

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۰۹۱ - ۲۴۱۱۰۹ - ۲۴۱۰۶۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۸۰ نمره

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

نیمسال دوم ۸۲ - ۸۳

تعداد کل صفحات: ۳

۱. معادله دیفرانسیل دسته منحنی  $y = cx^p + 2$  برابر است با:

الف.  $y' = 2cx$       ب.  $y = \frac{1}{p}xy' + 1$       ج.  $y = \frac{1}{p}xy' + 2$       د.  $y = xy' + 2$

۲. مسیرهای قائم دسته منحنی  $x^p + y^p = c$  برابر است با:

الف.  $y = \frac{y}{x}$       ب.  $x^p = my$       ج.  $y = mx$       د.  $y = mx^p$

۳. کدام گزینه جواب معادله  $y' + y = e^x$  است؟

الف.  $y = e^x$       ب.  $y = e^{2x}$       ج.  $y = e^{-x}$       د.  $y = x^p$

۴. کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر کامل هستند؟

الف.  $ydx + (2x - ye^y)dy = 0$       ب.  $x(1 + y^p)dy + x^p y^p dx = 0$   
ج.  $\frac{\sin y}{y}dx + \frac{2e^{-x} \cos y}{y}dy = 0$       د.  $(x + y + x^p)dx + (x + y + y^p)dy = 0$

۵. فاکتور انتگرال (عامل انتگرال ساز) معادله  $dx + xxydy = ye^{-y^p}dy$  کدام گزینه است؟

الف.  $e^{y^p}$       ب.  $e^{x^p}$       ج.  $e^{-x^p}$       د.  $e^{-y^p}$

۶. معادله دیفرانسیل  $xe^y dy + \frac{x^p + 1}{y} dx = 0$  یک معادله از نوع:

الف. همگن است      ب. خطی است      ج. کامل است      د. جدانشدنی است

۷. جواب معادله  $y' - y = e^{2x}$  کدام گزینه است؟

الف.  $y = e^x + ce^x$       ب.  $y = e^{x+2} + ce^x$   
ج.  $y = e^{x-2}$       د.  $y = e^{2x} + ce^x$

۸. کدامیک از تبدیلات زیر معادله  $y' + P(x)y = Q(x)y^f$  را به یک معادله خطی مرتبه اول تبدیل می‌کند.

الف.  $z = y^3$       ب.  $z = y^f$       ج.  $z = y^{-p}$       د. معادله فوق می‌تواند خطی شود

۹. جواب منفرد معادله  $y = xy' + \frac{1}{y}$  کدام است؟

الف.  $y = 4x$       ب.  $y = 4x^p$       ج.  $y^p = 4x$       د.  $y^p = 4x^p$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۰۹۱ - ۲۴۱۱۰۹ - ۲۴۱۰۶۲

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

۱۰. جواب عمومی معادله  $y'' - 2y' - 3y = 0$  عبارت است؟

الف.  $y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{3x}$

ب.  $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x}$

ج.  $y = c_1 e^x + c_2 e^{2x}$

د.  $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x}$

۱۱. اگر  $x, 1, \frac{1}{x}$  سه جواب یک معادله دیفرانسیل باشند کدام گزینه صحیح است.

الف. جواب‌ها وابسته خطی هستند.

ب. جواب‌ها مستقل خطی هستند.

ج. جواب‌ها گاهی مستقل و گاهی وابسته خطی هستند.

د. جواب‌ها نه مستقل خطی و نه وابسته خطی هستند.

۱۲. کدام گزینه یک جواب خصوصی معادله  $y'' + y = x^2 + 2$  می‌باشد.

الف.  $x^2$

ب.  $x^2 + 1$

ج.  $x^2 + 2x$

د.  $x^2 - 2x$

۱۳. با کدام تبدیل معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' + ax y' + by = f(x)$  به معادله خطی با ضرایب ثابت تبدیل می‌شود.

الف.  $y = x e^z$

ب.  $x = e^z$

ج.  $y = e^z$

د.  $x = y e^z$

۱۴. نقاط  $x = 0$  و  $x = 2$  برای معادله  $(x-2)x^2 y'' - y' \sin x + y = 0$  چه نقاطی هستند؟الف.  $x = 0$  منفرد نامنظم و  $x = 2$  منفرد منظمب.  $x = 0$  منفرد منظم و  $x = 2$  منفرد نامنظم

ج. هر دو منفرد منظم

د. هر دو منفرد نامنظم

۱۵. معادله  $y'' + y + y^3 = \cos 1.0x$  با شرایط  $y(0) = 0$  و  $y'(0) = 1$  مفروض است جواب سری تیلور (مک‌لورن) معادله فوق برابر است با:

الف.  $y = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

ب.  $y = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

ج.  $y = x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \dots$

د.  $y = x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \dots$

۱۶. جواب عمومی معادله  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^2 \sin x$  برابر است با:

الف.  $c_1 x^2 + c_2 x$

ب.  $c_1 e^{2x} + c_2 e^x$

ج.  $c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x}$

د.  $\frac{c_1}{x^2} + c_2 x$

تعداد سؤال: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۰۹۱ - ۲۴۱۱۰۹ - ۲۴۱۰۶۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۳

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع  $\cosh x$  کدام است؟

الف.  $\frac{\alpha}{s^2 - \alpha^2}$  ب.  $\frac{s}{s^2 - \alpha^2}$  ج.  $\frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$  د.  $\frac{s}{s^2 + \alpha^2}$

۱۸. اگر  $L\{f\} = \frac{1}{s^4}$  باشد  $f(t)$  کدام است؟

الف.  $\frac{t^4}{24}$  ب.  $\frac{t^4}{4}$  ج.  $\frac{t^3}{6}$  د.  $\frac{t^4}{8}$

۱۹. تبدیل لاپلاس  $L\{t^p e^{st}\}$  برابر است با:

الف.  $\frac{p}{(s+p)^2}$  ب.  $\frac{p}{(s+p)^3}$  ج.  $\frac{p}{(s-p)^3}$  د.  $\frac{p}{(s-p)^2}$

۲۰. تابع  $f(t) = \underbrace{1 * 1 * \dots * 1}_n$  که در آن  $*$  کولومب است برابر است با:

الف.  $\frac{t^n}{n+1}$  ب.  $\frac{t^n}{n!}$  ج.  $\frac{t^{n+1}}{(n+1)!}$  د.  $\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$

## سوالات تشریحی

۱. معادله دیفرانسیل مرتبه اول  $y' - y + xe^{-x}y^3 = 0$  را حل کنید.۲. معادله مرتبه دوم  $x^2 y'' + xy' + 4y = \sin(\ln x)$  را حل کنید.۳. معادله خطی مرتبه دوم  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$  را حل کنید.۴. معادله انتگرال  $\varphi'(x) = x + \int_0^x \varphi(x-\lambda) \cos \lambda d\lambda$  و  $\varphi(0) = 4$  را حل کنید.۵. بوسیله عملگر  $D$  دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - y = -e^t \\ x - \frac{dy}{dt} - y = e^{rt} \end{cases}$$