

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۱۰۰

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۵

۱. اگر A, B دو ماتریس هم مرتبه باشند کدام رابطه نادرست است؟

الف. $(A+B)' = A' + B'$ ب. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

ج. $B'A' = (AB)'$ د. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

۲. کدام رابطه زیر نادرست است؟ A, B دو ماتریس مربع از مرتبه n و نامنفردند

الف. $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ ب. $|KA| = K|A|$

ج. $|AB| = |A||B|$ د. $|A.A'| = |A|^2$

۳. اگر A وارون پذیر باشد کدام ماتریس زیر متقارن است؟

الف. $A' + A$ ب. $A.A'$ ج. $I - A'$ د. $A + A'$

۴. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ سطر اول ماتریس A^{-1} کدام است؟

الف. $\left[\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{5}\right]$ ب. $\left[\frac{1}{8}, \frac{1}{2}, 0\right]$ ج. $\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0\right]$ د. $\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, 0\right]$

۵. اگر ماتریس افزوده یک دستگاه معادلات خطی پس از سطرهای پلکانی شدن به صورت:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

باشد آنگاه دستگاه:

الف. جواب ندارد ب. بی شمار جواب دارد ج. جواب منحصر بفرد دارد د. فقط دارای جواب صفر است.

۶. اگر دستگاه $AX = B$ دارای ماتریس افزوده $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 6 \\ & & 1 & \\ 3 & -2 & 1 & 4 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$ باشد بردار (x_1, x_2) کدام است؟

الف. $(1, 2)$ ب. $(2, 1)$ ج. $(1, 1)$ د. $(4, 4)$

۷. کدام مورد زیر معادل وارون پذیری ماتریس مربع A نمی باشد؟

الف. A هم ارز سطرهای ماتریس واحد است. ب. معادله $AX = 0$ فقط دارای جواب $X = 0$ است.

ج. معادله $AX = B$ دارای جواب است. د. A را می توان به صورت حاصلضرب ماتریس های مقدماتی نوشت.

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: جبر خطی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۱۰۰

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۸. کدام مجموعه یک پایه برای فضای $W = \left\{ x \in R^3, x = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ b \end{bmatrix} \right\}$ است؟

ب. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$

الف. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

د. $\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$

ج. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$

۹. فرض کنید $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ یک پایه برای فضای برداری V باشد کدام نادرست است؟

الف. هر زیر مجموعه n عضوی مستقل خطی از V یک پایه برای K است.

ب. هر زیر مجموعه از V که دارای کمتر از n عضو باشد مستقل خطی است.

ج. هر زیر مجموعه X نیز در فضای V مستقل خطی است.

د. هر زیر مجموعه از V که دارای بیشتر از n عضو باشد وابسته خطی است.

۱۰. اگر $T = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $S = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ دو پایه مرتب برای R_2 باشند و $[T]_T = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ باشد

$[X]_S$ کدام است؟

د. $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

الف. $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

۱۱. اگر A, B دو ماتریس $n \times m$ باشند کدام مورد زیر همواره درست است؟

ب. $r(AA') = r(A')$

الف. $r(A) < \min\{n, m\}$

د. $r(A) = r(B) = n \times m$

ج. $r(A+B) = r(A) + r(B)$

نام درس: جبر خطی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۱۰۰

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤالات: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۵

۱۲. رتبه ماتریس
$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 برابر است با:

الف. ۴ ب. ۳ ج. ۲ د. ۱

۱۳. پایه مرتب $T = \{1, t, t^2\}$ برای فضای برداری P_2 مفروض است اگر ضرب داخلی برای دو عضو P_2 به صورت $f, g = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ تعریف شود در پایه C_3 از ماتریس ضرب داخلی در این فضا کدام است؟

الف. $\frac{1}{5}$ ب. $\frac{1}{2}$ ج. $\frac{1}{4}$ د. $\frac{1}{3}$

۱۴. اگر V یک فضای اقلیدسی باشد کدام رابطه نادرست است؟ $(x, y \in V)$

الف. $x \cdot y \leq \|x\| \|y\|$ ب. $|x - y| \leq \|x\| + \|y\|$ ج. $|x \cdot y| \leq \|x\| \|y\|$ د. $|x| - |y| \leq \|x + y\|$

۱۵. فرض کنید $x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $y = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ دو بردار از R^3 باشند تصویر y بر x کدام است؟

الف. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \end{bmatrix}$

۱۶. اگر $L(X) = AX$ یک تبدیل خطی از R^3 به R^2 و ماتریس تبدیل $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ باشد آنگاه $L\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}\right)$

کدام است؟

الف. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ب. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ج. $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ د. $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

نام درس: جبر خطی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۱۰۰

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤالات: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۵

۱۷. هسته تبدیل $L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \\ 3x_1 + x_2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. R^3 ب. $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ ج. $SP\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ د. $SP\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$

۱۸. در تبدیل $L: R^2 \rightarrow R^3$ اگر ماتریس تبدیل $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد آنگاه $L^{-1}\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}\right)$ کدام است؟

الف. $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ب. $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ج. $\begin{pmatrix} 2 \\ 3/5 \end{pmatrix}$ د. $\begin{pmatrix} -3/5 \\ 2 \end{pmatrix}$

۱۹. اگر $A_{n \times n}$ یک ماتریس نامنفرد باشد کدام رابطه زیر صحیح است؟ A^* ماتریس الحاقی A

الف. $|A^*| = |A|$ ب. $|A^*| = |A|^{n-1}$ ج. $|A^*|^{n-1} = |A|$ د. $|A| = (n-1)|A^*|$

۲۰. اگر $(t-1)^4(t+2) = 0$ معادله مشخصه ماتریس A باشد مقدار $\text{tr}(A)$ (اثر A) برابر است با:

الف. صفر ب. -۱ ج. ۱ د. ۲

سؤالات تشریحی

۱. قضیه: فرض کنید $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ یک پایه برای فضای برداری V باشد، ثابت کنید هر زیر مجموعه n عضوی مستقل خطی از V یک پایه برای V است.

۲. نامساوی کوشی - شوارتز را بیان و آن را ثابت کنید.

۳. پایه‌ای برای R^3 بسازید که شامل بردار $X_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ باشد.

نام درس: جبر خطی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۱۰۰

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۵

۴. تبدیل خطی $l: R^4 \rightarrow R^3$ و

$$L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_3 + x_4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \end{pmatrix}$$

مفروض است. اولاً $\ker L, \operatorname{ran} L$ و بعد

آنها را تعیین کنید. ثانیاً یک به یک و پوشا بودن تبدیل را بررسی کنید.

۵. ماتریس $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ مفروض است اولاً مقادیر ویژه و بردارهای ویژه نظیر آنها را در ماتریس A تعیین کنید. ثانیاً

نشان دهید ماتریس قطری شدنی است $(A = PDP^{-1})$ ثالثاً A^{100} را محاسبه کنید.