

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: نظریه اعداد

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۳۹

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. اگر K عددی صحیح و ناصفر باشد، کدام گزینه نادرست است؟

الف. $(K, K)[K, K] = K^2$

ب. $(K, 0) = K$

ج. $(K, K+1) = (-1)^K$

د. در صورتیکه $(K, 0) = 1$ ، $K = 1$

۲. بزرگترین توان 5 که $120!$ را می شمارد کدام است؟

الف. 5^{28}

ب. 5^{26}

ج. 5^{30}

د. 5^{34}

۳. جواب عمومی معادله $7x + 5y = 1$ برابر است با:

الف. $\begin{cases} x = 3 + 5K \\ y = -4 + 5K \end{cases}$

ب. $\begin{cases} x = 3 + 5K \\ y = -4 - 5K \end{cases}$

ج. $\begin{cases} x = -4 + 5K \\ y = -3 + 5K \end{cases}$

د. $\begin{cases} x = -4 + 5K \\ y = -3 - 5K \end{cases}$

۴. فرض کنید x_0, x_1, \dots, x_n اعداد صحیح هستند طوری که $x_0 + x_1 + \dots + x_n = 27$ در این صورت

$$x_0 + 10x_1 + 10^2x_2 + \dots + 10^nx_n$$
 همنهشت کدام عدد به پیمانه ۹ است؟

الف. ۰

ب. ۱

ج. ۲

د. ۳

۵. اولین روز سال ۱۳۸۲ روز جمعه بوده است. ۱۴ خرداد چه روزی از هفته بوده است؟

الف. شنبه

ب. یکشنبه

ج. چهارشنبه

د. جمعه

۶. کدام عدد جواب دستگاه همنهشتی $\begin{cases} x \equiv 4 \pmod{7} \\ x \equiv 5 \pmod{9} \end{cases}$ می باشد؟

الف. ۹۸

ب. ۹۹

ج. ۱۰۰

د. ۱۰۱

۷. مرتبه ۵ به پیمانه ۱۱ برابر ۵ است. مرتبه ۱۲۵ به پیمانه ۱۱ برابر است با:

الف. ۱۰

ب. ۵

ج. ۲

د. ۱

۸. $\sum_{d|100} \phi(d)$ برابر است با:

الف. ۲۵

ب. ۵۴

ج. ۸۵

د. ۱۰۰

۹. به کدام پیمانه ریشه اولیه وجود دارد؟

الف. ۱۲

ب. ۵۱

ج. ۶۵

د. ۹۸

۱۰. کدام گزینه نادرست است؟ $(n \neq 1, n \in \mathbb{N})$

الف. $2 | n^5 - n$

ب. $3 | n^5 - n$

ج. $4 | n^5 - n$

د. $5 | n^5 - n$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: نظریه اعداد

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۳۹

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۱. کدام گزینه درست است؟ (p عددی اول است)

الف. $\sigma(p)\phi(p) = p^2 - 1$ ب. $\phi \circ \tau = \mu$
 ج. $\mu(p) = 1$ د. $(\phi \circ \tau)(4) = 8$

۱۲. $\phi \circ \tau$ برابر است با:

الف. μ ب. γ ج. σ د. ε

۱۳. فرض کنید μ تابع موبیوس باشد کدام گزینه درست است؟

الف. $\mu(8) = 0$ ب. $\mu(16) = (-1)^2$ ج. $\mu(30) = 1$ د. $\mu(210) = -1$

۱۴. چند عدد اول در مجموعه $\{100! + 1, 100! + 2, 100! + 3, \dots, 100! + 100\}$ وجود دارد؟

الف. ۱۰۰ ب. ۹۹ ج. ۵۰ د. هیچ

۱۵. کدام گزینه درست است؟

الف. $\left(\frac{-1}{17}\right) = -1$ ب. $\left(\frac{-1}{5}\right) = 1$ ج. $\left(\frac{-1}{31}\right) = 1$ د. $\left(\frac{-1}{29}\right) = -1$

۱۶. اگر p عددی اول و فرد بزرگتر از ۵ باشد آنگاه:

الف. $\left(\frac{5}{p}\right) = -\left(\frac{p}{5}\right)$ ب. $\left(\frac{5}{p}\right) = \left(\frac{p}{5}\right)$

ج. $\left(\frac{-5}{p}\right) = \left(\frac{-p}{5}\right)$ د. $\left(\frac{5}{p}\right)\left(\frac{p}{5}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2}}$

۱۷. هرگاه $n \geq 2$ و $(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$ کدام گزینه درست است؟

الف. n زوج است.

ب. n مضرب ۳ است.

ج. n اول است.

د. چنین n ی وجود ندارد.

۱۸. نماد $\overline{5, 10} < 5, 10 >$ معرف کدام عدد زیر است؟

الف. $\frac{16}{3}$ ب. $\sqrt{26}$ ج. $\frac{161}{31}$ د. $\sqrt{24}$

۱۹. سومین همگرای کسر مسلسل $< -1, 2, 3, 4 >$ برابر است با:

الف. $\frac{4}{7}$ ب. $\frac{7}{4}$ ج. $\frac{-4}{7}$ د. $\frac{-7}{4}$

۲۰. کسر مسلسل $< 2, \overline{3} >$ معرف چه عددی است؟

الف. $\sqrt{13}$ ب. $\sqrt{13} + 1$ ج. $\frac{\sqrt{13} - 1}{2}$ د. $\frac{\sqrt{13} + 1}{2}$

تعداد سؤال: هفتاد و پنج - تشریحی ۵

نام درس: نظریه اعداد

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۳۹

زمان امتحان: تئوری و تشریحی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

سوالات تشریحی

۱. قاعده تقسیم را بیان و اثبات نمایید.

۲. همنهشتی چند جمله‌ای $x^4 - 5x^3 - 5x - 1 \equiv 0 \pmod{7}$ را حل کنید.۳. اگر m عددی صحیح و مثبت باشد و $(a, m) = 1$ آنگاه $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$

۴. اگر p یک عدد اول باشد، ثابت کنید به ازای هر $1 \leq k \leq p-1$ ، عدد p تمام ضرایب دو جمله‌ای $\binom{p}{k} = \frac{p!}{k!(p-k)!}$ را می‌شمارد. سپس بدون استفاده از قضیه فرما ثابت کنید:

$$\forall a, b: (a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$$

۵. فرض کنید m یک عدد صحیح مثبت باشد و $D = m^2 + 1$. ثابت کنید هم \sqrt{D} دارای نمایش $\sqrt{D} = \langle m, \overline{2m} \rangle$ به شکل یک کسر مسلسل نامتناهی است.