

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: شیمی

کد درس: ۲۲۱۱۳۱

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

۱. مرتبه معادله دیفرانسیل  $8 \frac{d^3 y}{dx^3} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^2 - 8x^5 = 0$  ، کدام است.

۷.د

۴.ج

۳.ب

۲.الف

۲. کدام تابع، همگن از درجه ۲ نیست.

۷.د.  $x^2 y^2 - x^2$

ج.  $x^2 - y^2$

ب.  $y(x-y)$

الف.  $xy - x^2$

۳.  $f(x) = e^{2x}$  جواب کدام معادله دیفرانسیل است.

د.  $y''' = y'' + y'$

ج.  $y'' + y' = 6y$

ب.  $y' = y$

الف.  $y' = y$

۴. کدام معادله کامل است.

ب.  $x^2 y dx + y^2 x dy = 0$

الف.  $y' = \frac{3x^2 - 2y^2}{4xy - 1}$

د.  $e^{xy} dx + xe^{xy} dy = 0$

ج.  $y'' + y = 0$

۵. معادله مشخصه  $0 = 3y'' - 5y' + 7y - 8$  ، کدام است.

ب.  $3r^3 - 5r^2 + 7r = 0$

الف.  $r^2 = \frac{5}{3}r$

د.  $3r^2 - 5r + 7 = 0$

ج.  $3r^2 - 5r + 7 = 0$

۶. کدامیک، معادله کوشتی - اوپلر است.

ب.  $y''' - x^2 y'' - 7y = 0$

الف.  $x^2 y'' - 3xy' + 5y = 0$

د.  $x^2 y'' + yy' = 0$

ج.  $(1-x^2)y'' + (1+x^2)y' + y = 0$

۷. جوابی از معادله  $y' + \frac{1}{x}y = 0$  که نمودار آن از نقطه (۱,۲) می گذرد کدام است.

د.  $y = 2$

ج.  $y = 2x$

ب.  $y = \frac{2}{x}$

الف.  $y = \frac{1}{x}$

۸. کدامیک معادله ای جدایی پذیر نیست.

ب.  $y' = e^x (1 - y^2)^{\frac{1}{2}}$

الف.  $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$

د.  $3xy^2 y' = 4y^3 - x^2$

ج.  $(\cos^2 x)y' = y^2 (y-1) \sin x$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: شیمی

کد درس: ۲۲۱۱۳۱

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

۹. برای حل معادله  $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$  صرف نظر از ماهیت  $q, p$  کدام روش مورد استفاده قرار می گیرد.

الف. روش ضرائب نامعین

ب. روش تغییر پارامترها

ج. روش کوشی - اوایلر

د. روش فروبنیوس

۱۰. کدام یک معادله بسل از مرتبه صفر است.

الف.  $x^2 y'' + xy' + x^2 y = 0$

ب.  $x^2 y'' + (x^2 - 1)y = 0$

ج.  $y'' + x^2 y = 0$

د.  $y'' + \frac{x^2 - 1}{x^2} y = 0$

۱۱. کدام یک کاربرد عامل انتگرال میان است.

الف. با ضرب کردن آن در یک تابع انتگرال ناپذیر آن تابع به تابعی انتگرال پذیر تبدیل می شود.

ب. با ضرب کردن آن در یک معادله جدایی ناپذیر، معادله جدایی پذیر می گردد.

ج. با ضرب کردن آن در یک معادله غیر کامل، معادله کامل بدست می آید.

د. با ضرب کردن آن در یک معادله غیر خطی، معادله خطی بدست می آید.

۱۲. تابعی را بیابید که تبدیل لاپلاس آن  $F(s) = \frac{ps + 3}{(s+2)(s+1)}$  باشد.

الف.  $e^t - e^{-2t}$

ب.  $e^t + e^{-2t}$

ج.  $e^{-t} + e^{-2t}$

د.  $e^t + e^{2t}$

۱۳. کدام یک نقطه منفرد منظم معادله  $y'' - \frac{2x}{1-x^2} y' + \frac{2y}{1-x^2} = 0$  است.

