

نام درس: ریاضی عمومی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۰۷۹

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

۱. کدام دنباله همگراست؟

الف.  $a_n = (\sqrt{n})^n$  ب.  $a_n = \frac{2^{n+1}}{3^n}$  ج.  $a_n = \left(\frac{\pi}{5}\right)^{-n}$  د.  $a_n = \cos(n\pi)$

۲. کدام گزاره درست است؟

الف. هر دنباله همگرا یکنواست.  
ب. هر دنباله یکنوا همگراست.  
ج. هر دنباله همگرا کراندار است.  
د. هر دنباله کراندار همگراست.

۳. اگر دنباله  $a_n$  به صورت  $a_1 = \sqrt{2}$  و  $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$  بیان شده باشد سپس حد دنباله کدام است؟

الف.  $\sqrt{2}$  ب.  $+\infty$  ج.  $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$  د. ۲

۴. کدامیک از سری های زیر همگراست؟

الف.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{e^n}$  ب.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$   
ج.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \frac{1}{n}\right)^n$  د.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n$

۵. شعاع و بازه همگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n+1}$  به ترتیب کدام است؟

الف. ۲ و  $[4, 6)$  ب. ۱ و  $[4, 6)$   
ج. ۲ و  $(4, 6)$  د. ۱ و  $(4, 6)$

۶. اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربع وارون پذیر باشند عبارت درست کدام است؟

الف.  $(A^{-1}B)' = B'(A')^{-1}$  ب.  $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$   
ج.  $(A^{-1}B)^{-1} = AB^{-1}$  د.  $(A'B)^{-1} = A^{-1}B'$

۷. کدام ویژگی در مورد ضرب ماتریس ها درست نیست؟

الف. شرکت پذیری  
ب. پخش ضرب روی جمع ماتریس ها  
ج. جابجایی  
د.  $I(I+I) = I^3$

۸. کدامیک از توابع زیر یک تابع خطی از  $R^3$  به  $R^3$  است

الف.  $f(x, y) = (x + y, 2x + 3)$  ب.  $f(x, y) = (2x + 1, 3y - 4)$   
ج.  $f(x, y) = (2x - 4y, 0)$  د.  $f(x, y) = (xy^2, y^2x)$

نام درس: ریاضی عمومی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۰۷۹

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

۹. اگر  $f: R^n \rightarrow R^m$  یک تابع خطی باشد به طوری که  $\text{Ker } f = \{0\}$  سپس:الف.  $f$  پوشاست ب.  $f$  یک به یک است ج.  $n(f) = m$  د.  $f^{-1} = f$ ۱۰. هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  سپس  $\text{tr}(A)$  کدام است؟

الف. ۲ ب. -۱۲ ج. ۱۲ د. ۱۱

۱۱. فرض کنید  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $n \times n$  باشند سپس  $A$  با  $B$  متشابه است هرگاه ماتریس نامنفرد  $C$  وجود داشته باشد که:الف.  $AB = AC$  ب.  $CAC = B$ ج.  $AC = BC$  د.  $AC = CB$ ۱۲. رویه  $x^p + y^p = z^p$  معرف چه رویه ای است؟

الف. مخروط ب. استوانه ج. هذلولیوار د. سهمیوار

۱۳. معادله کروی  $\rho = 2 \cos \varphi$  در مختصات دکارتی کدام است؟الف.  $x^p + y^p + (z-1)^p = 1$  ب.  $x^p + y^p = z$ ج.  $\sqrt{x^p + y^p + z^p} = z$  د.  $x^p + y^p + z^p = z$ ۱۴. از دوران خم  $xy = 1$  حول محور  $x$  ها کدام رویه بدست می آید؟الف.  $x^p y^p = y^p$  ب.  $x^p y^p = z^p$ ج.  $x^p y^p + x^p z^p = 1$  د.  $x^p y^p + y^p z^p = 1$ ۱۵. رویه  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  در دستگاه کروی چیست؟

الف. کره ب. صفحه ج. استوانه د. مخروط

۱۶. تابع برداری  $\vec{f}(t) = \left( \frac{\sin t}{t}, \frac{1}{1-t}, t \ln t \right)$  در  $t = 0$ :

الف. پیوسته است. ب. تنها حد دارد و پیوسته نیست.

ج. حد ندارد. د. برداریکه مماس موازی محور  $x$  ها دارد۱۷. اگر  $f(t) = (-\cos t, \sin t, 1)$  و  $\frac{dt}{ds} = \sqrt{2}$  سپس  $\vec{f}'(s)$  برابر با کدام است؟الف.  $\sqrt{2}(\sin s, \cos s, 0)$  ب.  $\sqrt{2}(-\cos s, \sin s, 1)$ ج.  $\sqrt{2}(\sin(\sqrt{2}s), \cos(\sqrt{2}s), 0)$  د.  $\sqrt{2}(-\cos(\sqrt{2}s), \sin(\sqrt{2}s), 1)$

نام درس: ریاضی عمومی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۰۷۹

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

۱۸. طول خم پیچوار  $\vec{f}(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$  بین دو نقطه  $(a, 0, 0)$  و  $(a \cos t, a \sin t, bt)$  کدام است؟الف.  $\sqrt{a^2 + b^2} t$  ب.  $\sqrt{a^2 + b^2}$  ج.  $(a^2 + b^2)t$  د.  $(a + b)t$ ۱۹. انحناى خم  $y = e^x$  در نقطه  $(0, 1)$  برابر است با:الف.  $\frac{1}{2}$  ب.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  ج.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  د.  $\sqrt{2}$ ۲۰. تاب خم  $\vec{f}(t) = (\sqrt{3} \cos t)\vec{i} + (\sqrt{3} \sin t)\vec{j} + 5\vec{k}$  کدام است؟الف.  $\sqrt{3}$  ب.  $\frac{5}{\sqrt{3}}$  ج.  $\sqrt{8}$  د. صفر

## سوالات تشریحی

۱. با استفاده از سری  $\frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$  برای  $|x| < 1$  سری توان معرف تابع  $\ln(1+x)$  را بدست آورید و سپس با استفاده از آن  $\ln 2$  را به صورت یک سری عددی بنویسید.۲. نوع رویه  $3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 4xy - 4yz = 12$  را تعیین کنید.۳. تابع خطی  $f: R^3 \rightarrow R^3$ ،  $f(x, y, z) = (x + z, x + 2y - 5z, 3x + y)$  مفروض است پایه‌ای برای هسته و نیز پایه‌ای برای  $R(f)$  بیابید و بعد هسته و بعد  $R(f)$  را تعیین کنید.۴. معادله استوانه‌ای بنویسید که خم هادی آن  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x + y + z = \frac{a}{2} \end{cases}$  و  $D$  امتداد مولد آن موازی محور  $z$  ها باشد.۵. بردار قائم اصلی، معادله صفحه قائم، انحناء و مولفه‌های مماسی و قائم خم  $f(t) = (t \cos t)\vec{i} + (t \sin t)\vec{j} + (\sqrt{3}t)\vec{k}$  در لحظه  $t = 0$  را بیابید.