

تعداد سؤال: ۱۵ تکمیلی - تشریحی ۴

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۴۷۲

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. تابع موج یک ذره آزاد در فضای یک بعدی با رابطه $\psi(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{\alpha x^2}{2}}$ توصیف می شود. مقدار انتظاری

(چشمداشتی) تکانه خطی ذره کدام است؟

- الف. ۰ ب. $\frac{\hbar \alpha}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}$ ج. $\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ د. $\frac{\hbar}{\sqrt{\alpha}}$

۲. رابطه سرعت گروه و سرعت فاز برای یک موج به صورت $v_{gr} = 2v_{ph}$ است. رابطه ω و عدد موج k چگونه است؟ α مقدار ثابتی است.

- الف. $\omega = \alpha k^2$ ب. $\omega = \alpha k^3$ ج. $\omega = \alpha k^{\frac{3}{2}}$ د. $\omega = \alpha k$

۳. ذره ای به جرم m در پتانسیل $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & \text{بقیه جاها} \end{cases}$ در امتداد محور x حرکت می کند؟ در

لحظه $t = 0$ تابع حالت ذره عبارت است از $\psi(x) = \frac{1}{a} \left[\frac{2}{5} \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{4}{5} \sin \frac{\pi x}{a} \right]$ احتمال یافتن ذره در حالت پایه و اولین حالت برانگیخته به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- الف. $\frac{18}{25a}, \frac{32}{25a}$ ب. $\frac{9}{25}, \frac{16}{25}$ ج. $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ د. $\frac{3}{5\sqrt{a}}, \frac{4}{5\sqrt{a}}$

۴. تابع موج یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی به شکل $\psi = \frac{1}{4}U_0 + \frac{i}{2}U_1 + \frac{i\sqrt{11}}{4}U_2$ است. U_n ها ویژه حالت های بهنجار

($n = 0, 1, 2$) نوسانگر هماهنگ ساده اند. مقدار چشمداشتی (انتظاری) انرژی این نوسانگر کدام است؟

- الف. $\frac{3}{4}\hbar\omega$ ب. $\frac{3}{2}\hbar\omega$ ج. $\frac{13}{4}\hbar\omega$ د. $\frac{17}{8}\hbar\omega$

۵. γ الکترون درون یک چاه پتانسیل یک بعدی نامتناهی به طول a قرار دارند. اگر جرم الکترون باشد بالاترین تراز انرژی پر شده در این چاه کدام است؟ (فرض می کنیم دستگاه در حالت پایه قرار دارد.)

- الف. $\frac{4\pi^2\hbar^2}{m_e a^2}$ ب. $\frac{8\pi^2\hbar^2}{m_e a^2}$ ج. $\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e a^2}$ د. $\frac{49\pi^2\hbar^2}{4m_e a^2}$

تعداد سؤال: ۱۵ تکمیلی - تشریحی ۴

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۴۷۲

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۶. مزدوج (همیوج) هرمیتی عملگر تکانه کدام است؟

الف. $\hbar \frac{d}{dx}$ ب. $-\frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx}$ ج. $-\hbar \frac{d}{dx}$ د. $-i\hbar \frac{d}{dx}$

۷. ذره‌ای با انرژی $E < V_0$ در پتانسیل شکل زیر قرار دارد. کدام یک از توابع موج زیر می‌تواند ذره را به درستی در فاصله

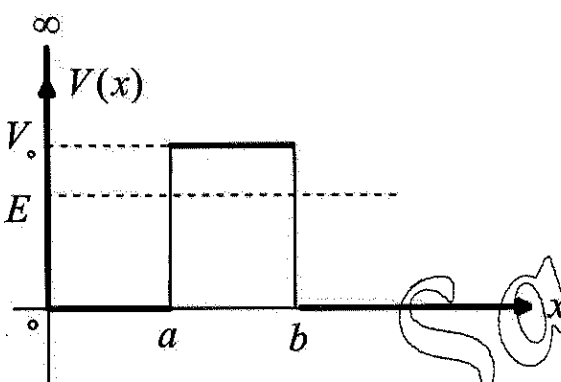
$$0 < x < a \quad \text{توصیف کند؟} \quad C_1, C_2 \text{ اعداد ثابت غیر صفرند.} \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