الف. ۰

ب. ۱

ج. -۱

د. موارد ب و ج

۱۴. برای تبدیل معادله کوشی - اوایلر به معادله خطی درجه دوم کدام تغییر متغیر، مورد استفاده قرار می گیرد.

الف.  $r = \frac{y}{x}$

ب.  $x = e^t$

ج.  $y = \sin t$

د.  $r = xy$

۱۵. معادله مشخصه دستگاه  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 2y \end{cases}$  ، کدام است.

الف.  $m^2 - 6 = 0$

ب.  $m^2 + m - 6 = 0$

ج.  $4m^2 - 2m + 6 = 0$

د.  $m^2 - m - 1 = 0$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: شیمی

کد درس: ۲۲۱۱۳۱

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۶. کدام تبدیل لاپلاس درست نیست.

الف.  $L[1] = \frac{1}{s}$

ب.  $L[t] = \frac{1}{s^2}$

ج.  $L[\cos t] = \frac{s}{s^2 + 1}$

د.  $L[\sinh t] = \frac{s}{s^2 - 1}$

۱۷. اگر معادله مشخصه یک دستگاه خطی همگن با ضرایب ثابت، دارای ریشه تکراری ۲ باشد، جواب عمومی دستگاه کدام است.

ب.  $\begin{cases} x = c_1 \cos(2t) \\ y = c_2 \sin(2t) \end{cases}$

الف.  $\begin{cases} x = c_1 e^{2t} \\ y = c_2 e^{2t} \end{cases}$

د.  $\begin{cases} x = c_1 \cos(2t) + e^t \\ y = c_2 \sin(2t) + e^t \end{cases}$

ج.  $\begin{cases} x = 2c_1 e^t \\ y = 2c_2 e^t \end{cases}$

۱۸. نوع نقطه در بی نهایت معادله  $2x^3 y'' + 3x^2 y' + y = 0$  کدام است.

الف. نقطه معمولی      ب. نقطه منفرد منظم      ج. نقطه منفرد غیر منظم      د. معادله نقطه در بی نهایت ندارد.

۱۹. اگر  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^{n-1} = \sum_{n=0}^{+\infty} b_n x^n$  آنگاه کدام رابطه درست است.

الف.  $a_n = b_n$       ب.  $a_n = b_{n+1}$       ج.  $a_{n+1} = b_n$       د.  $a_{n+1} = b_{n-1}$

۲۰. عامل انتگرال ساز معادله  $y(x+y)dx + (x+2y-1)dy = 0$  کدام است؟

الف. یک      ب.  $e^y$       ج.  $e^x$       د.  $e^{-x}$

سوالات تشریحی:

۱. معادله برنولی زیر را حل کنید.

$y(6y^2 - x - 1)dx + 2x dy = 0$

۲. معادله دیفرانسیل  $y'' - xy - y = 0$  را با استفاده از سری حل نمائید.

۳. رونسکین دو تابع  $g, f$  را تعریف کرده و با استفاده از آن در خصوص استقلال خطی توابع

$f(x) = e^x - \cos x$  ,  $g(x) = e^x + \sin x$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: شیمی

کد درس: ۲۲۱۱۳۱

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

☆ [استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

۴. معادله زیر را حل کنید.

$$y'' + y = (\sec x)(\tan x)$$

۵. معادله با مقدار اولیه زیر را حل کنید.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 4x = e^{-t} \quad t \in [0, +\infty]$$

$$x'(0) = 2, \quad x(0) = 1$$

$$\left( L[e^{-t}] = \frac{1}{s+1}, L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+4}\right] = \cos(2t), L^{-1}\left[\frac{2}{s^2+4}\right] = \sin(2t) \right. \quad \left. \text{راهنمایی:} \right)$$