

نام درس: منطق ریاضی

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۶۳۲۴۸-۲۴۱۳۴۸

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۳

۱. هرگاه $\langle x_1, x_p, x_m, x_e \rangle = \langle y_1, y_p, y_m \rangle$ ب. $y_1 = \langle x_1, x_p \rangle$ الف. $y_m = \langle x_m, x_e \rangle$ د. $y_1 = \langle x_m, x_e \rangle$ ج. $y_p = \langle x_p, x_m \rangle$

۲. هرگاه α و β فرمول‌های درست ساخت با نمادهای ربطی \vee و \wedge و \sim باشند و α^* و β^* با تعویض \wedge و \vee و جایگزینی هر نماد جمله‌ای با نفی آن در α و β باشند در این صورت کدام عبارت صحیح است

ب. $(\alpha \vee \beta) \models (\alpha^* \vee \beta^*)$ الف. $(\alpha \wedge \beta) \models (\alpha^* \wedge \beta^*)$ د. $(\alpha \rightarrow \beta) \models (\alpha^* \rightarrow \beta^*)$ ج. $(\alpha \rightarrow \beta) \models (\beta^* \rightarrow \alpha^*)$

۳. تعداد نمادهای بکار رفته در یک فرمول درست ساخت در منطق جمله‌ها می‌تواند به تعداد زیر باشد:

د. ۳

ج. ۲

ب. ۶

الف. ۵

۴. کدامیک از احکام زیر نادرست است

الف. $\Sigma \models (\alpha \rightarrow \beta) \Leftrightarrow \Sigma; \alpha \models \beta$ ب. $\models (\alpha \leftrightarrow \beta) \Leftrightarrow \alpha \models \beta$ ج. $\Sigma \models (\alpha \vee \beta) \Leftrightarrow \Sigma \models \beta$ یا $\Sigma \models \alpha$ د. $\Sigma \models \beta$ یا $\Sigma \models \alpha \Leftrightarrow \Sigma \models (\gamma \vee \beta)$

۵. کدامیک از مجموعه‌های زیر تام است؟

د. $\{\vee, \wedge\}$ ج. $\{\vee, \rightarrow\}$ ب. $\{\neg, \vee\}$ الف. $\{\wedge, \rightarrow\}$ ۶. در منطق جمله‌ها هرگاه Σ مجموعه‌ای از فرمول‌های درست ساخت باشد کدامیک از موارد زیر برای تصمیم‌پذیر بودنمجموعه نتایج توتولوژیک Σ یک شرط کافی استب. شماره پذیر کارآمد بودن Σ الف. مقتضای بودن Σ د. نامتناهی بودن Σ ج. شماره پذیر کارآمد بودن متمم Σ ۷. هرگاه رابط \downarrow معادل $\neg(A \vee B)$ باشد معادل توتولوژیک $A \vee B$ کدام استب. $(A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$ الف. $(A \downarrow B) \downarrow (B \downarrow A)$ د. $A \downarrow (A \downarrow B) \downarrow B$ ج. $(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)$

۸. کدامیک یک توتولوژی نیست

الف. $(\neg(A \rightarrow B)) \leftrightarrow (A \wedge (\neg B))$ ب. $((A \wedge B) \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ ج. $(A \wedge (\neg A))$ د. $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$

نام درس: منطق ریاضی

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۶۳۲۴۸-۲۴۱۳۴۸

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۳

۹. کدامیک از موارد زیر جزو اصول منطقی نمی باشد

الف. توتولوژیها

ب. $x \approx x$ ج. $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$ که در آن x در α آزاد نیستد. $\forall x \alpha \rightarrow \alpha^x_t$ که t در α جایگزین x می تواند باشد۱۰. ارزش عبارت $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$ کدام استالف. همواره درست ب. همواره نادرست ج. معادل ارزش P د. معادل ارزش Q

۱۱. کدامیک از عبارتهای زیر معادل جمله «هر عدد طبیعی غیر صفر تالی یک عدد است» می باشد

الف. $\forall v_1 (v_1 \neq 0 \rightarrow \exists v_2 v_1 \approx S v_2)$ ب. $\forall v_1 (v_1 \neq 0 \rightarrow \exists v_2 : v_2 \approx S v_1)$ ج. $\forall v_1 ((\neg \approx v_1 0) \rightarrow (\neg \forall v_2 (\neg \approx v_2 S v_1)))$ د. $\forall v_1 ((\approx v_1 0) \rightarrow (\neg \forall v_2 (\approx v_2 S v_1)))$ ۱۲. هرگاه متغیر x در فرمول درست ساخت α آزاد باشد، آنگاه کدام گزاره نادرست است؟الف. متغیر x در $(\neg \alpha)$ آزاد است اگر و فقط اگر α آزاد باشد.ب. متغیر x در $(\alpha \rightarrow \beta)$ آزاد است اگر و فقط اگر α و β آزاد باشند.ج. متغیر x در $\forall v_i \alpha$ آزاد است اگر و فقط اگر α آزاد باشد و $x \neq v_i$.د. متغیر x در فرمول بسیط α آزاد است اگر و فقط اگر α رخ دهد.

