

نام درس: ریاضی فیزیک (۲) تعداد سؤال: هفتاد و پنج ۱۵ تکمیلی ۴ تشریحی
رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک
کد درس: ۲۱۱۱۷۷
نیمسال دوم ۸۲-۸۳
زمان امتحان: هفتاد و پنج دقیقه ۶۰ تکمیلی ۵۰ تشریحی
[استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]
تعداد کل صفحات: ۳

۱. مقدار عبارت $(\cos \theta + i \sin \theta)^n$ برابر است با:

- الف. $\cos \theta + i \sin \theta$
ب. $\cos \theta + i \sin n\theta$
ج. $n(\cos \theta + i \sin \theta)$
د. $\cos n\theta + i \sin n\theta$

۲. در مورد تابع $f(z) = z^*$ کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

- الف. در همه جا پیوسته ولی در هیچ جا مشتق ندارد.
ب. در همه جا پیوسته و دارای مشتق است.
ج. دارای تکنیکی است ولی در هیچ جا مشتق ندارد.
د. دارای تکنیکی و مشتق است.

۳. مقدار انتگرال $\oint_C \frac{dz}{z}$ روی دایره‌ای که شامل مبدأ می‌باشد، برابر است با:

- الف. $\ln z$
ب. e^z
ج. $2\pi i$
د. صفر

۴. در تبدیل $w = z^2$ ، ربع اول صفحه z به چه قسمتی از صفحه w می‌رود؟

- الف. ربع اول صفحه w
ب. به قسمت بالای صفحه w
ج. به قسمت پائینی صفحه w
د. به تمام صفحه w

۵. انتگرال $I = \oint \frac{e^{iz} dz}{z}$ را در نظر بگیرید. قطب ساده و باقیمانده آن برابر است با:

- الف. $a_{-1} = 1$ ، $z = 0$
ب. $a_{-1} = 0$ ، $z = 1$
ج. $a_{-1} = 0$ ، $z = 0$
د. $a_{-1} = 1$ ، $z = 1$

۶. معادله دیفرانسیل $p_0(x)y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ خود الحاقی است به شرط آن که:

- الف. $p_1'(x) = p_0(x)$
ب. $p_1(x) = p_0'(x)$
ج. $p_0(x) = p_1(x)$
د. $p_1(x) = p_2(x)$

۷. در معادله دیفرانسیل بسل $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$ ، ...

- الف. تکنیکی وجود ندارد.
ب. $x = 0$ تکنیکی غیرمنظم است.
ج. $x = 0$ تکنیکی منظم است.
د. $x = \infty$ تکنیکی منظم است.

۸. رابطه اصل انعکاس شوارتز $f^*(z) = f(z^*)$ در صورتی برقرار است که:

- الف. در ناحیه‌ای که شامل محور موهومی است تحلیلی باشد و بازاء مقدار موهومی Z_0 موهومی باشد.
ب. در ناحیه‌ای که شامل محور حقیقی است تحلیلی باشد و بازاء مقدار Z_0 حقیقی، حقیقی باشد.
ج. در ناحیه‌ای که شامل محور حقیقی است غیرتحلیلی باشد و بازاء مقدار حقیقی Z_0 حقیقی باشد.

نام درس: ریاضی فیزیک (۲)

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۱۷۷

تعداد سؤال: ۱۵ تکمیلی ۴ تشریحی

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۵۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۹. معادله دیفرانسیل هرمیت $y'' - 2xy' + 2\alpha y = 0$ خود الحاقی نیست. با ضرب کدام تابع زیر در این معادله می توان آنرا خودالحاقی کرد.

الف. e^{-x^2} ب. e^{-x} ج. e^x د. e^{+x^2}

۱۰. چنانچه عملگر L هرمیتی باشد و داشته باشیم $Lu_i + \lambda_i wu_i = 0$ ، آنگاه شرط آنکه در دستگاه واگنی وجود نداشته باشد این است که

الف. λ_i همواره حقیقی باشد.
ب. λ_i حقیقی و الزاماً $\langle u_i | u_j \rangle = 0$ به ازاء $i \neq j$.
ج. λ_i حقیقی و الزاماً $\langle u_i | u_j \rangle = \delta_{ij}$.
د. فقط $\langle u_i | u_j \rangle = \delta_{ij}$.

۱۱. طبق قضیه فوش در خصوص رهیافت پاسخ معادلات دیفرانسیل به روش سری، کدامیک از عبارات زیر صحیح نیست؟

الف. اگر دو ریشه معادله اندیسی با هم برابر باشند، تنها یک جواب بدست خواهیم آورد.
ب. اگر اختلاف دو ریشه با هم برابر یک عدد غیردرست باشد، می توان دو جواب مستقل بدست آورد.
ج. اگر اختلاف دو ریشه با هم برابر یک عدد درست باشد، می توان دو جواب مستقل بدست آورد.
د. اگر اختلاف دو ریشه با هم برابر یک عدد درست باشد، ریشه بزرگتر یک جواب را بدست می دهد.

۱۲. چنانچه لاگرانژی یک ذره بصورت $L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - V(x)$ باشد. معادله حرکت ذره به صورت:

الف. $m \ddot{x} = -\frac{dV}{dx}$ ب. $m \ddot{x} = +\frac{dV}{dx}$

ج. $m \ddot{x} = V$ د. $m \ddot{x} = 0$

۱۳. لاگرانژی یک ذره آزاد در دستگاه مختصات قطبی بصورت $L = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2)$ است. با استفاده از معادله لاگرانژ داریم:

الف. $m r^2 \dot{\phi} = 0$ ب. $\frac{d}{dt} (m r^2 \dot{\phi}) = \text{ثابت}$

ج. $m r^2 \dot{\phi} = \text{ثابت}$ د. $m r^2 \dot{\phi} = m \dot{\phi}$

نام درس: ریاضی فیزیک (۲)
رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک
کد درس: ۲۱۱۱۷۷
تعداد سؤالات: ۱۵ تکمیلی ۴ تشریحی
زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۵۰ دقیقه
[استفاده از ماشین حساب مجاز است. ☆ سؤالات تستی نمره منفی دارد]
تعداد کل صفحات: ۳
نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۴. انتگرال حجمی $J = \int_V (\nabla \phi)^2 dv$ را در نظر بگیرید. چنانچه $\delta J = 0$ باشد آنگاه:

الف. $\nabla \phi = 0$ ب. $\nabla \phi^2 = 0$ ج. $\phi = 0$ د. $\nabla^2 \phi = 0$

۱۵. با استفاده از صورت دیگر معادله اولر در صورتی که $f = f(y, y_x)$ باشد، یعنی تابع به x بطور صریح بستگی نداشته باشد، آنگاه:

الف. ثابت $\frac{d}{dx} \left(f - y_x \frac{\partial f}{\partial y_x} \right)$ ب. ثابت $\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y_x} \right)$

ج. ثابت $\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y_x} - f \right)$ د. ثابت $f - y_x \frac{\partial f}{\partial y_x}$

سؤالات تشریحی:

۱. انتگرال $I = \int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ را با استفاده از حساب باقیمانده محاسبه نمایید؟

۲. عملگر دیفرانسیلی تکانه خطی در مکانیک کوانتومی $L = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$ است. نشان دهید که این عملگر هرمیتی است.

۳. رابطه بازگشتی را برای معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$ ، پیدا کنید؟

۴. بسط فوریه تابع $f(x) = x$ را در بازه $(0, 2L)$ بدست آورید؟