

مبانی استدلالات فازی

دکتر محمد باقر منهاج^۱ - مهندس مهدی نساجی^۲

چکیده مقاله

اگر چه دیر زمانی نیست که از تولد منطق فازی می‌گذرد ولی در همین مدت کوتاه هزاران مقاله و صدها کتاب و در همین حدود کنفرانس و نشست علمی در مورد منطق فازی برگزار شده است. در این میان چیزی که حائز اهمیت است آن است که علی‌رغم حجم گسترده کار روی منطق فازی این فعالیت‌ها همه جانبه نبوده و بیشتر در زمینه ریاضیات و سیستم‌های مهندسی فازی فعالیت شده تا در حوزه مقاومیت بنیادی و مبانی آن، بگونه‌ای که امروزه بسیاری از مهندسان، ریاضیات فازی را به کار می‌برند اما فهم درستی از آن ندارند. این مقاله قصد دارد یکی از ایده‌های اساسی در پیدایش منطق فازی را تبیین نماید تا هم کسانی که از آن استفاده می‌کنند فهم درستی داشته باشند و هم با شناخت دقیق برخی مقاومیت بنیادی فازی، عرصه‌های جدیدتری فرا روی جامعه علمی و خصوصاً مدیریت علمی ایجاد شود.

واژه‌های کلیدی

منطق کلاسیک - منطق فازی - هوش محاسباتی - تصمیم‌گیری - استدلال‌های عرفی - متغیرهای زبانی - مجموعه‌های فازی.

۱- عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- فارغ‌التحصیل مهندسی کنترل دانشگاه صنعتی امیرکبیر

- ۱۱- مشکی، دکتر اصغر، «مطالعه تطبیقی اصول و مبانی مدیریت از دیدگاه اسلام»، مجموعه مقالات چهارمین سمینار بین‌المللی مدیریت اسلامی، مرکز آموزش مدیریت دولتی، ۱۳۷۲.
- ۱۲- مصباح یزدی، محمد تقی، «پیشنازهای مدیریت اسلامی»، مؤسسه آمورشی و پژوهشی امام خمینی، ۱۳۷۶.
- ۱۳- مصباح یزدی، محمد تقی، «نگرشی بر مدیریت در اسلام»، مجموعه مقالات چهارمین سمینار بین‌المللی مدیریت اسلامی، مرکز آموزش مدیریت دولتی، ۱۳۷۲.
- ۱۴- مطالعات مدیریت، ش ۲۱-۲۲، دانشکده مدیریت دانشگاه علامه طباطبائی.
- ۱۵- مکارم شیرازی، ناصر، «ویژگی‌های مدیریت اسلامی: ریشه‌ها، الگوها و انگیزه‌ها»، مجموعه مقالات چهارمین سمینار بین‌المللی مدیریت اسلامی، مرکز آموزش مدیریت دولتی، ۱۳۷۲.
- ۱۶- مطہری، مرتضی، «امدادهای غیبی در زندگی بشر»، انتشارات صدرا.
- ۱۷- مظفر، محمدرضا، «اصول الفقه»، نجف، دارالنعمان، ۱۳۸۶ هـ- ق.
- ۱۸- مصباح، ش ۱۹، دانشگاه امام حسین (ع).
- ۱۹- نبوی، محمدحسین، «مدیریت اسلامی»، دفتر تبلیغات اسلامی قم، ۱۳۷۶.

مقدمه ۱ - آیا منطق فازی «فازی» است؟

واژه «فازی» در فرهنگ لفت آکسفورد باللغات «مبهم، گنگ، نادقيق، گیج، مغشوش، درهم و نامشخص» تعریف شده است. بر این اساس برخی لفت فازی را در عبارت «منطق فازی» به همان معنای حقیقی کلمه گرفته‌اند و تصور کرده‌اند که منطق فازی یک منطق مبهم، درهم و برهم و نامشخص است حال آنکه به نظر می‌رسد اینگونه نباشد.

به نظر ما آنچه باعث شده امروزه افراد منطق فازی را منطقی مبهم و نامشخص بدانند، تفاوت آراء موجود میان نظریه‌پردازان منطق فازی است که به خارج از محدوده افراد متخصص در این فن و علم وارد شده است.