۱۳. با توجه به اصول کوتاه نویسی و امکان حذف پارانتز کدامیک از عبارات زیر صحیح است:

الف. $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ کوتاه نوشت $((\alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow (\neg(\beta \rightarrow \alpha)))$ می باشد.ب. $\exists x \alpha \wedge \beta$ همان $\exists x (\alpha \wedge \beta)$ استج. $\exists x (Ax \rightarrow Bx)$ همان $(\neg \forall x (\neg (Ax \rightarrow Bx)))$ است.د. $\exists x (Ax \wedge Bx)$ همان $(\forall x (Ax \rightarrow (\neg Bx)))$ است.

۱۴. با توجه به تعریف صریح فرمولهای بسیط کدام عبارت صحیح است

الف. $\bar{S}(t_1) = \bar{S}(t_2) \Leftrightarrow \models \approx t_1 t_2 [S]$ ب. $\models \varphi[S] \Leftrightarrow \models \neg \varphi[S]$ ج. $\models (\varphi \rightarrow \psi)[S] \Leftrightarrow \models \varphi[S] \vee \models \psi[S]$ و یا هر دود. $\models \forall x \varphi[S] \Leftrightarrow$ به ازای هر $d \in u$ داشته باشیم $\models \varphi[S(x | d)]$

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

نام درس: منطق ریاضی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۶۳۲۴۸-۲۴۱۳۴۸

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۵. هرگاه در یک استنتاج $\Gamma, A \vdash B$ و A بستگی نداشته باشد کدام گزاره درست است
الف. $\Gamma \vdash \sim A$ ب. $\Gamma \vdash B$ ج. $A \vdash B$ د. $B \vdash A$

۱۶. کدام زیرمجموعه از خط حقیقی R در $(R, <)$ تعریف پذیرند.

الف. زیر مجموعه های فشرده ب. زیر مجموعه های همبند

ج. بازه های باز د. زیرمجموعه های ناشمارا

۱۷. تابع بولی B را چنان تعریف می کنیم که $B(F, F) = F$ و $B(X, T) = T$ فرمول درست ساختی که B را معین می کند کدام است؟

الف. $\alpha \wedge \beta$ ب. $\alpha \vee \beta$ ج. $\alpha \rightarrow \beta$ د. $\alpha \leftrightarrow \beta$

۱۸. کدامیک از فرمولهای زیر یک استنتاج نیست
الف. $\exists x(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow \exists x\alpha \vee \exists x\beta$ ب. $\forall x\alpha \vee \forall x\beta \leftrightarrow \forall x(\alpha \vee \beta)$

ج. $\exists x(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \exists x\alpha \wedge \exists x\beta$ د. $\forall x(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\exists x\alpha \rightarrow \exists x\beta)$

۱۹. هرگاه $x \approx y$ کدام گزاره نتیجه می شود.

الف. $\forall z P_{xz} \rightarrow \exists x P_{yz}$ ب. $\exists z P_{xz} \rightarrow \forall z P_{yz}$

ج. $\forall z P_{xz} \rightarrow \forall z P_{yz}$ د. $\exists z P_{xz} \rightarrow \exists z P_{yz}$

۲۰. قضیه تمامیت گودل معادل کدام گزاره زیر است

الف. اگر Γ سازگار باشد آنگاه $\phi \models \Gamma$

ب. اگر Γ ارضاشدنی باشد آنگاه Γ سازگار است

ج. اگر $\Gamma \models \phi \iff \Gamma \vdash \phi$

د. اگر $\Gamma \vdash \phi \iff \Gamma \models \phi$

سوالات تشریحی

۱. در منطق جمله ها نشان دهید از نتیجه قضیه فشردگی (اگر $\sum \models \tau$ آنگاه یک زیرمجموعه متناهی \sum مانند $\sum \models \tau$ وجود دارد که $\sum \models \tau$) می توان خود قضیه فشردگی را اثبات کرد.

۲. اگر $\Gamma; \phi$ ناسازگار باشد آنگاه $\Gamma \vdash \neg \phi$

۳. ثابت کنید $\{ \vdash, \rightarrow \}$ تمام است

۴. یک مجموعه از عبارتها تعمیم پذیر است اگر و فقط اگر آن مجموعه و متمم آن هر دو شماره پذیر کارآمد باشد

۵. اگر $\Gamma \vdash \neg \phi$ و x در هیچ فرمولی در Γ آزاد نباشد آنگاه $\Gamma \vdash \neg \forall x \phi$