

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: توابع مختلط
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی
کلاس: ۱۱۱۱۰۴۴

* دانشجوی گرامی: لطفاً گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بزنید. بدیهی است، مسئولیت این امر برعهده شما خواهد بود.

* * این آزمون نمره منفی ندارد.

۱. اگر $z = e^{i\pi}$ باشد آنگاه $(1-i)^z$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{i}$ ب. $\frac{1+i}{2}$ ج. $1+i$ د. $\frac{1-i}{2}$

۲. اگر $z = \frac{i-1}{2i}$ ، آنگاه قسمت حقیقی z کدام است؟

الف. ۱ ب. $\frac{i}{2}$ ج. $\frac{1}{2}$ د. ۲

۳. کدام گزینه غلط است؟

الف. $-1 \leq \frac{\operatorname{Re} z}{|z|} \leq 1$ ب. $-1 \leq \frac{\operatorname{Im} z}{|z|} \leq 1$ ج. $-1 \leq \frac{z}{|z|} \leq 1$ د. $\operatorname{Re} z \leq |z|$

۴. اگر $z = 2 + 2i$ آنگاه یک مقدار از $\arg z$ کدام است؟

الف. $\frac{\pi}{4}$ ب. $\frac{\pi}{2}$ ج. π د. $\frac{3\pi}{2}$

۵. اگر $z = (1+i)^{100}$ کدام گزینه صحیح است؟

الف. $\operatorname{Re} z = -2^{50}$ ب. $\operatorname{Im} z = 1$ ج. $\operatorname{Im} z = 2^{50}$ د. $\operatorname{Re} z = 2^{50}$

۶. تابع $f(z) = \bar{z}$ مفروض است آنگاه:

الف. $f(z)$ همه جا ناپیوسته است ب. f فقط در صفر مشتق دارد
ج. f در هیچ نقطه‌ای از \mathbb{C} مشتق ندارد د. f فقط در صفر ناپیوسته است

۷. تابع مختلط f در z_0 تحلیلی است اگر:

الف. f در یک همسایگی محذوف از z_0 مشتق پذیر باشد
ب. f در هر همسایگی محذوف از z_0 مشتق پذیر باشد
ج. f در هر همسایگی از z_0 مشتق پذیر باشد
د. f در یک همسایگی از z_0 مشتق پذیر باشد

۸. یک جواب از معادله $e^{3z-1} = 1$ کدام است؟

الف. $z = e$ ب. $z = \frac{1}{3}$ ج. $z = 0$ د. $z = 1$

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۱۱۱۱۰۴۴

۹. مقدار $\int_C |z| dz$ هرگاه C دایره $|z| = r$ در جهت مثلثاتی باشد کدام است؟

- الف. صفر ب. r^2 ج. $-r^2$ د. یک

۱۰. انتگرال $\int_{|x|+|y|=1} \frac{e^z + z^2 \sin z}{z^3} dz$ کدام است؟

- الف. 2π ب. صفر ج. $\frac{\pi}{2}$ د. πi

۱۱. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. $\sin z$ کراندار نیست ب. $\cos z$ کراندار نیست
ج. $\cos z$ تام و کراندار است د. $\sin z$ تام است

۱۲. کدام گزینه صحیح است؟

الف. هر تابع تام و غیر ثابت کراندار است

ب. هر گاه $f(z)$ بر ناحیه کراندار D تحلیلی و بر \bar{D} پیوسته باشد می نیمم $|f(z)|$ به مرز D تعلق دارد

ج. تابع $|e^z|$ روی مرز میدان $|z| \leq 1$ به می نیمم خودش می رسد.

د. تابع $|\sin z|$ روی مرز میدان $|z| \leq 1$ به می نیمم خودش می رسد.