توضیح اینکه منطق فازی چارچوبی ارائه نموده که حداقل سه حوزه تحقیقاتی را در بر می‌گیرد: مهندسی کنترل، منطق محض و هوش محاسباتی. محققین این سه حوزه به ندرت با هم تبادل آراء و اشتراک موضوع تحقیقاتی دارند و عموماً از اصول و مواد پایه‌ای یکدیگر کمتر آگاهند و زیان مشترک ندارند.

به عنوان مثال منطق فازی در حوزه مهندسی کنترل اساساً جز به عنوان قوانین (پایگاه قوانین) در چارچوب اگر - آنگاه فازی، قابل فهم نیست [۵] و در این راستا کمتر محققین مهندسی کنترل با ویژگی‌های دیگر منطق فازی مانند کنار آمدن با منطق چند مقداره و فرمولاسیون آن سر و کار دارند و از یک منظر وسیع تر که به کنترل کننده از نوع فازی می‌نگرنند کمتر چیزی به عنوان «فازی بودن» در آن خواهند دید.

بالعکس افرادی که در چارچوب منطق محض (یا ریاضیات محض) [۶و۵] فازی کار می‌کنند منطق فازی را در چارچوب مفاهیم چند مقداره (بی نهایت مقداره) نگاه می‌کنند و دغدغه اصلی آنها ایجاد ساختاری نظام‌مند برای این منطق آنگونه که در خود کامل باشد است و نگرانی در ارتباط با طراحی فازی در مهندسی کنترل با نمادها و موضوعات مخصوص به خود ندارند و به همین ترتیب محققین حوزه هوشمند (هوش محاسباتی) [۱] دغدغه اصلی‌شان کنار آمدن با استنتاج‌گری انسانی که چیزی جز استنتاج‌گری تقریبی (در مقابل Crisp) نیست، نمی‌باشد. به عبارتی دیگر کار اصلی آنها مدل‌سازی استنتاج‌گری نفس انسانی است که ذاتاً از نوع محاسبات و اندازه‌گیری غیر متعارف است. قطعاً محققین در این حوزه

زیان مشترک چندانی با حوزه‌های دیگر ندارند.

در نتیجه باید گفت از آنجا که منطق فازی حداقل در سه حوزه متفاوت کاربرد دارد و بالقوه از این توانایی برخوردار است که در هر سه حوزه فعالیت نماید و به علاوه از آنجا که متأسفانه دانشمندان هر سه حوزه کمتر از مبانی فازی باخبرند و همچنین گفتگوی سازنده‌ای با حوزه‌های دیگر انجام نداده‌اند، منطق فازی به منطق ابهام به معنای واقعی ابهام معروف شده است حال آنکه باید گفت «فازی، فازی نیست».

مقدمه ۲- کاربرد اصلی منطق فازی

اساساً ادعای اولیه منطق فازی یا تئوری مجموعه‌های فازی این بود که می‌تواند سیستم‌ها را صرفاً بر اساس ارائه داده‌های تجربی مدل‌سازی کند.^[۷] به عبارتی دیگر منطق فازی ابزاری برای طراحی سیستم‌های مدل آزاد^۱ بود و این قابلیتی بسیار بالا بود چرا که می‌توانست سیستم‌های بسیار پیچیده را مدل‌سازی و راه‌اندازی کند بدون اینکه هیچ پیش‌فرض و یا زمینه‌ای را در مورد سیستم تحت بررسی قائل شود. علیرغم این ادعای اولیه، در طی زمان بیشتر کارهای فنی و مهندسی مرتبط با کاربرد منطق فازی از این راستای فازی دور افتاد و بیشتر تکنیک‌هایی معرفی شدند که تمایز اساسی با تکنیک‌های متعارف نداشتند؛ نقش اصلی سیستم‌های مدل آزاد (هوشمند) کم رنگ شد و به همان نسبت ویژگی‌های کلاسیک پر رنگ گردید و نهایتاً تنها ویژگی‌های فرعی تکنیک‌های هوشمند محفوظ ماندند که این تکنیک‌ها با تکنیک‌های کلاسیک مشترک بودند نظری ساده‌سازی سخت‌افزاری و نرم‌افزاری. این روند هم سیر فازی سازی را از مسیر اصلی خود منحرف نمود و هم عاملی شد تا منطق فازی کماکان در پرده ابهام بماند. از نظر ما زمانی منطق فازی جایگاه اصلی خود را خواهد یافت که بتواند به مسایل Task - Oriented Problem^۲ بپردازد. چرا که اینگونه مسایل قطعاً احتیاج به مدل‌سازی آزاد با رعایت شاخصه‌های اصلی آن دارند و در این راستا نمایش

1- Model Free

2- فرایند عملیاتی که از چندین موضوع تشکیل شده است.

