

نام درس: آنالیز عددی ۱

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر - آمار

کد درس: ۲۴۱۱۸۶ - ۲۶۳۱۷۲ - ۲۵۰۳۳۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۷۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی ندارد

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

۱. اگر e خطای مطلق و δ خطای نسبی و a, b به ترتیب تقریبهایی از A, B باشند، خواهیم داشت:

الف. $e(a) + e(b) < e(a + b)$

ب. $\delta(ab) \leq \delta(a) \cdot \delta(b)$

ج. $\delta(a - b) \leq \max\{\delta(a), \delta(b)\}$

د. $e(a - b) \leq e(a) + e(b)$

۲. برای محاسبه تقریبی $(\sqrt{2} - 1)^4$ کدام عبارت دقیقتری بدست می دهد؟

الف. $\frac{1}{17 + 12\sqrt{2}}$

ب. $\frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^4}$

ج. $\frac{1}{17 + 12\sqrt{2}}$

د. $(\sqrt{2} - 1)^4$

۳. معادله $\cos^2 x + 4x = 0$ دقیقاً چند ریشه دارد؟

الف. صفر ریشه ب. یک ریشه ج. دو ریشه د. سه ریشه

۴. اگر بخواهیم ریشه های معادله ای را که روش دو بخشی، در بازه $[1, 2]$ حساب کنیم که خطای آن از 10^{-2} کمتر باشد، در صورتی که بدانیم روش همگراست، حداقل تعداد تکرارها چقدر خواهد بود؟

الف. ۷ ب. ۸ ج. ۹ د. ۱۰

۵. معادله $x = 4^{-x}$ در کدامیک از بازه های زیر با روش تکرار نقطه ثابت همگرا می باشد؟الف. $[1, 2]$ ب. $[-2, -1]$ ج. $[-2, 0]$ د. $[0, 2]$

۶. همگرایی روش نیوتن از مرتبه چند است؟

الف. صفر ب. حداقل یک ج. حداقل دو د. حداقل سه

۷. اگر برای یافتن ریشه یک معادله از روش وتری استفاده کنیم، کدام فرمول مناسب تر است؟

الف. $x_{n+1} = x_{n-1} - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$

ب. $x_{n+1} = \frac{x_{n-1} f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_{n-1}) - f(x_n)}$

ج. $x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$

د. $x_{n+1} = \frac{x_{n-1} f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$

۸. اگر ریشه های معادله $0 = z^4 - 4z^3 - 5z + 1$ ، z_1, z_2, z_3, z_4 باشد، مجموع ریشه های معادله کدام است؟

الف. ۵ ب. ۷ ج. ۵ د. ۴

۹. در مسئله شماره ۸ حاصل ضرب ریشه ها کدام است؟

الف. ۱ ب. $-\frac{1}{5}$ ج. $\frac{1}{4}$ د. ۱

نام درس: آنالیز عددی ۱

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر - آمار

کد درس: ۲۴۱۱۸۶ - ۲۶۳۱۷۲ - ۲۵۰۳۳۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

۱۰. با توجه به جدول زیر $L_1(x)$ کدام گزینه است؟

x_i	۰	۱	۳	۴
f_i	۰	۵	۷	۲

ب. $-\frac{1}{6}(x^3 + 7x^2 + 12)$

الف. $\frac{1}{12}(x-1)(x-3)(x-4)$

د. $\frac{1}{6}(x^3 - 7x^2 + 12x)$

ج. $-\frac{1}{12}(x-1)(x-3)(x-4)$

۱۱. با توجه به جدول مسئله شماره ۱۰ اگر از درونیابی لاگرانژ استفاده کنیم، درجه چند جمله‌ای درونیاب چند خواهد شد؟

الف. درجه ۴ ب. حداکثر از درجه ۴ ج. حداکثر از درجه ۳ د. درجه ۳

۱۲. کدام گزینه در مورد روش لاگرانژ صحیح است؟

الف. $L_i(x) = \frac{F(x)}{F'(x_i)}$ و $F(x) = (x-x_0)(x-x_1)...(x-x_n)$

ب. $L_0(x) + L_1(x) + ... + L_n(x) = 1$

ج. چند جمله‌ایهای لاگرانژ وابسته خطی اند.

د. $L_i(x_j) = \begin{cases} 0 & i = j \\ 1 & i \neq j \end{cases}$

۱۳. با توجه به جدول ذیل، $f[x_1, x_2, x_3]$ کدام است؟

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
f_i	-۱	۲	۵	-۳	۷

د. $\frac{11}{2}$

ج. ۳

ب. صفر

الف. $-\frac{11}{2}$

نام درس: آنالیز عددی ۱

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر - آمار

کد درس: ۲۴۱۱۸۶ - ۲۶۳۱۷۲ - ۲۵۰۳۳۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

۱۴. اگر $P(x)$ چندجمله‌ای درونیاب f در نقاط مسئله شماره ۱۳ باشد و f دارای مشتق از تمام مراتب باشد، فرمول خطایدرونیاب کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (در تمام گزینه‌ها $\eta_x \in [1, 5]$ می‌باشد).

