

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۰۴

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. کدام گزاره نادرست است؟

- الف. حاصل ضرب دو عدد حقیقی می تواند موهومی باشد.
 ب. حاصل ضرب دو عدد موهومی می تواند حقیقی باشد.
 ج. حاصل ضرب دو عدد مختلط می تواند حقیقی باشد.
 د. حاصل جمع دو عدد مختلط می تواند حقیقی باشد.

۲. شکل قطبی عدد $z = 1 - i$ کدام است؟

- الف. $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$
 ب. $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$
 ج. $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$
 د. $-\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$

۳. مزدوج عدد $\frac{1}{2 + i\sqrt{3}}$ برابر است با:

- الف. $\frac{2}{7} - \frac{\sqrt{3}}{7}i$
 ب. $\frac{2}{7} + \frac{\sqrt{3}}{7}i$
 ج. $\frac{\sqrt{3}}{7} + \frac{2}{7}i$
 د. $\frac{\sqrt{3}}{7} - \frac{2}{7}i$

۴. اگر a و b اعداد مختلط ثابت باشند تابع $w = az + b$ هر دایره از صفحه z را به چه نموداری از صفحه w تبدیل می کند؟

- الف. دایره
 ب. خط
 ج. نیم دایره
 د. هذلولی

۵. تابع $w = \frac{1}{z}$ نقاط روی دایره $|z| = 2$ را به چه نقاطی تبدیل می کند؟

- الف. نقاط بیرون دایره $|z| = 2$
 ب. نقاط روی دایره $|z| = 2$
 ج. نقاط روی دایره $|z| = \frac{1}{2}$
 د. مبدا مختصات

۶. کدامیک از توابع زیر تحلیلی نیست؟

- الف. e^z
 ب. e^{z^2}
 ج. e^{-z}
 د. $e^{\bar{z}}$

۷. کدامیک از موارد زیر مربوط به شاخه اصلی لگاریتم است؟

- الف. $\frac{3\pi}{2} < \arg z < \frac{7\pi}{2}$
 ب. $\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{5\pi}{2}$
 ج. $-\pi < \arg z < \pi$
 د. $0 < \arg z < 2\pi$

۸. $w = e^z$ در چه ناحیه ای دارای صفر است؟

- الف. روی خط حقیقی
 ب. در مبدا مختصات
 ج. در نیم محور چپ خط حقیقی
 د. صفر ندارد.

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۰۴

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۹. مقدار انتگرال $\int_C (x^p + iy^p) dz$ که در آن C نیمه راست دایره $|z|=1$ است، کدام است؟

- الف. $\frac{1}{3} - i$ ب. $-\frac{1}{3}(1+i)$ ج. $-\frac{1}{3}(1-i)$ د. $\frac{1}{3}(1+i)$

۱۰. قضیه کشی بیان می کند که:

الف. هر انتگرال روی یک ناحیه بسته صفر است.

ب. انتگرال تابعی که روی مسیر بسته C تحلیلی است روی آن مسیر صفر است.

ج. اگر انتگرال تابعی که روی مسیر بسته C صفر باشد روی هر مسیر شامل C نیز صفر است.

د. انتگرال تابعی که درون و روی مسیر بسته C تحلیلی است، روی آن مسیر صفر است.

۱۱. هر گاه $f(z)$ روی ناحیه D تحلیلی و غیر ثابت باشد آنگاه $|f(z)|$ ماکسیمم خود را:

الف. در درون D می گیرد. ب. در مرز D می گیرد.

ج. در هر نقطه انباشتگی D می گیرد. د. هیچ تحلیلی ماکسیمم ندارد.

۱۲. اگر f روی G تحلیلی و $f \equiv 0$ آنگاه:

الف. تعداد صفرهای f روی G بی پایان است.

ج. تعداد صفرهای f روی G با پایان است.

۱۳. هرگاه z_0 نقطه تکی f باشد آنگاه:

الف. f در z_0 بسط به سری توان دارد.

ب. f در z_0 بسط به سری تیلور دارد.

