

نام درس: ریاضی عمومی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۰۸۰

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. منحنی $Z = y^2$ حول محور Z ها دوران می کند رویه حاصل کدام است؟

الف. سهمیوار دوار ب. مخروط دوار ج. هذلولیوار دوار یکپارچه د. استوانه دوار

۲. رویه $r = 4 \sec \phi$ در دستگاه مختصات دکارتی کدام است؟

الف. صفحه ای موازی صفحه xoy ب. نیمکره ای به مرکز مبدأ و شعاع ۴

ج. استوانه $x^2 + y^2 = 4$ د. صفحه $x + y + z = 4$

۳. مختصات کره ای نقطه ای $(4, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ است. مختصات آن در دستگاه دکارتی چیست؟

الف. $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 0)$ ب. $(0, 2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$

ج. $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 4)$ د. $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 4)$

۴. حد تابع $f(t) = (\frac{\sin t}{t}, \frac{1}{1-t}, t \ln t)$ در $t=0$ برابر است با:

الف. $(0, 1, 1)$ ب. $(1, 1, 1)$ ج. $(1, 1, 0)$ د. وجود ندارد.

۵. اگر معادله حرکت یک ذره به صورت $f(t) = (r \cos wt)\vec{i} + (r \sin wt)\vec{j}$ باشد آنگاه اندازه بردار سرعت عبارت است از:

الف. r ب. w ج. $r^2 w$ د. $r w$

۶. اگر $S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid 2 \leq x^2 + y^2 < 4\}$ سپس S مجموعه ای است:

الف. باز ب. بسته ج. بی کران د. همبند

۷. کدام تابع در مبدأ حد دارد؟

الف. $\frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$ ب. $\frac{xy}{x^2 + y^2}$ ج. $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ د. $\frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$

۸. معادله صفحه مماس بر رویه $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 9$ در $(1, 1, 2)$ کدام است؟

الف. $x + y + 2z = 9$ ب. $2x + 3y + 2z = 9$

ج. $x + y + z = 9$ د. $4x + 6y + 2z = 9$

۹. مشتق سویی تابع $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ در $(6, 6)$ سوی بردار $a\vec{i} + b\vec{j}$ کدام است؟

الف. $6a + 6b$ ب. $\frac{a+b}{6}$ ج. صفر د. ۱

نام درس: ریاضی عمومی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۰۸۰

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۰. تابع $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ در $(0, 0)$ دارای:

الف. مینیمم مطلق است. ب. ماکسیمم مطلق است. ج. مینیمم نسبی است. د. نقطه زینی است.

۱۱. کدامیک از نقاط زیر یکی از نقاط بحرانی تابع $f(x, y) = 4xy - x^2 - y^2$ است؟

الف. $(0, 1)$ ب. $(-1, 0)$ ج. $(-1, -1)$ د. $(1, -1)$

۱۲. انتگرال $\int_0^1 \int_0^1 e^{xy} dx dy$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{2}(e-1)$ ب. $e - \frac{1}{2}$ ج. $e^2 - 1$ د. $2e - 1$

۱۳. ژاکوبین تغییر متغیر در سیستم کروی کدام است؟

الف. $r \cos \phi$ ب. $r^2 \sin \phi$ ج. $r^2 \sin^2 \phi$ د. $-r \cos \phi$

۱۴. کار انجام شده توسط میدان نیروی $\vec{F}(x, y) = y^2 \vec{i} + x^2 \vec{j}$ روی مسیر $y = x$ از $(0, 0)$ تا $(1, 1)$ برابر است با:

الف. $\frac{3}{2}$ ب. ۱ ج. $\frac{2}{3}$ د. صفر

۱۵. کدامیک از میدانهای برداری زیر یک میدان گرادیان است؟

الف. $xe^y \vec{i} + e^y \vec{j}$ ب. $x \sin y \vec{i} + x^2 \cos y \vec{j}$

ج. $x^2 y \vec{i} + x y^2 \vec{j}$ د. $\frac{y^2}{x} \vec{i} + 2y \ln x \vec{j}$

۱۶. انتگرال $\int_C y dx - x dy$ هر گاه C مرز مربع $[-1, 1] \times [-1, 1]$ در جهت مثبت باشد برابر با کدام است؟

الف. -۸ ب. ۸ ج. ۴ د. صفر

۱۷. مقدار $\int_D \int \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ که در آن D ناحیه بین دو دایره $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 = 4$ برابر است با:

الف. $\frac{7\pi}{3}$ ب. $\frac{14\pi}{3}$ ج. 6π د. 15π

۱۸. نگاشت $r(u, v) = (v \cos u, v \sin u, v)$ مبین یک:

الف. کره است. ب. استوانه است. ج. مخروط است. د. خط است.

۱۹. اگر $F(x, y, z) = 4x\vec{i} - y\vec{j} + 2z\vec{k}$ ، آنگاه $\text{div} \vec{F}$ برابر با:

الف. $x + y + z$ ب. $x^2 + y^2 + z^2$ ج. صفر د. ۵

نام درس: ریاضی عمومی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کد درس: ۲۱۱۰۸۰

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۲۰. هر گاه $S, F(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ پوسته یک جسم صلب و \vec{n} بردار نرمال خارجی بر رویه S باشد مشروط

بر اینکه S در شرط قضیه واکرائی صدق کند سپس $\int_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds$ برابر است با:

الف. سه برابر حجم جسم صلب

ب. حجم جسم صلب

د. صفر

ج. مساحت رویه S

سوالات تشریحی

۱. برداریکه قائم، مؤلفه‌های مماسی و قائم‌شتاب متحرکی با معادله مسیر حرکت

$$\vec{f}(t) = 3(\cos t + t \sin t)\vec{i} + 3(\sin t - t \cos t)\vec{j}$$

را بیابید.

$$2. \text{تابع } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & x = y = 0 \end{cases}$$

را در نظر گرفته، $f_1(0, 0)$ و $f_2(0, 0)$ را بدست آورید.

۳. رویه‌های $x^2 + y^2 - z = 8$ ، $x^2 - y^2 + z^2 = -2$ یکدیگر را در یک منحنی قطع می‌کنند در نقطه $(2, -2, 0)$ از این منحنی معادله خط مماس بر آن را بنویسید.

۴. انتگرال زیر را با تعویض ترتیب انتگرالگیری محاسبه کنید.

$$\int_0^1 \int_y^1 \sin \pi x^2 \, dx \, dy$$

۵. صحت قضیه استوکس برای میدان برداری $F(x, y, z) = e^x \vec{i} + e^y \vec{j} + e^z \vec{k}$ و برای رویه

$z = 1 - x^2 - y^2$ ($z \geq 0$) و (\vec{n} بردار نرمال خارجی) تحقیق کنید.