

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (۱۱۱۰۵۹)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: --

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. با ارقام ۰، ۰، ۰، ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۲ چند عدد ۸ رقمی می توان ساخت؟

الف. ۱۱۲۰ ب. ۲۱۰ ج. ۲۵۰ د. ۱۶۸۰

۲. تعداد طرقی که می توان از بین ۴ مرد و ۳ زن، ۳ نفر را انتخاب کرد به گونه ای که حداقل یک مرد وجود داشته باشد کدام است؟

الف. ۲۰ ب. ۲۲ ج. ۱۶ د. ۳۴

۳. ضریب $a^3 b^4 c^{-2}$ در بسط $(2a + b^2 + \frac{c}{2})^7$ چقدر است؟

الف. $2^6 \times 10.5$ ب. $2^6 \times 15$ ج. $2^6 \times 21$ د. $2^6 \times 35$

۴. به چند طریق می توان ۷ سیب و ۶ پرتقال را بین ۲ کودک توزیع کرد به طوری که به هر کودک حداقل یک سیب برسد؟

الف. ۲۰۸۰ ب. ۱۶۸۰ ج. ۳۳۶۰ د. ۴۱۶۰

۵. تعداد راههای توزیع ۷ شی متمایز بین ۳ ظرف یکسان به طوری که هیچ ظرفی تهی نماند برابر است با؟

الف. $3!S(7, 3)$ ب. $7!S(7, 3)$ ج. $8!S(7, 3)$ د. $S(3, 7)$

۶. تعداد راههای توزیع ۷ شی یکسان بین ۳ ظرف متمایز برابر است با؟

الف. ۱۸ ب. ۳۶ ج. ۲۱۰ د. ۳۵

۷. یک منشی می خواهد ۵ نامه را در ۵ پاکت مخصوص بگذارد. چند حالت وجود دارد که این منشی حداقل یک نامه را به درستی

درون پاکت صحیح خود بگذارد؟

الف. ۷۶ ب. ۷۵ ج. ۷۱ د. ۷۰

۸. چند زیرمجموعه از اعداد $\{1, 2, \dots, 20\}$ شامل حداقل یک عدد فرد است؟

الف. 2^{19} ب. $\binom{20}{10}$ ج. $\binom{10}{2} 2^{10}$ د. $2^{10}(2^{10} - 1)$

۹. نامعادله $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

الف. $C(12, 3)$ ب. $C(13, 3)$ ج. $C(12, 2)$ د. $C(12, 4)$

۱۰. تعداد ۵- دنباله های یک مجموعه ۳ عضوی به طوری که هر عضو حداقل یک بار در آنها ظاهر شود عبارت است از:

الف. 3^5 ب. $3!S(5, 3)$ ج. $S(5, 3)$ د. $C(5, 3)$

۱۱. کیسه ای حاوی دقیقاً ۶ مهره قرمز، ۵ مهره سفید و ۷ مهره آبی است. حداقل چند مهره از کیسه بیرون آوریم تا مطمئن شویم که

حداقل سه مهره قرمز یا حداقل ۴ مهره سفید یا حداقل ۵ مهره آبی انتخاب شده است؟

الف. ۱۳ ب. ۹ ج. ۱۲ د. ۱۰

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۵۹)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سوال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: --

۱۲. فرض کنید $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ در این صورت a_n کدام است؟

الف. $a_n = b2^n + c(-1)^n$

ب. $a_n = b2^n + c_n$

ج. $a_n = b3^n + c2^n$

د. $a_n = b3^n + c(-1)^n$

۱۳. تابع مولد دنباله $0, 0, 1, a, a^2, a^3, \dots$ که در آن $a \neq 0$ کدام است؟

الف. $\frac{ax^2}{1-ax}$

ب. $\frac{ax^2}{1-x}$

ج. $\frac{x}{1+ax}$

د. $\frac{ax}{1+x}$

۱۴. اگر $f(n)$ تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عنصری باشد آنگاه:

الف. $f(n) = 2f(n-1) + 1$

ب. $f(n) = f(n-1) + 2$

ج. $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$

د. $f(n) = 2f(n-1)$

۱۵. ضریب x^{15} در $(x^2 + x^3 + x^4 + \dots)^4$ عبارت از:

الف. ۷۲۰

ب. ۱۲۰

ج. ۲۴۰

د. ۴۸۰

۱۶. تابع مولد نمایی دنباله $\{0, 1, 0, 1, \dots\}$ کدام است؟

الف. $\sinh x$

ب. $\sin x$

ج. $\cosh x$

د. $\cos x$

۱۷. برای عدد صحیح و مثبت n ، عبارت D_n از مجموعه با ترتیب جزئی که عناصر آن مجموعه تمامی مقسوم‌علیه‌های عدد

n و ترتیب جزئی هم رابطه بخش‌پذیری است با توجه به این تعریف کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

الف. D_{45} جبر بول است و D_{42} جبر بول نیست.

ب. D_{45} و D_{42} هر دو جبر بول هستند.

ج. D_{42} جبر بول است و D_{45} جبر بول نیست.

د. D_{45} و D_{42} هر دو جبر بول نیستند.

۱۸. در جبر بول $B_0 = (B, +, *, 0, 1)$ به ازای هر $a \in B$ داریم:

الف. $a * a = 0$, $a + a = a$

ب. $a * 0 = 1$, $a + 1 = 1$

ج. $a * a = a$, $a + a = a$

د. $a * 0 = a$, $a + 1 = 1$

۱۹. گراف ساده، غیرجهت‌دار و فاقد طوقه $G = (V, E)$ از ده مؤلفه همبند که هر کدام یک درخت است تشکیل شده است. اگر

مجموع درجه‌های رئوس گراف G برابر صد باشد در این صورت تعداد رئوس گراف برابر است با:

الف. ۱۰

ب. ۶۰

ج. ۵۰

د. ۴۰

۲۰. کدام یک از دنباله‌های زیر دنباله درجات گراف ساده هستند؟

الف. ۵, ۴, ۴, ۳, ۳, ۲, ۲, ۱

ب. ۵, ۴, ۴, ۴, ۲, ۱

ج. ۴, ۳, ۲, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱

د. ۷, ۴, ۴, ۲, ۲, ۱, ۱, ۱

نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۵۹)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: --

«سوالات تشریحی»

* به ۵ سوال به دلخواه پاسخ دهید.

* بارم هر سوال ۲ نمره.

۱. با استدلال ترکیباتی ثابت کنید که:

$$C(2n+2, n+1) = 2C(2n, n) + 2C(2n, n-1)$$

۲. فرض کنیم D_n تعداد پریش‌های مجموعه $X = \{1, 2, \dots, n\}$ باشد. نشان دهید D_n در رابطه بازگشتی زیر صادق است.

$$\begin{cases} D_1 = 0, & D_2 = 1 \\ D_n = (n-1)D_{n-1} + (n-1)D_{n-2} & n \geq 3 \end{cases}$$

۳. رابطه بازگشتی $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} + 2^n$ را حل کنید.

۴. به چند طریق می‌توان ۲۴ مداد را بین ۴ دانش‌آموز چنان توزیع کرد که هر دانش‌آموز حداقل ۳ مداد دریافت کند ولی هیچ دانش‌آموزی بیش از ۸ مداد نگیرد؟

۵. در یک جبر بول ثابت کنید: $(x+y)' = x'y'$

۶. فرمول پاسکال را بیان و اثبات کنید.