

تعداد سؤال: هفتاد و پنج - تشریحی ۵

نام درس: جبر ۲

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۷۰

زمان امتحان: تستی و تشریحی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. کدامیک از گروههای زیر حل پذیر نیست؟

الف. S_3 ب. Z ج. هر گروه با مرتبه 2^6 د. S_6 ۲. اگر $f: G \rightarrow H$ یک همریختی پوشای گروهها باشد آنگاه کدام گزاره درست است؟الف. حلپذیری G حلپذیری H را نتیجه می دهد. ب. حلپذیری H حلپذیری G را نتیجه می دهد.ج. اگر G حلپذیر باشد آنگاه H آبدلی است. د. اگر H حلپذیر باشد آنگاه G آبدلی است.۳. فرض کنید $I = \langle f \rangle, J = \langle g \rangle$ دو ایده آل $F[x]$ باشند آنگاه $I = J$ اگر و تنها اگر:الف. $f = g$ ب. f, g عناصر یکه باشند.ج. f, g وابسته باشند. د. $\deg(f) = \deg(g)$ ۴. کدامیک از چند جمله ایهای زیر در $Q[x]$ تجزیه پذیرند؟الف. $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ب. $x^4 - 6x^2 + 8$ ج. $x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ د. $2x^7 + 6x^5 + 9x^3 + 12x + 18$ ۵. کدامیک از اعداد زیر روی Q جبری هستند؟الف. $2 + \pi$ ب. $1 - \sqrt[3]{5}$ ج. $e^{\sqrt{2}}$ د. \sqrt{e} ۶. کوچکترین میدانی که شامل Q و ریشه های چند جمله ای $x^2 + 4$ باشد کدام است؟الف. \mathbb{C} ب. R ج. $Q(i)$ د. $Q(i, \sqrt{2})$ ۷. تعداد خود ریختی های $Q(\sqrt[3]{2})$ برابر است با:

الف. صفر ب. ۱ ج. ۲ د. ۳

۸. $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ با کدام توسیع های زیر مساوی است؟الف. $Q(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ب. $Q(\sqrt{6})$ ج. $Q(\sqrt{\frac{3}{2}})$ د. $Q(\sqrt{\frac{2}{3}})$ ۹. $[C: R]$ برابر است با:الف. ۱ ب. ۲ ج. ۴ د. ∞ ۱۰. چند جمله ای مینیمال $\sqrt{2}i$ روی Q کدام است؟الف. $x^4 - 2x^2 - 2$ ب. $x^2 - 2$ ج. $x^2 + 2$ د. $x^2 + 2x + 2$ ۱۱. میدان شکافنده $f = x^2 + 5$ روی R برابر است با:الف. $Q(i\sqrt{5})$ ب. $Q(i, \sqrt{5})$ ج. \mathbb{C} د. $Q(i)$

تعداد سؤال: هفتاد و پنج - تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۷۰

زمان امتحان: تستی و تشریحی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۲. توسیع $F = Q(\sqrt{2}, i)$ از Q را در نظر می‌گیریم پایه‌ای برای F روی Q کدام است؟الف. $\{-i, i, \sqrt{2}i, \sqrt{2}\}$ ب. $\{1, i, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ ج. $\{1, i, -i, \sqrt{2}\}$ د. $\{1, i, \sqrt{2}, \sqrt{2}i\}$ ۱۳. اگر $f \in K[x]$ تحویل‌ناپذیر و از درجه n بوده و F میدان شکافنده f روی K باشد، کدام گزینه در مورد $[F:K]$ درست است؟الف. عاملی از n است.ب. بر n بخش‌پذیر است.ج. برابر با n است.د. برابر با n^2 است.۱۴. اگر $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ نگاه گروه گالوای F روی Q با کدام گروه یکرخت است؟الف. $Z_2 \times Z_2$ د. S_3 ج. Z_6 ب. Z_3 ۱۵. فرض کنید $K < F$ و G گروه گالوای F در K باشد اگر K در F بسته باشد کدام گزاره درست است؟الف. F با Q یکرخت است.ب. F میدان متناهی است.ج. F روی K نرمال است.د. F توابع ساده است.۱۶. اگر F یک توسیع رادیکال K باشد و $G = \text{Gal}_K F$ ، کدام گزینه در مورد گروه G درست است؟

الف. دوری است.

ب. حلپذیر است.

د. نامتناهی است.

ج. ناآبلی است.

۱۷. اگر $f(x) = x^5 + 5x^4 - 5$ سپس گروه گالوای f روی Q با کدام گروه یکرخت است؟الف. گروه متقارن S_5 ب. گروه متناوب A_5 ج. Z_5 د. Z_{120}

۱۸. کدام عدد ساخت‌پذیر است؟

الف. $\sqrt[3]{2}$ ب. $\sqrt{\pi}$ ج. $\frac{\pi}{3}$ د. $\sqrt[5]{5}$

۱۹. کدام چند ضلعی ترسیم‌پذیر نیست؟

الف. پنج ضلعی

ب. هفده ضلعی

ج. نه ضلعی

د. هفت ضلعی

۲۰. تعداد ریشه‌های $x^n - 1$ ام اولیه واحد برابر است با:الف. n ب. $n-1$ ج. $\frac{n}{2}$ د. $\varphi(n)$

تعداد سؤال: هفتاد و پنج - تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: جبر ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۷۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

سؤالات تشریحی:

۱. الف) نشان دهید اگر G گروهی ناآبلی ساده باشد آنگاه G حلپذیر نیست.
ب) نشان دهید اگر G گروهی حلپذیر و ساده باشد آنگاه G گروهی متناهی از مرتبه اول است.
۲. محک اینشتاین را بیان و اثبات کنید.
۳. فرض کنید K یک میدان و L توسعه‌ای متناهی از K باشد. در این صورت ثابت کنید توسعه F از L وجود دارد که در این ویژگیها صدق می‌کند:
 $F(i)$ یک توسعه نرمال متناهی N است.
 (j) هیچ زیرمیدان سره از F حاوی L روی K (نرمال نیست).
۴. فرض کنید $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ نشان دهید:
الف. F میدان شکافنده $f(x) = (x^2 - 2)(x^2 - 3)$ روی Q است.
ب. $[F : Q] = 4$.
۵. الف) نشان دهید امکان ترسیم یک مکعب با حجم ۲ وجود ندارد.
ب) نشان دهید امکان ترسیم یک مربع که مساحت آن برابر مساحت یک دایره مفروض باشد وجود ندارد.