

نام درس: ریاضی عمومی ۳

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۰۸۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

۱. تابع  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & \text{یا } x \neq 0 \text{ یا } y \neq 0 \\ 0 & x = y = 0 \end{cases}$  مفروض است کدام گزاره درست می باشد؟

الف.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 1$

ب. حد تابع در  $(0,0)$  وجود ندارد.

ج. تابع  $f$  در  $(0,0)$  پیوسته است.

د.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$

۲. تابع  $f$  سؤال اول را در نظر بگیرید کدام گزاره درست است؟

الف.  $f_1(0,0) = 0$  ب.  $f_1(0,0) = 1$  ج.  $f_1(0,0) = \frac{1}{2}$  د.  $f_1(0,0)$  وجود ندارد.

۳. کدامیک از توابع داده شده زیر در نقطه مورد نظر حد دارد؟

الف.  $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$  در  $(0,0)$  ب.  $f(x, y) = \frac{xy}{|xy|}$  در  $(0,0)$

ج.  $f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^3 + y^3 + z^3}$  در  $(0,0,0)$  د.  $f(x, y) = \frac{x^3 y^3}{x^2 y^2 - 1}$  در نقطه  $(1,1)$

۴. تابع  $f(x, y) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}$  مفروض است کدام گزاره زیر درست می باشد؟

الف.  $f_1(0,0) = 0$  ب.  $f_1(0,0) = 0$  ج.  $f$  در  $(0,0)$  پیوسته است د.  $f_1(0,0) \neq f_2(0,0)$

۵. معادله صفحه مماس بر رویه  $z = x^2 + y^2$  در نقطه  $(3, 4, 25)$  کدام است؟

الف.  $6x + 8y - z = 25$  ب.  $3x - 4y + z = 18$

ج.  $3x + 4y - z = 0$  د.  $4x - 3y + z = 25$

۶. اگر  $w = xy + yz + xz$ ،  $x = e^t$ ،  $y = e^{-t}$ ،  $z = \ln t$  مقدار  $\frac{dw}{dt}$  در نقطه  $t = 1$  چقدر است؟

الف.  $e$  ب.  $e + \frac{1}{e}$  ج.  $1$  د.  $1 - \frac{1}{e}$

۷. مشتق سوئی تابع  $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$  در نقطه  $(1,1)$  و در جهت بردار  $\vec{u} = \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j}$  چقدر است؟

الف.  $\sqrt{2}$  ب.  $-\sqrt{2}$  ج.  $-2\sqrt{2}$  د.  $2\sqrt{2}$

نام درس: ریاضی عمومی ۳

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۰۸۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تشریحی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

۸. تابع  $f(x, y) = 2x - x^2 - y^2$  در نظر بگیرید کدام گزاره درست است؟

- الف. نقطه  $(1, 0)$  نقطه ماکسیمم مطلق  $f$  است.  
 ب. نقطه  $(1, 0)$  نقطه مینیمم نسبی  $f$  است.  
 ج. نقطه  $(0, 0)$  نقطه ماکزیمم نسبی تابع است.  
 د. نقطه  $(0, 0)$  نقطه مینیمم نسبی  $f$  است.

۹. تابع  $f(x, y) = x^2 - y^2$  را در نظر بگیرید کدام گزاره درست است؟

- الف. تابع در  $(0, 0)$ ، ماکسیمم نسبی دارد.  
 ب. تابع در  $(0, 0)$ ، مینیمم نسبی دارد.  
 ج. تابع در  $(0, 0)$ ، نقطه زین اسبی دارد.  
 د. تابع در  $(0, 0)$ ، ماکزیمم مطلق دارد.

۱۰. ماکسیمم مقدار مشتق سوئی تابع  $f(x, y) = 9 - x^2 - y^2$  در نقطه  $(1, 1)$  در چه سوئی است؟

- الف.  $i$   
 ب.  $i + j$   
 ج.  $2i + 2j$   
 د.  $-2i - 2j$

۱۱. کدام نقطه از رویه  $x^2 - z^2 = 1$  دارای کوتاهترین فاصله تا مبدا را می باشد؟

- الف.  $(1, 1, 0)$   
 ب.  $(0, 0, 1)$   
 ج.  $(0, 0, -1)$   
 د.  $(1, 0, 0)$

۱۲. اگر  $f(x, y) = \begin{cases} 1 & x \in Q \\ 2y & x \notin Q \end{cases}$  روی  $[0, 1] \times [0, 1]$  تعریف شده باشد در مورد  $\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dy dx$  کدام گزاره

درست است؟

- الف. انتگرال فوق وجود ندارد.  
 ب. مقدار آن ۱ است.  
 ج. مقدار آن ۳- است.  
 د. مقدار آن ۲ است.