الف. $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{4!} f^{(5)}(\eta_x)$

ب. $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{5!} f^{(5)}(\eta_x)$

ج. $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{5!} f^{(4)}(\eta_x)$

د. $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{4!} f^{(4)}(\eta_x)$

۱۵. اگر $A = a_1 \dots a_m / b_1 \dots b_n c_1 \dots c_k$ آنگاه:

الف. $A = a_1 \dots a_m + \frac{b_1 \dots b_n c_1 \dots c_k - b_1 \dots b_n}{\frac{99 \dots 9}{\text{تا } n} \quad \frac{00 \dots 0}{\text{تا } k}}$

ب. $A = a_1 \dots a_m + \frac{b_1 \dots b_n c_1 \dots c_k - b_1 \dots b_n}{\frac{99 \dots 9}{\text{تا } k} \quad \frac{00 \dots 0}{\text{تا } n}}$

ج. $A = a_1 \dots a_m + \frac{b_1 \dots b_n c_1 \dots c_k + b_1 \dots b_n}{\frac{99 \dots 9}{\text{تا } k} \quad \frac{00 \dots 0}{\text{تا } n}}$

د. $A = a_1 \dots a_m + \frac{b_1 \dots b_n c_1 \dots c_k + b_1 \dots b_n}{\frac{99 \dots 9}{\text{تا } n} \quad \frac{00 \dots 0}{\text{تا } k}}$

نام درس: آنالیز عددی ۱

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر - آمار

کد درس: ۲۴۱۱۸۶ - ۲۶۳۱۷۲ - ۲۵۰۳۳۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۷۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سوالات تستی نمره منفی ندارد

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

$$(j = 0, 1, 2, \dots \quad i = 1, 2, 3, \dots)$$

۱۶. قاعده رامبرگ کدام است؟

$$T_{ij} = \frac{4^i T_{(i-1)(j+1)} - T_{(i-1)j}}{4^i} \quad \text{ب.}$$

$$T_{ij} = \frac{4^i T_{i(j-1)} - T_{(i-1)j}}{4^i - 1} \quad \text{الف.}$$

$$T_{ij} = \frac{4^i T_{(i-1)(j+1)} - T_{(i-1)j}}{4^i - 1} \quad \text{د.}$$

$$T_{ij} = \frac{4^i T_{i(j-1)} - T_{i(j-1)}}{4^i - 1} \quad \text{ج.}$$

۱۷. کدام گزینه برای قاعده گاوس دو نقطه ای صحیح است؟

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{k=0}^1 w_k f(x_k) + E$$

قاعده گاوس دو نقطه ای

الف. در این روش چهار معادله و چهار مجهول داریم که نسبت به w_0 و w_1 خطی و نسبت به x_0 و x_1 غیرخطی است.ب. این روش فقط برای بازه $[-1, 1]$ قابل اعمال است و برای بازدهای دیگر اصلاً قابل استفاده نیست.

ج. این روش برای چندجمله‌ایهای تا درجه دو دقیق است.

د. هر سه مورد فوق درست است.

۱۸. برای انتگرالگیری عددی معمولاً کدام روش دقیق‌تر است؟

ب. روش مستطیلی

الف. روش نقطه میانی

د. روش نوزنقه‌ای

ج. روش گاوس

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \quad \text{۱۹. دستور اویلر برای حل دستگاه}$$

عبارت است از:

$$y_{i+1} = h f(x_i, h y_i) \quad \text{الف.}$$

$$y_{i+1} = y_i + h f(x_i, y_i) \quad \text{ب.}$$

$$y_{i+1} = h f(x_i + h, y_i) \quad \text{ج.}$$

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, h y_i) \quad \text{د.}$$

۲۰. برای حل عددی معادله کدام روش دقیق‌تر است؟

الف. روش رونگ - کوتا مرتبه چهار

ب. روش اویلر

ج. روش رونگ - کوتا مرتبه دو

د. روش سیمپسون

نام درس: آنالیز عددی ۱

تعداد سؤال: هفتاد و پنج - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر - آمار

کد درس: ۲۴۱۱۸۶ - ۲۶۳۱۷۲ - ۲۵۰۳۳۰

زمان امتحان: هفتاد و پنج دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است] ☆ سؤالات تستی نمره منفی ندارد

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

سؤالات تشریحی

۱. معادله $x = \cos x$ را به روش نیوتن و با نقطه اولیه $x_0 = \frac{\pi}{4}$ حل نمایید و یک تقریب عالی از جواب بدست آورید.

(تا ده رقم اعشار)

۲. اگر $P(z) = 3z^3 - 4z + 8$ باشد با استفاده از روش هورنر $p(z)$ و $p'(z)$ را محاسبه کنید.

۳. جدول زیر مربوط به $y(x) = \sin x$ برای $x = 0^\circ, 10^\circ, \dots, 50^\circ$ است مطلوبست برآورد $\sin 5^\circ$ با استفاده از چند جمله ای درونیاب زیر:

x_i	0°	10°	20°	30°	40°	50°
f_i	0	0/1736	0/3420	0/5	0/6428	0/7660

۴. با استفاده از فرمول دو نقطه ای گاوس تقریبی از انتگرال زیر را حساب کنید.

$$\int_{-1}^1 \cos x \, dx$$

(ابتدا باید w_i و x_i را محاسبه کنید.)

۵. تقریبی از $y(0.1)$ را با استفاده از فرمول مرتبه چهار رونگ - کوتا، برای دستگاه زیر محاسبه کنید.

$$\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$