

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: جبر ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۰۲

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. کدامیک از ساختمانهای جبری زیر یک گروه می باشند؟

الف. (Z, \times) ب. $(R^+, +)$ ج. $(Z_n, +)$ د. (R, \times)

۲. اگر در گروه G داشته باشیم: $x = x^{-1} \forall x \in G$ آنگاه G :

الف. ساده است. ب. آبلی است. ج. دوری است. د. غیر آبلی است.

۳. کدام یک از گروههای زیر دوری نیستند:

الف. $(\mathbb{Q}, +)$ ب. $G = \{p^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ با عمل ضرب
ج. \mathbb{Z}_p با عمل جمع د. $(\mathbb{Z}, +)$

۴. کدام یک از موارد زیر درست است؟

الف. اگر K, H دو زیر گروه G باشند آنگاه HK زیر گروه G است.
ب. اگر K, H دو زیر گروه G باشند آنگاه $KH = HK$ است.
ج. اگر K, H دو زیر گروه هنجار در G باشند آنگاه HK فقط زیر گروه G است.
د. اجتماع دو زیر گروه لزوماً یک گروه نیست.

۵. در گروه S_n داریم:

الف. برای هر $n \geq 3$ گروه S_n آبلی است.
ب. اگر $\alpha, \beta \in S_n$ دو جایگشت مجزا باشند آنگاه $\alpha\beta = \beta\alpha$
ج. برای هر $n \geq 3$ $Z(S_n) \neq e$
د. تعداد عناصر گروه S_n برابر با n می باشد.

۶. تعداد زیرگروهها، گروه \mathbb{Z}_{18} برابر است با:

الف. ۲ ب. ۵ ج. ۴ د. ۶

۷. مولدهای گروه دوری از مرتبه ۸ برابر است با:

الف. ۴ ب. ۳ ج. ۱ د. ۷

۸. تعداد عناصر یک گروه متناوب از درجه n برابر است با:

الف. $n!$ ب. $\frac{n!}{2}$ ج. $\frac{n}{2}$ د. n

۹. زیر گروه H در G زیر گروه هنجار نامیم در صورتی که:

الف. برای هر $a \in G$ داشته باشیم $aH = Ha$

ب. برای هر $a \in G$ وجود داشته باشد $h \in H$ بطوریکه $a^{-1}ha \in H$

ج. $n(H) = H$

د. $H \leq N(H)$

تعداد سؤال: هفتاد و دو - تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: جبر ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۰۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۰. کدامیک از موارد زیر درست است؟

الف. اگر H زیر گروه هنجار در G باشد سپس $\frac{G}{H}$ آبلی باشد اگر و تنها اگر $G' = H$ ب. $\frac{G}{G'}$ غیر آبلی است.ج. G' آبلی است اگر و تنها اگر $G' = \{e\}$ د. G' زیر گروه هنجار در G است.۱۱. فرض کنید $H = \langle [4] \rangle$, $K = \langle [6] \rangle$ زیرگروههای Z_{24} باشند، $H \cap K$ کدامیک از موارد زیر است:الف. $\langle [6] \rangle$ ب. $\langle [4] \rangle$ ج. $\langle [2] \rangle$ د. $\langle [12] \rangle$ ۱۲. گروه Z_{36} با چه گروهی یکرنگ است: حاصلضربهای زیر مستقیم هستندالف. $Z_8 \times Z_9 \times Z_5$ ب. $Z_2 \times Z_5 \times Z_6$ ج. $Z_{18} \times Z_{20}$ د. $Z_{90} \times Z_4$ ۱۳. حلقه R بایکه، میدان است در صورتی که:الف. هر عنصر R عنصر واحد باشد.ج. R جابجایی باشد.

۱۴. کدامیک از موارد زیر درست است:

الف. زیرحلقه‌های یک هیأت، هیأت می‌باشند.

ب. زیرحلقه‌های یک حلقه با یکه لزوماً با یکه هستند.

ج. برای هر $n \in N$ و Z_n یک میدان است.

د. زیر حلقه یک حلقه بایکه لزومی ندارد با یکه باشد.

۱۵. دامنه صحیح متناهی R

الف. یک حلقه بخشی است.

ب. یک میدان است.

ج. دارای ایده آل ماکسیمال غیر بدیهی است.

د. دارای ایده آل اول غیر بدیهی است.

۱۶. کدام یک از ایده‌الهای زیر ماکسیمال نیستند.

الف. $17Z$ در حلقه $R = Z$ ب. $25Z$ در حلقه $R = Z$ د. $2Z$ در حلقه $R = Z$ ج. ایده‌آل $\{[0], [2]\}$ در حلقه $R = Z_6$ ۱۷. سرشت نمای حلقه $Z_6 \times Z_{15}$ برابر است با:

الف. ۱۵ ب. ۶ ج. ۳ د. ۳۰

نام درس: جبر ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۱۰۲

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ تشریحی

زمان امتحان: ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

۱۸. کدام یک از موارد زیر درست است:

الف. اگر D, D' دو دامنه صحیح باشند آنگاه $D \times D'$ دامنه صحیح است.

ب. اگر R_1, R_2 دو حلقه با بیش از یک عنصر باشند آنگاه حلقه $R_1 \times R_2$ دارای مقسم صفر نمی باشد.

ج. فرض کنید I_1, I_2, \dots, I_n ایده آل های R باشند آنگاه $\bigcup_{i=1}^n I_i$ یک ایده آل R است.

د. ایده آل I جمع مستقیم داخلی ایده آل های I_i می باشد در صورتی که هر عنصر $a \in I$ را بتوان بصورت جمعی از عناصر I_i ها نوشت.

۱۹. کدامیک از ایده آل های زیر اول نمی باشد:

ب. ایده آل $\{0\}$ در Z

الف. ایده آل $\{0\}$ در Z_{17}

ج. ایده آل $\{0\}$ در Z_6

د. ایده آل $I = \{(a, 0) \mid a \in Z\}$ در $Z \times Z$

۲۰. در حلقه جابجایی با یک R داریم:

ب. $P(R) \neq N(R)$

الف. $P(R) = N(R)$

د. $N(R) \subset P(R)$ (زیر مجموعه سره)

ج. $P(R) \subset N(R)$ (زیر مجموعه سره)

سوالات تشریحی

۱. فرض کنیم A یک مجموعه با بیش از یک عنصر باشد. اگر R مجموعه همه جایگشت های A روی T مجموعه همه

جایگشت های فرد روی A باشند، آنگاه $|R| = |T|$

۲. فرض کنید G یک گروه آبدی باشد، ثابت کنید که اگر $G \cong Z_p$ آنگاه G ساده است. (p عددی اول است)

۳. قضیه دوم یوریختی را بیان و اثبات کنید.

۴. اگر D یک دامنه صحیح باشد آنگاه سرشت نمایی D برابر صفر یا یک عدد اول است.

۵. اگر R یک حلقه جابجایی با یک e و متناهی و $I \leq R$ (ایده آل سره) باشد، نشان دهید. اگر I ایده آل اول در R باشد آنگاه

I ایده آل ماکسیمال در R است.