۱۳. انتگرال  $\int_0^1 \int_0^1 \sin \pi x^y dx dy$  برابر است با:

- الف.  $\int_0^1 \int_0^x \sin \pi x^y dy dx$   
 ب.  $\int_0^1 \int_0^x \sin \pi x^y dx dy$   
 ج.  $\int_0^1 \int_0^y \sin \pi x^y dx dy$   
 د.  $\int_0^1 \int_0^1 \sin \pi x^y dx dy$

۱۴. اگر  $D$  ناحیه ای در صفحه  $xoy$  و تغییر متغیر  $u = x + y$ ,  $v = x - 2y$  را در انتگرال  $\iint_D dx dy$  انجام دهیمانگاه این انتگرال در دستگاه  $uov$  به چه صورت می باشد؟

- الف.  $\frac{1}{3} \iint_{D'} dudv$   
 ب.  $-\frac{1}{3} \iint_{D'} dudv$   
 ج.  $3 \iint_{D'} dudv$   
 د.  $-3 \iint_{D'} dudv$

نام درس: ریاضی عمومی ۳

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۰۸۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

۱۵. مقدار  $\int_C (y + 3x^2)dx + (x + 1)dy$  که در آن  $C$  نیمدایره  $y = \sqrt{1 - x^2}$  از نقطه  $(-1, 0)$  تا نقطه  $(1, 0)$

می باشد، برابر است با:

الف. صفر ب. ۱ ج. ۲ د. ۳

۱۶. با استفاده از قضیه گرین  $\int_C ydx - xdy$  که  $C$  مرز مربع  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  در جهت دایره مثلثاتی است، چقدر می باشد؟

الف. ۸ ب. ۸ ج. ۴ د. -۴

۱۷. اگر  $\vec{F} = F_1 \vec{i} + F_2 \vec{j} + F_3 \vec{k}$  میدان برداری و دارای مشتقات جزئی مرتبه دوم پیوسته باشد کدام گزاره درست است؟

الف.  $\text{div}(\text{curl} \vec{F}) = \frac{\partial^2 F_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_3}{\partial z^2}$

ب.  $\text{div}(\text{curl} \vec{F}) = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z}$

ج.  $\text{div}(\text{curl} \vec{F}) = \text{curl} \vec{F}$

د.  $\text{div}(\text{curl} \vec{F}) = 0$

۱۸. با استفاده از قضیه و اگرایی مقدار  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} ds$  که در آن  $\vec{F}(x, y, z) = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$  پوسته مکعب:

$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$  چقدر است؟

الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. صفر

۱۹. کدام نقطه یک نقطه بحرانی تابع  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - x^2 - 2y$  نمی باشد؟

الف.  $(0, 0)$  ب.  $(0, 0)$  ج.  $(\frac{1}{2}, 0)$  د.  $(-\frac{1}{2}, 0)$

۲۰. نگاشت  $r(u, v) = (v \cos u, v \sin u, v)$  ,  $0 \leq u \leq 2\pi$  ,  $0 \leq v \leq 2$  چه رویه ای را نشان می دهد؟

الف. کره ب. استوانه دوار ج. منشور د. مخروط

نام درس: ریاضی عمومی ۳

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۰۸۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: هفتاد و یک - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۴

### سئوالات تشریحی

۱. حدود مکرر و حد تابع زیر را در نقطه  $(0,0)$  مورد بررسی قرار دهید:

$$f(x, y) = \frac{x^4 y^4}{(x^2 + y^2)^3}, \quad x^2 + y^2 \neq 0$$

۲. مقادیر ماکسیمم و مینیمم تابع  $f(x, y) = xy$  را روی بیضی  $2x^2 + y^2 = 1$  پیدا کنید.

۳. حجم جسم محصور به استوانه  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = y^2$  و صفحه  $z = 0$  را محاسبه کنید.

۴. مطلوبست محاسبه  $\int_C (x+y) ds$  در صورتیکه  $C$  مثلثی به رئوس  $(0,0)$ ,  $(1,0)$ ,  $(0,1)$  باشد.

۵. مساحت سطح سهمیگون به معادله  $x = 1 + z^2$  محدود به صفحات  $x = 0$ ,  $x = 1$  را بدست آورید.