

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ — تشریحی

نام درس: جبر خطی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۴۴

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. کدام گزاره درست است؟

الف. اجتماع تعداد متناهی از زیرفضاهای فضای V ، خود یک زیرفضای V است.ب. اشتراک هر تعداد از زیر فضاهای فضای V ، خود یک زیرفضای V است.ج. اجتماع هر تعداد از زیرفضاهای فضای V خود یک زیرفضای V است.د. حاصلضرب دو زیر فضای V ، خود یک زیر فضای V است.۲. کدامیک از مجموعه‌های زیر، زیر فضای R^3 روی میدان R است؟الف. $\{(x, y) | x \geq 0\}$ ب. $\{(x, y) | x = 2y\}$ ج. $\{(x, y) | x + y = 2\}$ د. $\{(x, y) | x = 2\}$ ۳. کدامیک از زیرمجموعه‌های زیر R^3 را بدینکمی آورد؟الف. $\{(1, 3), (3, 1)\}$ ب. $\{(1, 3), (0, 0)\}$ ج. $\{(1, 3), (2, 6)\}$ د. $\{(1, 0), (5, 0)\}$

۴. کدامیک از مجموعه‌های زیر، وابسته خطی است؟

الف. $\{(1, 2, 3)\}$ ب. $\{(1, 2, 3), (2, 4, 6)\}$ ج. $\{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\}$ د. $\{(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9)\}$

۵. کدامیک از نگاشتهای زیر خطی است؟

الف. $f(x, y) = (x + 1, y - 1, 0)$ ب. $f(x, y) = (x + 1, y + 1)$ ج. $f(x, y) = (x + y, x + y)$ د. $f(x, y) = (x + y, xy)$ ۶. نگاشت خطی $f: V \rightarrow W$ در چه صورتی یک بیک است؟الف. $\text{Im } f = W$ ب. $\ker f = V$ ج. $\ker f = \{0_V\}$ د. $\ker f = \{0_W\}$ ۷. در چه صورتی نگاشت خطی $f: V \rightarrow W$ اگر یک بیک باشد حتماً پوشاست؟الف. هرگاه V زیرفضای اکید W باشد. ب. هرگاه W, V یک ریخت باشند.ج. هرگاه f نگاشت ثابت روی V باشد. د. هرگاه $f = f^2$ ۸. کدام گزینه نادرست است. (f, g) نگاشتهای خطی اند.الف. $\text{mat}(f + g) = \text{mat}(f) + \text{mat}(g)$ ب. $\text{mat}(fg) = \text{mat}(f) + \text{mat}(g)$ ج. $\text{mat}(\lambda f) = \lambda \text{mat}(f)$ د. $\text{mat}(fg) = \text{mat}(f) \text{mat}(g)$

۹. کدام گزینه درست است؟

الف. ماتریس‌های متعامد، ویژه مقادیرهای برابر دارند.

ب. ویژه بردارهای نظیر ویژه مقادیرهای متمایز وابسته خطی اند.

ج. هرگاه $\det A = 0$ آنگاه A وارون پذیر است.

د. ویژه بردارهای نظیر ویژه مقادیرهای متمایز مستقل خطی اند.

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ — تشریحی

نام درس: جبر خطی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۴۲

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تئوری نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۰. ماتریس‌های تغییر وضعیت همواره :

الف. وارون ناپذیرند.

ب. وارون پذیرند.

ج. دارای دترمینان صفر هستند.

د. ماتریس همانی هستند.

۱۱. چند جمله‌ای مشخصه ماتریس A در چه صورتی مقدار ثابت ناصفر دارد؟الف. A وارون پذیر باشد.ب. A وارون ناپذیر باشد.ج. هرگاه A در شرایط قضیه کیلی هاملتون صدق کند.ب. هرگاه A در شرایط قضیه کیلی هاملتون صدق نکند.۱۲. نگاشت $f: V \rightarrow V$ تصویر است اگر و فقط اگر :

الف. خود توان باشد.

ب. پوچتوان باشد.

ج. قطری شدنی باشد.

د. وارون پذیر باشد.

