

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

نام درس: آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۲۳

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. فرض کنید $\alpha = \sup A$ در این صورت کدام عبارت درست است؟

ب. $\exists \varepsilon > 0, \forall x \in A; \alpha - \varepsilon < x$

الف. $\forall \varepsilon > 0, \exists x \in A; \alpha - \varepsilon < x$

د. $\exists \varepsilon > 0, \forall x \in A; \alpha - \varepsilon > x$

ج. $\forall \varepsilon > 0, \exists x \in A; \alpha - \varepsilon > x$

۲. فرض کنید $A = (1, 2] \cup \{3\}$ در این صورت:

ب. $\sup A = 2$ و اینفیم A موجود نیست.

الف. $\sup A = 2, \inf A = 1$

د. $\sup A = 3, \inf A = 1$

ج. A سوپریمم ندارد، $\inf A = 1$

۳. مجموعه اعداد $A = \{-1, -\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \dots, -\sqrt{n}, \dots\}$ در کدام خاصیت زیر صدق می‌کند؟ج. از بالا کراندار است. د. $A - \{1\}$ زیرمجموعه اعداد اصم است.

الف. از پائین کراندار است. ب. مقعر است.

۴. فرض کنید $\{a_n\}, \{b_n\}$ دنباله‌های کراندار از اعداد حقیقی باشند به طوریکه همواره $a_n \leq b_n$ در این صورت کدام

عبارت نادرست است؟

ب. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

الف. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

د. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

ج. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

۵. کدام عبارت درست است؟

الف. $a_n = (-1)^n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -1$

ب. $a_n = -n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

ج. هر دنباله کراندار از اعداد حقیقی، زیر دنباله‌ای همگرا دارد.

د. اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی و از پائین بی‌کران باشد آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

۶. کدامیک از سریهای زیر واگراست؟

د. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)^2}$

ج. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$

ب. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$

۷. فرض کنید $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ ، $b_n = a_{n+1}$ در این صورت مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ برابر است با:

د. $a_1 - S$

ج. S

ب. a_1

الف. $S - a_1$

۸. کدامیک از توابع زیر یک متریک بر R است؟

ب. $d_p(x, y) = \sqrt{|x - y|}$

الف. $d_1(x, y) = (x - y)^2$

د. $d_p(x, y) = |x - 2y|$

ج. $d_p(x, y) = |x^2 - y^2|$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۲۳

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۹. فرض کنید A° مجموعه تمام نقاط درونی A باشد. کدام عبارت درست نیست؟الف. A° همیشه باز است.ب. A باز است اگر و فقط اگر $A = A^\circ$ ج. $G \subseteq A^\circ$ و $G \cap A = \emptyset$ باز آنگاه $G \subseteq A^\circ$ د. درون E و E° همواره یکی است.۱۰. فرض کنید $A = R - Q$ (مجموعه اعداد اصم) در این صورت A' (مجموعه نقاط حدی) عبارتست از:الف. R ب. Q ج. $R - Q$ د. \emptyset

۱۱. کدام عبارت درست نیست؟

الف. Z در R بسته است. ب. $(0, 1)$ در R فشرده نیست.ج. Q در R نه باز و نه بسته است. د. Q کامل است.۱۲. گوی $N \subseteq R$ (مجموعه اعداد طبیعی) به مرکز 0 و به شعاع یک عبارتست از:الف. $(x-1, x+1)$ ب. $\{1\}$ ج. $\{x\}$ د. \emptyset ۱۳. فرض کنید $E \subseteq R^K$. در اینصورت کدام عبارت معادل سایر عبارتها نیست؟الف. E فشرده است.ب. E بسته و کراندار است.ج. هر زیر مجموعه نامتناهی E حداقل دارای یک نقطه حدی است.د. هر دنباله کراندار و صعودی E همگراست.

۱۴. کدام عبارت درست است؟

الف. درون هر مجموعه همبند، لزوماً همبند است.

ب. بست هر مجموعه همبند، همواره همبند است.

ج. $(0, 1)$ با متریک معمولی کامل است.د. $(0, 1)$ با متریک مجزا کامل نیست.۱۵. تابع $f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ 1-x & x \notin Q \end{cases}$ در کدامیک از نقاط زیر دارای حد است؟

د. صفر

ج. ۲

ب. $\frac{1}{2}$

الف. ۱

۱۶. فرض کنید f تابعی حقیقی و پیوسته بر فضای متری X باشد. قرار می‌دهیم $Z(f) = \{x \in X \mid f(x) = 0\}$ در اینصورت کدام عبارت در مورد $Z(f)$ درست است؟

ج. نه بسته و نه باز است. هیچکدام از اینها صحیح نیست.

الف. بسته است. ب. باز است. ج. بسته ای و بسته های آموزشی آنلاین

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۲۳

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۷. کدامیک از توابع زیر پیوسته یکنواخت است؟

ب. $f(x) = x^p, x \in R$

الف. $f(x) = \frac{1}{x}, x \in (0, 1]$

د. $f(x) = x^p, x \in [-1, 1]$

ج. $f(x) = \frac{1}{x}, x \in (0, 1)$

۱۸. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} x^a \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ x^c & x = 0 \end{cases}$ در این صورت $f'(0)$ موجود است اگر و فقط اگر:

د. $a = -1$

ج. $a > 1$

ب. $a < 1$

الف. $a = 0$

۱۹. اگر $f(x) = |x^3|$ در این صورت کدام عبارات درست است؟

د. $f'''(0) = 6$

ج. $f'''(0) = 6$

ب. $f'''(0) = 6$

الف. $f''(0) = 6$

۲۰. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} x^p \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در این صورت مقدار $f'(0)$ عبارتست از:

د. وجود ندارد.

ج. -1

ب. 1

الف. صفر

سوالات تشریحی:

۱. فرض کنید $\{a_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی باشد به طوریکه $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ ثابت کنید $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$

۲. الف: فشردگی یک فضای متریک را تعریف کنید.

ب: ثابت کنید فضای متریک M فشرده است اگر و فقط اگر هر خانواده از مجموعه‌های بسته با اشتراک تهی، دارای زیر

خانواده‌ای متناهی با اشتراک تهی باشد.

۳. الف: پیوستگی یکنواخت را تعریف کنید.

ب: فرض کنید f بر فضای متریک و فشرده X یک به یک و پیوسته باشد، ثابت کنید f^{-1} نیز پیوسته است.۴. فرض کنید $A = [0, 1]$ ، f تابعی پیوسته از A به A باشد. ثابت کنید حداقل یک x در A وجود دارد به طوریکه

$f(x) = x$

۵. فرض کنید f به ازاء هر $x > 0$ تعریف شده و مشتق پذیر باشد و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. قرار می‌دهیم

$g(x) = f(x+1) - f(x)$ ثابت کنید $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ (راهنمایی: قضیه مقدار میانگین را به کار ببرید.)