}_u^r \left[\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^r}{\sum (x_i - \bar{x})^r} \right]$$

$$\hat{X}' = (\bar{X}_1, \bar{X}_r)$$

$$\hat{\Sigma} = S = \begin{bmatrix} s_{11}^r & s_{1r}^r \\ s_{r1}^r & s_{rr}^r \end{bmatrix}$$