

نام درس: آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۷۹

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۳

۱. اگر  $B, A$  ماتریس‌هایی باشند که اعمال قابل انجام باشند آنگاه کدام گزاره نادرست است؟

- الف.  $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$  ب.  $tr(\lambda B + A) = \lambda tr(B) + tr(A)$   
ج.  $tr(AB) = tr(A)tr(B)$  د.  $tr(\lambda A + \lambda B) = \lambda(tr(A) + tr(B))$

۲. حاصلضرب دو ماتریس متعامد:

- الف. متعامد است. ب. ممکن است متعامد باشد. ج. متعامد نیست. د. وارون پذیر است.  
۳. کدام گزاره درست است. (  $A$  ماتریس مربعی  $n \times n$  است):  
الف. اگر  $\det A \neq 0$  آنگاه یک سطر  $A$  برابر صفر است.  
ب. اگر  $\det A = 0$  آنگاه یک ستون  $A$  برابر صفر است.  
ج. اگر  $\det A = 0$  آنگاه دارای دو سطر یا دو ستون یکسان است.  
د.  $\det(\lambda A) = \lambda^n \det A$

۴. فرض کنید  $X = (-1, 1, 2)$  آنگاه  $\|X\|_\infty$  و  $\|X\|_1$  به ترتیب کدام است؟

- الف.  $\sqrt{6}, 2$  ب.  $2, \sqrt{6}$  ج.  $2, 6$  د.  $2, 6$

۵. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ -3 & 0 & -5 \end{bmatrix}$  آنگاه  $\|A\|_\infty$  کدام است؟

- الف. ۵ ب. ۹ ج. ۸

۶. کدام گزاره نادرست است؟

- الف. هر ماتریس قطری ماتریس بالا مثلثی است.  
ب. هر ماتریس قطری ماتریس پایین مثلثی است.  
ج. هر ماتریس بالا و پایین مثلثی ماتریس قطری است.  
د. هیچکدام

۷. کدام گزاره درست است؟

- الف. هرگاه  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  متقارن باشد آنگاه  $A$  نامنفرد است.  
ب. هرگاه  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  نامنفرد باشد آنگاه  $A$  متقارن است.  
ج. هرگاه  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  اکیداً قطر غالب باشد آنگاه  $A$  نامنفرد است.  
د. هرگاه  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  نامنفرد باشد آنگاه  $A$  اکیداً قطر غالب است.

۸. در تجزیه کروت ماتریس  $A = LU$ 

- الف. مقادیر قطری ماتریس  $U$  برابر یک است. ب. مقادیر قطری ماتریس  $L$  برابر یک است.

- ج.  $L = U^T$  د.  $U = L^T$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۷۹

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۹. عدد شرطی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1/0001 & 2 \end{bmatrix}$  بانرم  $\| \cdot \|_{\infty}$  کدام است؟

الف. ۳/۰۰۰۱ ب. ۲۰۰۰۰۰ ج. ۶۰۰۰۲ د. هیچکدام

۱۰. اگر در روش گاوس-سایدل  $X^{(K)} = BX^{(K-1)} + C$  آنگاه ماتریس  $B$  عبارت است:

الف.  $-(L+D)^{-1}U$  ب.  $(L-D)^{-1}U$   
ج.  $(L+D)^{-1}U$  د.  $-(L-D)^{-1}U$

۱۱. کدام روش در صورت همگرایی سریعتر است؟

الف. روش ژاکوبی ب. روش گاوس-سایدل ج. روش  $SOR$  د. چیزی نمی توان گفت.

۱۲. اگر  $Y, X$  دو بردار ویژه نظیر مقدار ویژه  $\lambda$  ماتریس حقیقی  $A$  باشد کدام گزاره نادرست است؟

الف.  $\bar{X} + \bar{Y}$  بردار ویژه نظیر مقدار ویژه  $\lambda$  است. ب.  $\bar{X} - \bar{Y}$  بردار ویژه نظیر مقدار ویژه  $\bar{\lambda}$  است.  
ج.  $2\bar{X} + \bar{Y}$  بردار ویژه نظیر مقدار ویژه  $\bar{\lambda}$  است. د.  $\bar{X} \cdot \bar{Y}$  بردار ویژه نظیر مقدار ویژه  $\bar{\lambda}$  است.

۱۳. اگر  $A$  دارای مقادیر ویژه ۱، ۰، ۲- باشد آنگاه:

الف.  $A^{-1}$  دارای مقادیر ویژه  $\frac{1}{1, 0, 2}$  می باشد. ب.  $A^{-1}$  دارای مقادیر ویژه ۱، ۰، ۲- می باشد.

ج.  $A$  نامنفرد است. د.  $A^2$  دارای مقادیر ویژه ۱، ۰، ۲- می باشد.

۱۴. کدام گزاره نادرست است؟

الف. مقادیر ویژه ماتریس های  $A, A^t$  یکسان هستند.

ب. ماتریس های متشابه ممکن است دارای مقادیر ویژه یکسان نباشند.

ج. مقادیر ویژه متمایز هر ماتریس متعامد قرینه اند.

د. مقادیر ویژه ماتریس معین مثبت، حقیقی اند.

۱۵. کدام روش برای پیدا کردن مقدار ویژه ماتریس می باشد؟

الف. روش کرلیف ب. روش لورییر ج. روش ضرایب نامعین د. روش توانی

۱۶. روش ویلکینسون جهت سرعت بخشیدن به کدام روش به کار می رود؟

الف. روش کرلیف ب. روش لورییر ج. روش ضرایب نامعین د. روش توانی

۱۷. روش معکوس توانی برای پیدا کردن:

الف. بزرگترین مقدار ویژه از نظر قدر مطلق می باشد. ب. کوچکترین مقدار ویژه از نظر قدر مطلق می باشد.

ج. مقادیر ویژه می باشد. د. چند جمله ای مشخصه می باشد.

۱۸. روش گیونز هر ماتریس متقارن را به کدام فرم ماتریس تبدیل می کند؟

الف. قطری ب. سه قطری ج. مثلثی د. متعامد

نام درس: آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۷۹

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۳

۱۹. مقادیر ویژه کدام ماتریس راحتتر محاسبه می شود؟

الف. پایین هسنبرگی ب. بالا هسنبرگی ج. سه قطری د. قطری

۲۰. در روش  $QR$  ماتریس  $A$  مربعی:

الف. متقارن می باشد. ب. منفرد می باشد. ج. نامنفرد می باشد. د. نامتقارن می باشد.

### سوالات تشریحی:

۱. ثابت کنید اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی  $n \times n$  باشد آنگاه:

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$$

۲. اولاً نشان دهید که ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$  معین مثبت است.

ثانیاً آنرا به صورت  $LL^t$  تجزیه کنید.

۳. نشان دهید بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه متمایز مستقل خطی اند.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

۴. چند جمله ای مشخصه ماتریس

$A$  را به روش ضرایب نامعین تعیین کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & -11/8 & -5 & -125 \\ 1 & -5 & 13 & -4 \\ 2 & -12 & -4 & 2 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

۵. ماتریس  $A$  را با استفاده از تبدیلات هاوس هلدلر به ماتریس سه قطری متقارن

تبدیل کنید.