الف. $C_1 \cos kx$

ب. $C_1 \sin kx$

ج. $C_1 (\sin kx + \cos kx)$

د. $C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx}$

۸. ذره‌ای به جرم m داخل مکعبی به ضلع a محبوس است. مقدار انرژی اولین حالت برانگیخته و مرتبه تبهگنی (واگنی) آن کدام است؟

ب. $\frac{3\pi^2 \hbar^2}{ma^2}$ و ۲ بار تبهگن

الف. $\frac{6\pi^2 \hbar^2}{ma^2}$ و ۱ بار تبهگن

د. $\frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2}$ و ۳ بار تبهگن

ج. $\frac{9\pi^2 \hbar^2}{4ma^2}$ و ۳ بار تبهگن

۹. پتانسیل $V(x)$ یک تابع زوج است. کدام گزینه در مورد ویژه توابع انرژی یک ذره در این پتانسیل درست است؟

ب. حتماً مختلط هستند.

الف. حتماً حقیقی هستند.

د. توابع زوج و فرد امکان‌پذیر است.

ج. حتماً زوج هستند.

۱۰. تابع موج یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی به شکل $\phi(x) = U_0(x) + U_1(x)$ است. مقدار چشمداشتی عملگر پارایته دراین حالت کدام است؟ $U_n(x)$ ویژه تابع بهنجار هامیلتونی ذره با انرژی E_n است.

د. ۲

ج. ۱

ب. $\frac{1}{2}$

الف. صفر

تعداد سؤال: ۱۵ تکمیلی - تشریحی ۴

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۴۷۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۱. برای نوسانگر هماهنگ یک بعدی کدامیک از عبارات زیر غیر صفر است؟ U_n ها ویژه حالت های انرژی این نوسانگر با

$$A = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x + i \frac{p}{\sqrt{2m\omega\hbar}}$$

انرژی E_n و A^+ عملگرهای نردبانی هستند. راهنمایی:

الف. $\langle U_1 | A^+ x | U_1 \rangle$
 ب. $\langle U_1 | Ax | U_1 \rangle$
 ج. $\langle U_3 | A^+ x A | U_3 \rangle$
 د. $\langle U_1 | Ax A^+ | U_3 \rangle$

۱۲. عملگرهای B ، A هرمیتی اما جابه جا نپذیرانند کدامیک از عملگرهای زیر هرمیتی نیست؟

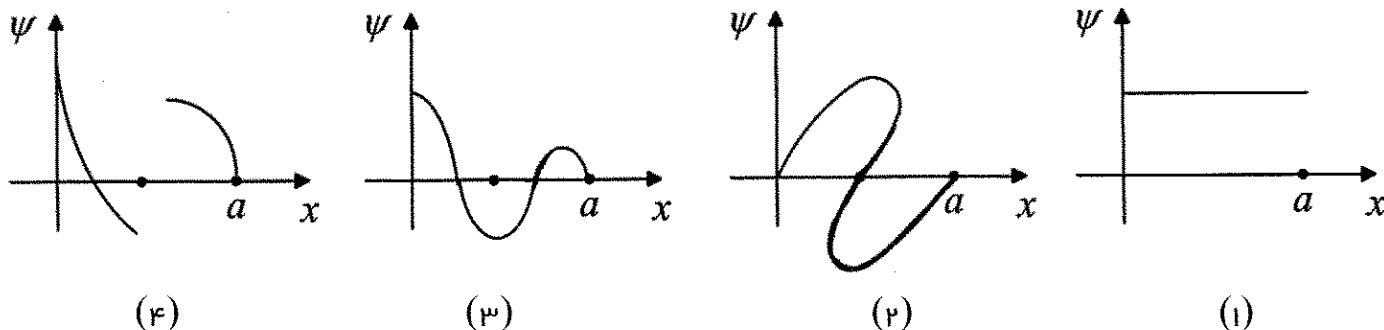
الف. $i[A, B]$ ب. $[A, B]$ ج. $A + B$ د. $AB + BA$

