

نام درس: ریاضی فیزیک ۳

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۴۲۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۱۵ تستی - تشریحی ۴

زمان امتحان: تستی و تشریحی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۳

۱. تبدیل لاپلاس  $f(t) = \int_0^t F(x) dx$  کدام است؟

الف.  $f(s)$  ب.  $\frac{1}{s} f(s)$  ج.  $sf(s)$  د.  $sf(s) - f(0)$

۲.  $F(t) = \mathcal{L}\{f(t)\}$  تبدیل لاپلاس (معکوس) کدام تابع است؟

الف. ۱ ب.  $\frac{1}{s}$  ج.  $s$  د.  $1-s$

۳. تبدیل لاپلاس  $te^{at}$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{s-a}$  ب.  $\frac{1}{s+a}$  ج.  $\frac{1}{(s+a)^2}$  د.  $\frac{1}{(s-a)^2}$

۴. برای چند جمله‌ای لاگر  $L_n(x)$  داریم  $\int_0^\infty f(x) L_m(x) L_n(x) dx = \delta_{m,n}$  کدام است؟

الف. ۱ ب.  $e^x$  ج.  $e^{-x}$  د.  $x$

۵. با توجه به  $L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ ،  $L_1(x)$  برابر است با:

الف.  $1-x$  ب. صفر ج.  $x$  د.  $-x$

۶. برای چند جمله‌ای هرمیت اگر  $\int_{-\infty}^\infty f(x) [H_n(x)]^p dx = \nu^n \sqrt{\pi} n!$  باشد،  $f(x)$  برابر است با:

الف.  $e^x$  ب.  $e^{-x}$  ج.  $e^{x^2}$  د.  $e^{-x^2}$

۷.  $\int Y_L^M Y_0^0 Y_L^{M*} d\Omega$  برابر است با:

الف.  $\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$  ب.  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$  ج.  $\sqrt{2\pi}$  د.  $\sqrt{4\pi}$

۸.  $Y_L^M(\theta, \phi)$  برابر است با:

الف.  $Y_L^{M*}(\theta, \phi)$  ب.  $-Y_L^{M*}(\theta, \phi)$  ج.  $(-1)^M Y_L^{M*}(\theta, \phi)$  د.  $(-1)^M Y_L^M(\theta, \phi)$

۹.  $P_1^1(x)$  برابر است با:

الف. صفر ب.  $(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$  ج.  $x$  د.  $3x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$

نام درس: ریاضی فیزیک ۳

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۴۲۵

تعداد سؤال: ۱۵ نمره: ۶۰ تکمیلی - تشریحی ۴

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۰.  $\int_{-\infty}^{\infty} j_m(x) j_n(x) dx$  به ازای  $m = n$  برابر است با:

- الف.  $\frac{2\pi}{2n-1}$  ب.  $\frac{\pi}{2n+1}$  ج.  $\frac{\pi}{n-1}$  د. صفر

۱۱. اگر  $J_\nu(x)$  تابع بسل و  $H_\nu^{(1)}(x)$ ,  $H_\nu^{(2)}(x)$  توابع هنکل باشند داریم:

- الف.  $J_\nu(x) = \frac{1}{2} (H_\nu^{(1)}(x) - H_\nu^{(2)}(x))$  ب.  $J_\nu(x) = \frac{-1}{2} (H_\nu^{(1)}(x) + H_\nu^{(2)}(x))$   
ج.  $J_\nu(x) = \frac{1}{2} (H_\nu^{(1)}(x) + H_\nu^{(2)}(x))$  د.  $J_\nu(x) = \frac{-1}{2} (H_\nu^{(1)}(x) - H_\nu^{(2)}(x))$

۱۲. اگر  $e^{iz \cos \theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m f_m(z) e^{im\theta}$  باشد.  $f_m(z)$  برابر است با:

- الف.  $J_m(z)$  ب.  $P_m(z)$  ج.  $Y_m(z)$  د.  $J_m(z) + J_{-m}(z)$

۱۳. تعریف  $erfz$  کدام است؟

- الف.  $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$  ب.  $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^t dt$   
ج.  $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$  د.  $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{t^2} dt$

۱۴. اگر  $f(x) = \int_x^\infty \frac{\sin t}{t} dt$  باشد، حد  $f(0)$  برابر است با:

- الف. ۰ ب.  $-\infty$  ج. ۱ د.  $\infty$

۱۵. کدام رابطه درست است؟

- الف.  $\ln(n!) < \int_1^{n+1} \ln x dx$  ب.  $\ln(n!) > \int_1^{n+1} \ln x dx$   
ج. برای  $n \geq 2$ ,  $\ln(n!) < \int_1^n \ln x dx$  د.  $\ln(n!) = \int_1^{n+1} \ln x dx$

نام درس: ریاضی فیزیک ۳

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۴۲۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۱۵ نمره: ۶۰ تکمیلی - تشریحی ۴

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۳

## سؤالات تشریحی

۱. چگالی احتمال توزیع بتا در نظریه احتمال عبارت است از:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}$$

برای این توزیع،  $0 < x < 1$  را محاسبه کنید.۲. به کمک  $J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\theta - x \sin \theta) d\theta$  نشان دهید:

$$J'_n(x) = \frac{1}{x} [J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)]$$

۳. با استفاده از  $P_n(x) = \frac{1}{\pi^n n!} \left( \frac{d}{dx} \right)^n (x^n - 1)^n$  نشان دهید:

$$P_n(z) = \frac{\pi^{-n}}{i} \oint \frac{(t^n - 1)^n}{(t - z)^{n+1}} dt$$

که در آن پربند نقطه  $t = z$  را در برمی گیرد.

$$۴. تبدیل فوریه f(t) = \begin{cases} \sin \omega_0 t & |t| < \frac{N\pi}{\omega_0} \\ 0 & |t| > \frac{N\pi}{\omega_0} \end{cases}$$

را بیابید.