

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: جبر (۳)

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۴۶

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۳

۱. اگر G یک گروه غیر آبلی و Z مرکز آن باشد کدام گزاره زیر درست است؟الف. G/Z گروه آبلی استب. G/Z گروه غیر دوری استج. G/Z دوری استد. G/Z غیر آبلی است۲. گروه A_4 چند زیر گروه سیلو از مرتبه ۴ دارد؟

الف. ۱

ب. ۲

ج. ۳

د. ۴

۳. اگر G یک گروه از مرتبه ۲۵ باشد در این صورت کدام گزاره درست است؟الف. G ساده است.ب. G نرمال است.ج. G دوری است.د. G آبلی است.۴. اگر H یک زیر گروه سیلو از گروه متناهی G باشد در چه صورتی H نرمال ساز خودش است؟الف. $H \subseteq N(H)$ ب. $N(P) \subseteq H$ ج. $P \subseteq H$ د. $H \subseteq P$ (نرمال ساز H است)۵. فرض کنید G_1 و G_p زیر مدولهایی از M باشند. این صورت $Ann(\frac{G_1 + G_p}{G_1})$ برابر با کدام گزاره زیر است؟الف. $(G_1 : G_p)$ ب. $(G_p : G_1)$ ج. $(G_1 : G_1 \cap G_p)$ د. $(G_p : G_1 \cap G_p)$ ۶. فرض کنید M و N دو R -مدول یکرخت باشند در این صورت کدام گزاره درست است؟الف. $M \cup N$ زیر مدولی از N است.ب. $M \cup N$ زیر مدولی از M است.ج. پوچسازهای M و N مساوی هستند.د. پوچسازهای M و N نمی توانند مساوی باشند.۷. اگر N, M, G سه R -مدول و f همریختی R -مدولی باشند در چه صورت $G \xrightarrow{g} M \xrightarrow{f} N$ را یک دنباله کامل می گوئیم؟الف. $Imf = M$ ب. $Kerf = M$ ج. $Imf = Kerf$ د. $Imf = kergf$ ۸. G_1, G_p زیر مدولهایی از M روی R هستند $M = G_1 \oplus G_p$ کدام گزاره نادرست است؟الف. $M = G_1 + G_p$ ب. $G_1 \cap G_p = 0$ ج. $M = g_1 + g_p$ (به ازای هر $m \in M$ به طور منحصر بفرد)د. $M = G_1 \cup G_p$ ۹. فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویض پذیر و ناصفر R باشد کدام گزینه نادرست است؟الف. R -مدول آزادی مانند F و همریختی پوشائی از F به M وجود دارد.ب. اگر M مدول آزاد و متناهی مولد باشد هر پایه M متناهی است.ج. حلقه R روی خودش یک مدول آزاد است.

د. هر مدول آزاد دارای پایه نامتناهی می باشد.

نام درس: جبر (۳)

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۴۶

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تئوری نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

۱۰. اگر M مدول آرتینی روی حلقه تعویض پذیر R باشد تحت چه شرطی همریختی $M \rightarrow M : u$ یک R -یکریختی است؟

الف. u یک R -بروریختی باشد $\text{Ker}(u) \subseteq \text{Ker}(uou)$ ب.

ج. u یک R -تکریختی باشد $\text{Ker}(u) \supseteq \text{Ker}(uou)$ د.

۱۱. کدام گزاره زیر درست است؟ (Z اعداد صحیح است)

الف. Z یک حلقه نوتری است. ب. Z یک حلقه آرتینی است.

ج. Z هم آرتینی و هم نوتری است. د. Z نه آرتینی و نه نوتری است.

۱۲. کدام گزاره نادرست است؟

الف. هر میدان یک حلقه آرتینی است. ب. هر دامنه اصلی ایده آلها و آرتینی یک میدان است.

ج. هر میدان یک حلقه آرتینی و غیر نوتری است. د. هر میدان یک حلقه نوتری است.

۱۳. اگر M مدولی روی حلقه تعویض پذیر R باشد کدام گزاره درست است؟

الف. اگر زیر مدول N از M نوتری باشد آنگاه M نوتری است.

ب. اگر M_1, M_2 یکرخت باشد و M_1 آرتینی باشد آنگاه M_2 نیز آرتینی است.

ج. اگر G زیر مدول M و M/G نوتری باشد آنگاه M نیز نوتری است.

د. اگر زیر مدول N از M آرتینی باشد آنگاه M نیز آرتینی است.

۱۴. کدام گزاره درست است؟ (Q اعداد گویا و Z اعداد صحیح می باشند)

الف. Q یک Z -مدول ساده است. ب. Z یک Z -مدول ساده است.

ج. $Z[x]$ یک Z -مدول ساده است. د. $Q[x]$ یک Z -مدول ساده است.

۱۵. در چه صورتی مدول G روی R متناهی طول است؟

الف. G هم نوتری و هم آرتینی باشد. ب. G در شرط زنجیره صعودی زیر مدولها صدق کند.

ج. G در شرط زنجیره نزولی برای زیر مدولها صدق کند. د. G دارای سری ترکیبی نباشد.

۱۶. اگر $0 \rightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \rightarrow 0$ دنباله کامل کوتاهی از R -مدولها و R -همریختی باشد و M متناهی طول باشد کدام گزاره نادرست است؟

الف. L متناهی طول است. ب. N متناهی طول است.

ج. $I(M) = I(L) + I(N)$ د. $I(N) = I(M) + I(L)$

نام درس: جبر (۳)

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۴۶

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

۱۷. کدام گزاره نادرست است؟

الف. $Z[x]$ نوتری است.

ب. $Q[x]$ نوتری است.

ج. $Z[\sqrt{-5}]$ نوتری است.

د. $C[x]$ آرتینی است.

۱۸. اگر R حلقه‌ای تعویض پذیر باشد که هر ایده آل اولش متناهی مولد باشند کدام گزاره درست است؟

الف. R نوتری است.

ب. R آرتینی است.

ج. R نوتری نیست.

د. R هم آرتینی و هم نوتری است.

۱۹. اگر I ایده آلی از حلقه تعویض پذیر نوتری R باشد کدام شرط را باید اضافه نمائیم تا $\bigcap_{i=1}^{\infty} I^i = 0$ ؟

الف. R نوتری باشد

ب. R نوتری باشد و $I \subseteq J_{ac}(R)$

ج. $J_{ac}(R) \subseteq I$

د. I آرتینی هم باشد.

۲۰. اگر I ایده آلی از حلقه تعویض پذیر نوتری R باشد و $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$ در این صورت:

الف. $J=0$

ب. $J=I$

ج. $J=I$

د. $I=J$

سوالات تشریحی:

۱. ثابت کنید که هیچ گروه ساده از مرتبه ۴۸ وجود ندارد؟

۲. فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویض پذیر R باشد و G و H زیر مدولهای M باشند ثابت کنید که یک همریختی مانند

$$f: \frac{G}{G \cap H} \rightarrow \frac{G+H}{H}$$

وجود دارد.

۳. اگر K یک میدان و V یک فضا برداری روی K با بعد متناهی باشد ثابت کنید که V یک K -مدول نوتری است.

۴. ثابت کنید که اگر I ایده آلی از حلقه تعویض پذیر و نوتری R باشد آنگاه R/I نیز حلقه نوتری است.

۵. فرض کنید $f: M \rightarrow N$, $g: N \rightarrow G$ دو همریختی R -مدولی باشند ثابت کنید که $g \circ f: M \rightarrow G$ نیز همریختی R -مدولی است.