۱۳. متوسط انرژی جنبشی ذره ای به جرم m در پتانسیل یک بعدی $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < l \\ \infty & \text{سایر جاها} \end{cases}$ در حالت

$$\psi(x) = \alpha x(l-x) \quad \left(\alpha = \sqrt{\frac{30}{l^5}} \right)$$

کدام است؟

الف. صفر ب. $\frac{5\hbar^2}{ml^3}$ ج. $-\frac{\hbar^2}{2ml^3}$ د. $\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^3}$

۱۴. کدامیک از توابع موج زیر نمی توانند در فاصله $0 \leq x \leq a$ قابل قبول باشند.

الف. فقط (۴) ب. فقط (۱) ج. (۴)، (۲) د. (۳)، (۱)

تعداد سؤال: ۱۵ تکمیلی - تشریحی ۴

نام درس: مکانیک کوانتومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۴۷۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۵. هامیلتونی یک سیستم یک بعدی با رابطه $H = p^2 + Ax + Bpx$ داده شده است که در آن A و B ثابت اند. کدام گزینه صحیح است؟

ب. $\frac{d\langle p \rangle}{dt} = \langle p \rangle - B\langle x \rangle$

الف. $\frac{d\langle p \rangle}{dt} = A - B\langle p \rangle$

د. $\frac{d\langle p \rangle}{dt} = B\langle x \rangle - \langle p \rangle$

ج. $\frac{d\langle p \rangle}{dt} = -A + B\langle p \rangle$

سؤالات تشریحی

۱. ذره‌ای در یک چاه پتانسیل مربعی نامتناهی با دیوارهایی در $x=0$ و $x=a$ قرار دارد. تابع موج ذره در لحظه $t=0$ عبارت است از: $\psi(x,0) = A(U_1(x) + U_2(x))$ که در اینجا $U_1(x)$ و $U_2(x)$ به ترتیب ویژه توابع بهنجار انرژی ذره در حالت پایه و اولین حالت برانگیخته می‌باشند.
- الف) ثابت بهنجارش A را تعیین کنید.
- ب) تابع موج ذره را در لحظه t بنویسید.
۲. یک ذره به جرم m و انرژی E در پتانسیل زیر حرکت می‌کند.

فرض می‌کنیم $E < V_0$ و ذره روی محور x ها از سمت چپ می‌تابد

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

الف) معادله شرودینگر مستقل از زمان را به ازاء $x < 0$ و $x > 0$ بنویسید.

ب) تابع موج را در هر دو ناحیه پیدا کنید.

ج) شرایط مرزی را در $x=0$ برای این پتانسیل بنویسید.

د) شار موج فرویدی (j_i) و موج بازتابیده (j_R) و موج عبور کرده (j_T) را بدست آورید.

۳. دو ذره غیر برهمکنشی هر دو به جرم m درون یک چاه پتانسیل مربعی نامتناهی با دیوارهایی واقع در $x=0$ تا $x=a$ قرار دارد.

الف) هرگاه دو ذره قابل تمیز باشند تابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته و انرژی وابسته به آنها را بدست آورید.

تبهنکی این حالت‌ها چیست؟

ب) هرگاه این دو ذره بوزون‌های یکسان باشند تابع موج و انرژی اولین حالت برانگیخته این دستگاه دو ذره‌ای را بیابید.

ج) هرگاه این دو ذره فرمیون‌های یکسان باشند تابع موج و انرژی حالت پایه این دستگاه را بدست آورید. فرض کنید این دو فرمیون حالت‌های اسپینی یکسانی دارند.

۴. با استفاده از اصل عدم قطعیت، حداقل انرژی ذره‌ای را که در پتانسیل $V(x) = \lambda x^2$ قرار دارد بدست آورید؟