۱۳. مرتبه ریشه $z=0$ برای تابع $f(z) = 6 \sin z^3 + z^3(z^6 - 6)$ کدام است؟

- الف. صفر مرتبه دهم است ب. صفر مرتبه پانزدهم است.
ج. صفر مرتبه پنجم است د. صفر ساده است

۱۴. تابع غیر صفر $f(z)$ روی میدان D تحلیلی است. در این صورت:

- الف. صفرهای f در هر زیر مجموعه D متناهی است.
ب. صفرهای f روی هر زیر مجموعه فشرده D نامتناهی است.
ج. صفرهای f در روی یک منحنی واقع بر D قرار دارند.
د. صفرهای f روی هر زیر مجموعه فشرده D متناهی است.

۱۵. اگر $f(z) = \frac{\bar{z}}{z}$ ، آنگاه جواب معادله $\operatorname{Im} f(z) = 1$ در صفحه مختلط کدام است؟

- الف. $\operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z$ ب. $\operatorname{Im} z = 0$
ج. $\operatorname{Im} z = -\operatorname{Re} z$ د. $\operatorname{Re} z = 0$

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: توابع مختلط
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی
کد درس: ۱۱۱۱۰۴۴

۱۶. تابع $f(z) = \frac{z}{z-1}$ روی ناحیه $\mathbb{C} - \{1\}$ مفروض است کدام گزینه غلط است؟

الف. تابع $f(z)$ در این ناحیه دارای سری تیلور حول نقطه $z=1$ است.

ب. تابع $f(z)$ روی این ناحیه تحلیلی و دارای یک سری لوران است.

ج. سری لوران تابع $(\frac{1}{z-1} + 1)$ است.

د. $\int_C \frac{z}{z-1} dz = 2\pi i$ (C دایره‌ای بر مرکز ۱ است)

۱۷. کدام گزینه صحیح است؟

الف. اگر $f(z) = \begin{cases} e^z & z \neq 0 \\ 2 & z = 0 \end{cases}$ ، آنگاه نقطه $z=0$ نقطه تکین اساسی f است.

ب. اگر $f(z) = \frac{\cos z}{z^2}$ ، آنگاه $f(z)$ در $z=0$ دارای قطب مرتبه دوم است.

ج. اگر $f(z) = \frac{e^z}{z}$ ، آنگاه نقطه $z=0$ قطب تابع $f(z)$ نیست.

د. تابع $f(z) = \frac{\sin z}{z}$ در نقطه $z=0$ یک قطب ساده دارد.

۱۸. $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ مفروض است کدام گزینه صحیح است؟

الف. $z=0$ برای تابع f قطب است.

ب. $z=0$ برای تابع f تکین بیمایه است.

ج. $z=0$ نقطه تکین اساسی f است.

د. $z=0$ یک قطب از مرتبه ۲ است.

۱۹. $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$ مفروض است کدام گزینه نادرست است؟

ب. $\operatorname{Res}[f, -i] = -\frac{1}{2i}$

الف. $\operatorname{Res}[f, i] = \frac{1}{2i}$

د. $\oint_C f(z).dz = \pi i$ $C: |z|=2$

ج. نقاط $z = \pm i$ قطبهای ساده‌اند.

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۱۱۱۱۰۴۴

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

۲۰. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 4}$ مفروض است کدام گزینه غلط است؟

الف. قطبهای تابع f در نیم صفحه بالایی قرار دارند

ب. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 4} = 2\pi \operatorname{Re} s[f, 1 + \sqrt{3}i]$

ج. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 4} = \frac{\pi}{3}$

د. یک قطب تابع در نیم صفحه پائینی است.

سؤالات تشریحی (بارم هر سوال ۲ نمره)

۱. انتگرالهای زیر را محاسبه کنید.

الف. $\int_{|z|=1} \frac{dz}{(z-1)^3}$ ب. $\int_{|z|=3} \frac{e^z + z}{z-2} dz$

۲. قضیه اصل ماکزیمم قدر مطلق را بیان و اثبات نمائید.

۳. بسط لوران $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ را به ازای $|z| < 1$ و $|z| > 2$ بنویسید.

۴. مانده تابع $f(z) = 1 + \frac{1}{z}$ را در ∞ بیابید.

۵. $\int_0^{\infty} \frac{2x^2 - 1}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$ را محاسبه نمایید.