۱۳. اگر A, B هر دو قطری شدنی باشند آنگاه کدام گزینه نادرست است؟الف. A, B همزمان قطری شدنی هستند.ب. اگر $AB=BA$ همزمان قطری شدنی هستند.ج. اگر همزمان قطری شدنی باشند آنگاه $AB=BA$ د. A, B همزمان قطری شدنی اند اگر و فقط اگر $AB=BA$

۱۴. کدام گزینه نادرست است؟

الف. $\det AB = \det A \det B$ ب. $\det(\lambda A) = \lambda \det A$ ج. $\det(AB) = \det(BA)$ د. $\det A^{-1} = (\det A)^{-1}$

۱۵. کدام گزاره درست نیست؟

الف. اگر $f: C^n \rightarrow C^n$ پوچتوان باشد آنگاه تمام ویژه مقدرهای f صفر است.ب. اگر تمام ویژه مقدرهای $f: C^n \rightarrow C^n$ صفر باشد آنگاه f پوچتوان است.ج. نگاشت مشتق‌گیری روی $R_n[x]$ پوچتوان است.

د. هر نگاشت معکوس‌پذیر پوچتوان نیست.

۱۶. اگر W, V متناهی بعد و $f: V \rightarrow W$ خطی باشد کدام گزاره نادرست است؟الف. $(\text{Im } f)^\circ = \ker f^t$ ب. $(\text{Im } f)^\circ = (\ker f)^\circ$ ج. $(\ker f)^\circ = \text{Im } f^t$ د. $\dim \text{Im } f^t = \dim \text{Im } f$

۱۷. کدام گزاره نادرست است؟

الف. هر مجموعه یکا متعامد مستقل خطی است.

ب. هر مجموعه مستقل خطی متعامد است.

ج. هر مجموعه یکا متعامد، متعامد است.

د. هر مجموعه متعامد مستقل خطی است.

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ — تشریحی

نام درس: جبر خطی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۴۴

زمان امتحان: تستی و تشریحی

نقشه تشریحی

نقشه تستی

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست]



سؤالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

۱۸. هرگاه V فضای ضرب داخلی متناهی بعد و A, B زیر فضاهای V باشند کدام گزاره نادرست است؟

الف. $A \subseteq B \Rightarrow B^\perp \subseteq A^\perp$

ب. $(A \cap B)^\perp = A^\perp + B^\perp$

ج. $(A + B)^\perp = A^\perp \cap B^\perp$

د. $(A + B)^\perp = A^\perp \cup B^\perp$

۱۹. هرگاه f, g, h نگاشتهای خطی باشند بطوری که hof با معنی باشد. آنگاه کدام گزاره درست است؟

الف. $(\lambda f)^* = \lambda f^*$

ب. $(\lambda f)^* = \bar{\lambda} f^*$

ج. $(hof)^* = h^* of^*$

د. $(g^*)^* = g^*$

۲۰. فرض کنید $Q: R^3 \rightarrow R$ آنگاه ماتریس فرم درجه دوم $Q(x, y) = 4x^2 + 6xy + 9y^2$ برابر است با:

الف. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$

ب. $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

ج. $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$

د. $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

سؤالات تشریحی

۱. فرض کنید W, V فضاهای برداری با بعد متناهی روی هیأت F باشند. اگر $f: V \rightarrow W$ خطی باشد آنگاه

$$\dim V = \dim \operatorname{Im} f + \dim \ker f$$

۲. ثابت کنید ویژه بردارهای نظیر ویژه مقدارهای متمایز، مستقل خطی اند.

۳. چند جمله‌ای مشخصه $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ را محاسبه و سپس با استفاده از آن A^{-1} را بدست آورید.

۴. ثابت کنید اگر V یک فضای برداری متناهی بعد و W یک زیر فضای V باشد آنگاه $\dim W^\circ = \dim V - \dim W$ همچنین با یکسان گرفتن \hat{V}, V نشان دهید $W = W^{\circ\circ}$.۵. فرض کنید W, V فضاهای ضرب داخلی روی یک هیأت باشند و $\{e_1, \dots, e_n\}$ یک پایه یکا متعامد برای V باشد دراینصورت $f: V \rightarrow W$ یک یکرختی ضرب داخلی است اگر و فقط اگر $\{f(e_1), \dots, f(e_n)\}$ یک پایه یکا متعامد برای W باشد.