دیگری از روش احتیاج خواهد بود که در آن محاسبات از نوع متعارف کاملاً کم رنگ بوده و استدلالات عرفی^۱ بیشتر مدنظر خواهد بود. از مصادیق بارز اینگونه مسایل، سیستم‌های مدیریتی می‌باشد که به دلیل پیچیدگی مسایل و تقریبی و بعض‌اً ناقص بودن اطلاعات کمتر می‌توان برای مدل‌سازی آنها از روش‌های متعارف استفاده کرد.

ما در ادامه مقاله سعی می‌کنیم با ایده‌های اساسی که در منطق فازی وجود دارد و به این منطق قابلیت داده تا در سیستم‌های مدل آزاد کاربرد پیدا کند آشنا شویم.

ورود به بحث

اگر چه منطق روش درست اندیشیدن را به ما می‌آموزد [۳ و ۲] اما فرایند تفکر و اندیشه انسان‌ها خصوصاً در استدلالات عرفی بسیار پیچیده‌تر از آن است که نمادهای منطقی آن را توصیف نمایند؛ گرچه بخشی از این استدلالات در منطق نمادینه شده اما بخش اعظم آن هنوز در قالب نمادین نیامده است.

در این رابطه باید گفت برخلاف تصور برخی، استدلالات عرفی ما کاملاً منطقی هستند گرچه ممکن است خطأ هم در آنها راه پیدا کند - همچنانکه در هر بحث منطقی دیگری هم ممکن است اشتباه رخ دهد - در واقع این مشکل منطق کلاسیک است که تاکنون نمادهایی را برای این استدلالات طراحی نکرده است و منطق دانان قوانین آن را، گرچه منطقی هستند - و انسان‌های عاقل همانطور که قوانین مدون علم منطق را پذیرفته‌اند آن را هم می‌پذیرند - تدوین ننموده‌اند. البته بخشی از استدلالات عرفی ما جزو همان روابط و استنتاجات منطقی است که تاکنون مدون شده و این قوانین در قالب منطق ریاضی فرموله گردیده است.

منطق فازی معتقد است که قسمتی از استدلالات عرفی بشر را فرموله کرده است [۵] و این امر بسیار مهمی است چرا که استدلالات عرفی دارای ویژگی‌هایی هستند که اگر کسی بتواند قوانین آن را مدون نموده و سپس آن را فرموله کند قادر خواهد بود در بسیاری زمینه‌ها از جمله مهندسی و سیستم‌های مدیریتی، به طور سیستماتیک آن را به کار برد. ما در ادامه مقاله به این

ویژگی‌ها اشاره خواهیم کرد.

در حقیقت منطق فازی یک نوع تکنیک مدل‌سازی برای سیستم‌های با ویژگی‌های خاص است که اصول این مدل‌سازی الهام‌گرفته از مکانیسم تصمیم‌گیری در نفس انسانی است.

ویژگی‌های استدلالات عرفی

۱- استدلالات عرفی همراه با قرائناست.

باید توجه کرد عموم استدلالات انسانی همراه با قرائناست که همواره در تقدیر ذهن هر شخص تصمیم‌گیرنده وجود دارد گرچه این قرائنا به طور آشکار در مقدمات این استدلال‌ها نمی‌آید. به عنوان مثال معلم فیزیک، در کلاس فیزیک خطاب به دانش‌آموزان خود می‌گوید: «دانش‌آموزان عزیز لطفاً کتاب‌های خود را روی میز بگذارید». حتم داریم که تمام دانش‌آموزان کتاب «فیزیک» خود را روی میز قرار خواهند داد گرچه معلم اشاره‌ای به کتاب «فیزیک» نکرده بود. این امر بدان خاطر است که تمام دانش‌آموزان در تقدیر ذهن خود این قرینه را داشتنده که کلاس، کلاس فیزیک است و بنابر این از گفته معلم خود و با توجه به قرائن موجود در ذهن این‌گونه استدلال کردنده باید کتاب فیزیک خود را روی میز بگذارند.