ج. f در همسایگی z_0 بسط به سری لوران دارد.

د. f در z_0 بسط به سری ندارد.

۱۴. مقدار انتگرال $\int_C (z-1) dz$ که در آن C منحنی $\gamma(t) = 1 + (i-1)t$ $0 \leq t \leq 1$ می باشد کدام است؟

- الف. صفر ب. ۱ ج. $\frac{1}{2}(i-1)^2$ د. $\frac{i-1}{2}$

۱۵. مانده $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ در نقطه $z=0$ کدام است؟

- الف. صفر ب. -۱ ج. i د. $\frac{1}{i}$

۱۶. هرگاه C عبارت از دایره $|z|=2$ باشد کدام تساوی درست نیست؟

- الف. $\int_C z dz = \frac{z^2}{2}$ ب. $\int_C z dz = 0$ ج. $\int_C \frac{1}{z} dz = 2\pi i$ د. $\int_C \frac{1}{z^2} dz = 0$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۲۰۴

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۷. کدامیک از گزاره‌های زیر معادل قضیه لیوویل است؟

- الف. انتگرال هر تابع ثابت روی یک ناحیه کراندار صفر است.
ب. هر تابع ثابت و کراندار تام است.
ج. هر تابع تام و کراندار ثابت است.
د. هر تابع تام حتماً کراندار است.

۱۸. هرگاه $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع پیوسته روی D باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

- الف. اگر $\{f_n\}$ به تابع پیوسته f همگرا باشد آنگاه این همگرایی یکنواخت است.
ب. اگر $\{f_n\}$ به تابع f همگرای یکنواخت باشد آنگاه f پیوسته است.
ج. اگر $\{f_n\}$ به f همگرا باشد آنگاه f پیوسته است.
د. اگر f_n به f همگرا باشد به شرط پیوسته بودن f همگرایی یکنواخت است.

۱۹. سری هندسی $\sum_{n=0}^{\infty} Z^n$ روی کدامیک از مجموعه‌های زیر همگرایی یکنواخت است؟

- الف. $\{Z \mid |Z| < 1\}$ ب. $\{Z \mid |Z| > 1\}$ ج. $\{Z \mid |Z| \leq 1\}$ د. $\{Z \mid |Z| < r < 1\}$

۲۰. کدام گزاره درست است؟

- الف. f در هر همسایگی از یک نقطه تکین خود تحلیلی است.
ب. f در هر همسایگی از یک نقطه تکین خود کراندار است.
ج. f در هر همسایگی از یک نقطه تکین خود بی‌کران است.
د. f در هر همسایگی از یک نقطه تکین خود بسط توانی دارد.

سوالات تشریحی

۱. فرض کنید f تابعی تام باشد و اعداد $a \in \mathbb{C}$ و $\varepsilon > 0$ موجود باشند بطوریکه $|f(z) - a| < \varepsilon \forall z \in \mathbb{C}$ نشان دهید f ثابت است.۲. نشان دهید تابع $u(x, y) = x^2 - y^2$ موزون است و مزدوج موزون آنرا بدست آورید.۳. تصویر ناحیه $D = \{w \mid w = u + iv, u \leq 0, 0 \leq v \leq \pi\}$ را بوسیله $z = e^w$ بدست آورید.۴. فرض کنید $f(z)$ یک چند جمله‌ای از درجه n با $n \geq 1$ باشد ثابت کنید $f(z) = 0$ دست کم یک ریشه دارد.
(قضیه اساسی جبر)

۵. قطبهای تابع $f(z) = \frac{5z-2}{z(z-1)}$ را تعیین و انتگرال $\int_{|z|=2} \frac{5z-2}{z(z-1)} dz$ را با استفاده از قضیه مانده‌ها محاسبه نمایید.
جزوات مکتوبه ای و (پشته‌ها) آموزشی آنلاین
جامع ترین بانک نمونه سوالات آزمون دانشگاه‌ها
www.Sanjesh3.com ۰۵۱۱-۸۴۵۸۰۸۱ www.SanjeshT.com