۲- استدلالات عرفی تقریبی است

ویژگی دیگری که به آن اشاره می‌شود آن است که استدلالات عرفی تقریبی هستند یعنی نتایج عموماً تقریبی می‌باشند. البته منظور این نیست که افراد بشر اکثر اوقات نتیجه‌گیری‌های درست دارند و در بعضی موارد هم اشتباه و در نتیجه بگوییم استنتاجات عرفی تقریبی هستند بلکه منظور این است که انسان‌ها همیشه با یک تقریبی به نتیجه درست می‌رسند و نتایج آنها بایک درصدی به نتیجه درست نزدیک است.

توضیح اینکه مکانیسم استدلال در نفس انسانی بگونه‌ای است که در نهایت آنچه که نتیجه می‌گیرد یک امر تقریبی است و نفس مانند یک مدل ریاضی مسایل را دقیق بررسی نمی‌کند. مثلاً اگر از شخصی که در یک کنفرانس علمی شرکت کرده است، پرسیم این کنفرانس به چه میزان خواسته‌های شما را برآورده کرده است، ارزیابی او معمولاً به یکی از این پنج شکل

است:

- کنفرانس نسبتاً ضعیف بود.
- کنفرانس خوب بود.
- کنفرانس خیلی خوب بود.
- کنفرانس عالی بود.

یا مثلاً می‌گوید کنفرانس ۱۰ درصد خواسته‌های مرا برآورده کرده و یا ۵۰ درصد و اگر ارزیابی خوبی داشته باشد می‌گوید ۸۰ درصد و اعدادی از این قبیل. او هیچ وقت نخواهد گفت کنفرانس مثلاً ۸۱ درصد، ۳۷ درصد و یا ۱۲/۵ درصد خواسته‌های مرا برآورده کرده است زیرا نفس انسانی قابلیت حفظ این مقدار دقت را ندارد. گرچه باید گفت در اینگونه موارد احتیاجی هم به این مقدار دقت نیست.

۳- استدلالات عرفی با ساده سازی همراه است

باید گفت ساده سازی در استدلالات عرفی از نکات مهم می‌باشد. یعنی عرف انسانی در استدلالات خود بسیاری پارامترها را که از اهمیت کمتری برخوردار هستند حذف نموده تا در استنتاج خود دچار پیچیدگی نشود. به عنوان مثال پارامترهای زیادی در ارزیابی یک نفر از کنفرانس علمی دخیل هستند اما شخص مورد نظر تمام پارامترها را در تصمیم‌گیری خود وارد نمی‌کند بلکه آنها را که از درجه اهمیت کمتری برخوردارند حذف می‌نماید.

۴- سریع بودن استدلالات عرفی

از آنجا که استدلالات عرفی ساده و تقریبی هستند بنابر این در عمل نسبت به استدلالات دقیق ریاضی دارای سرعت بیشتری هستند و این خصوصیت از ویژگی‌های مهم استدلالات عرفی است.

۵- قطعی بودن احکام در استدلالات عرفی

باید گفت گرچه استدلالات عرفی در مقام توصیف تقریبی و نادقيق هستند اما در مقام

حکم تقریبی نبوده و دیگر نمی‌توان گفت احکام هم تقریبی هستند. به عنوان مثال فرض کنیم شخصی می‌خواهد خانه‌ای را خریداری کند. وی در بازدید خود از خانه یک توصیف نادقيق به عمل می‌آورد که همراه با تقریب است. مثلاً در مورد سیستم روشنایی خانه می‌گوید: «روشنایی منزل خیلی خوب است» و یا در مورد اتاق‌ها می‌گوید: «اتاق‌ها نسبتاً کوچک هستند» و چیزهایی از این قبیل که نادقيق هستند. اما در مقام حکم که سرانجام این خانه را بخرد یا نه دیگر به طور تقریبی نمی‌گوید «من تا حدودی این خانه را می‌خرم!» بلکه در اینجا باید حکم قطعی صادر شود که خانه را می‌خرم یا نه! از آنچه در مورد ویژگی‌های استدلالات عرفی گفتیم می‌توان تتجه گرفت، اگر بتوانیم به نحوی ساز و کار تصمیم‌گیری در نفس انسانی را مدل‌سازی کنیم گامی بسیار مهم در پیشرفت تکنولوژی و همچنین سیستم‌های تصمیم‌گیری مدیریتی و حتی قضاویت در دادگاه‌ها برداشته‌ایم.

ریاضیات متعارف ابزار مناسبی برای مدل‌سازی تصمیم‌گیری انسان نیست. گرچه منطق ریاضی توانسته قسمتی از این استنتاج‌گری را فرموله کند اما در قسمت اعظم استنتاج‌گری انسان، ریاضیات و منطق ریاضی حرفي برای گفتن ندارد چراکه اساساً ریاضیات با مفاهیم تقریبی و توضیحات کیفی و نادقيق سر و کار ندارد. حال آنکه بخش اعظم استدلالات عرفی تقریبی و نادقيق به همان معنا که گفتیم می‌باشد.

به عنوان مثال به فرایند تصمیم‌گیری زیر توجه نمایید:

فرض کنید یک مرکز تهیه و توزیع سیب در یک شهر کوچک مشغول کار است، قرار است میزان تقاضای سیب در بازار مورد ارزیابی قرار گیرد. اعضاء اصلی شرکت در جلسه‌ای حضور یافته‌اند تا میزان عرضه سیب به بازار را تعیین کنند. توسط شرکت اطلاعات زیر به اعضاء جلسه داده شده است.

- اگر سیب کاملاً قرمز باشد تقاضای آن خیلی زیاد است.

- اگر اندازه سیب‌ها کوچک باشد، تقاضای آن کم است.

- هر چه بسته‌بندی سیب‌ها در جعبه‌های کوچکتری باشد فروش آن بیشتر است.

- سیب‌های نسبتاً نرسیده از فروش بالایی برخوردارند. (به این دلیل که دیرتر خراب

می‌شوند)

همچنین از طرف مأموران انبارداری شرکت، اطلاعات مربوط به سیب‌ها اینگونه گزارش شده است:

- سیب‌های شرکت تا حدودی قرمز هستند.

- سیب‌ها همگی درشت هستند.

- بسته‌بندی سیب‌ها در جعبه‌های بزرگ است.

- سیب‌ها کاملاً رسیده است.

حال سؤال اینجا است که اعضاء شرکت چند تن سیب باید وارد بازار کنند تا تمامی سیب‌ها بدون مشکل فروش روند؟

می‌بینیم اطلاعاتی که از بازار بدست رسیده است همگی نادقيق هستند. عباراتی همچون خیلی زیاد، متوسط، خوب، کوچکتر، کم و بیش، تا حدودی، همگی مفاهیم کیفی و نادقيق هستند. اطلاعات رسیده از انبار هم از همین قبیل هستند.

حال اگر این مقدمات را به منطق دانان بدھیم، آیا می‌توانند نتیجه گیری کنند؟ قطعاً خیر. از دست ریاضی دانان نیز کاری ساخته نیست زیرا بدست آوردن منحنی فروش سیب کاری غیر ممکن است. حتی اگر بتوان مدل ریاضی آن را بدست آورد این کار بسیار پرهزینه و زمان برخواهد بود.

اما می‌دانیم اگر افرادی که در جلسه حضور دارند، خودشان در این کار خبره باشند با اندکی تأمل به شکل حدودی با استفاده از اطلاعات گزارش شده نتیجه گیری می‌نمایند و مثلًاً می‌گویند: در حالتی که سیب‌های ما تمامی شرایط ایده‌آل را داشته‌اند تقاضای بازار حدوداً روزانه ۵ تن بود ولی با توجه به خصوصیات سیب‌های موجود اگر ۳ تن سیب وارد بازار شود همگی فروش خواهند رفت.

آیا روشی سیستماتیک برای مدل‌سازی آنچه در ذهن این افراد گذشته وجود دارد؟ منطق فازی مدعی است تا حدودی توانسته این کار را انجام دهد.

دو مفهوم اساسی در مدل سازی فازی

توجه به دو مفهوم برای مدل سازی اطلاعات و استنتاجات عرفی نقش اساسی دارند یکی از این مفاهیم برگرفته از زبان عرفی بشری است و دیگری الهام گرفته از ریاضیات است. مفهوم اول متغیرهای زبانی و مفهوم دوم مجموعه های فازی است و در حقیقت منطق فازی با تعریف مجموعه های فازی توانسته است دانش بشری و مناسبات عرفی را با مفاهیم عددی و ریاضیات پیوند دهد. اینک به تعریف این دو مفهوم می پردازیم:

تعريف ۱ - متغیرهای زبانی

اگر یک متغیر بتواند واژه هایی از زبان طبیعی را به عنوان مقدار خود پذیرد، آنگاه یک متغیر زبانی نامیده می شود که واژه ها بوسیله مجموعه های فازی در محدوده ای که متغیرها تعریف شده اند، مشخص می شوند. [۴]

تعريف ۲ - مجموعه های فازی

اگر X یک مجموعه ای از اشیاء که با x نمایش داده می شود باشد، در این صورت یک مجموعه فازی A در X مجموعه ای از زوج مرتب ها به صورت $\{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$ است که در آن (x, μ_A) یک تابع عضویت یا درجه عضویت (همچنین درجه انطباق یا درستی) x در A است که X را به فضای عضویت U نگاشت می کند. [۸] نکته اساسی در مدل سازی مناسبات عرفی آن است که مجموعه فازی یک روش ریاضی برای بیان متغیرهای زبانی است و این اولین اقدام برای ورود و مشارکت دانش بشری در تصمیم گیری ها به شکل سیستماتیک است.

به عنوان نمونه به مثال زیر توجه کنید:
مثال: فرض کنید A یک مجموعه فازی در U باشد، آنگاه خیلی A به عنوان یک مجموعه فازی در U با تابع تعلق زیر تعریف می گردد:

$$\mu_{\text{very}A}(x) = [\mu_A(x)]^2$$

همچنین کم و بیش A یک مجموعه فازی در U با تابع تعلق زیر تعریف می‌گردد:

$$\mu_{\text{more or less } A}(x) = [\mu_A(x)]^{0.5}$$

حال فرض کنید $\{5, 4, 3, 2, 1\} = U$ و مجموعه فازی کوچک بدین صورت تعریف شود:

$$\{2/0, 0/5, 0/4, 0/6, 3/0, 8/0, 2/1, 1/0\} = \text{کوچک}$$

آنگاه مطابق تعریف فوق داریم:

$$\{0/0, 5/0, 4/0, 3/6, 0/36, 3/0, 6/4, 2/0, 1/0\} = \text{خیلی کوچک}$$

$$\{0/0, 5/0, 4/0, 3/0, 6/0, 9/0, 2/0, 1/0\} = \text{خیلی (خیلی کوچک)}$$

$$\{0/0, 5/0, 4/0, 3/0, 6/325, 4/7746, 0/8944, 2/0, 1/0\} = \text{کم و بیش کوچک}$$

از مثال فوق درمی‌یابیم که ما با استفاده از دو مفهوم متغیرهای زیانی و مجموعه‌های فازی می‌توانیم مفاهیم کیفی و نادقیق را به مفاهیم کمی تبدیل کنیم و همانطور که مفاهیم کیفی دارای تدریج و پیوستگی هستند مجموعه‌های فازی این تدریج را به خوبی در ذات خود دارند لذا مجموعه‌های فازی قابلیت مدل‌سازی سیستم‌های با مشخصات کیفی را دارند.

نتیجه گیری

تلاش ما در این مقاله بر آن بود خواننده گرامی را با مبانی استدلالات فازی آشنا کنیم تا قبل از آنکه در استفاده از منطق فازی در انبوهی از اعداد و محاسبات غوطه‌ور شود با مبانی کار خود آشنا باشد و بداند که اساساً چرا از منطق فازی استفاده می‌کنند که در این صورت ایده‌های جدیدتری را هم در مدل‌سازی سیستم‌ها بدست می‌آورد. از این رو از شرح جزئیات مدل‌سازی خودداری نموده و تلاش کردیم صرفاً ایده اولیه را مطرح نماییم.

منابع و مأخذ

- ۱- دکتر محمد باقر منهاج، «مبانی شبکه‌های عصبی»، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
- ۲- محمد رضا مظفر، «منطق»، انتشارات حکمت.
- ۳- محسن غرویان، «آموزش منطق»، مؤسسه انتشارات دارالعلم، قم.

- ۴- لی وانگ. «**سیستم‌های فازی**». انتشارات دانشگاه صنعتی حواحد نصیرالدین طوسی.
- 5- Lotfi Zadeh., **Fuzzy Logic**, Computing with Word, IEEE, Trans. On Fuzzy Systems, Vol. 4, No. 2, pp. 103-111, 1996.
- 6- Lotfi Zadeh., **A Theory of Approximate Reasoning & Machine Intelligence**, Vol. 9, pp. 149-174, N.Y, 1979.
- 7- Lotfi Zadeh., **Fuzzy Sets: Information & Control**, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- 8- H. J. Zimmermann., "Fuzzy Set Theory", Kiuwen Academic Publishers.