

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: هندسه دیفرانسیل موضعی
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۹

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: هندسه دیفرانسیل مقدماتی / اونیل

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. تابع حقیقی مقدار f را روی E^3 از طبقه C^∞ می نامیم اگر ...:

- الف. f بر E^3 پیوسته و مشتق پذیر باشد.
ب. مشتقات جزئی f از همه مرتبه ها موجود و پیوسته باشد.
ج. مشتقات جزئی f از همه مرتبه ها موجود باشد.
د. مشتقات جزئی مرتبه اول تابع موجود و پیوسته باشد.

۲. شرط لازم و کافی برای آنکه دو بردار مماس V_p ، V_q باهم برابر باشند آن است که ...:

- الف. قسمت برداری آنها باهم برابر باشد.
ب. نقطه اثر آنها متفاوت و قسمت های برداری آنها مساوی باشد.
ج. نقطه اثر آنها مساوی و قسمت های برداری آنها نیز مساوی باشد.
د. نقطه اثر آنها مساوی و قسمت های برداری آنها متفاوت باشد.

۳. اگر $f = x^2 yz$ و $p(1, 1, 0)$ و $V = (1, 0, -3)$ باشند آنگاه $V_p[f]$ برابر است با ...:

- الف. ۳-
ب. ۳
ج. صفر
د. ۱

۴. اگر $V = xU_1 - y^2U_2$ و $f = x^2y + z^3$ آنگاه حاصل $V[f]$ برابر است با ...:

- الف. $2x^2y + xz^3 - y^2z^3$
ب. $2x^2y - 3y^2z^2$
ج. $3xz^2 - 2xy^3 - 3y^2z^2$
د. $2x^2y - x^2y^2 - 3y^2z^2$

۵. اثر نگاشت $f(u, v) = (u^2 - v^2, uv)$ بر خم $\alpha(t) = (r \cos t, r \sin t)$ که $0 \leq t \leq 2\pi$ است برابر است با:

- الف. $(r^2 \cos t, r^2 \sin t)$
ب. $(r \cos 2t, r \sin 2t)$
ج. $(r^2 \sin t, r^2 \cos t)$
د. $(r^2 \cos 2t, r^2 \sin 2t)$

۶. طول قوس خم $\alpha(A) = (\cosh t, \sinh t, t)$ کدام است؟

- الف. $\sinh t$
ب. $\cosh t$
ج. $\sqrt{2} \sinh t$
د. $\frac{\sqrt{2}}{2} \cosh t$

۷. اگر $\beta: I \rightarrow E^3$ خم با تندی واحد و خمیدگی $K > 0$ و تاب τ باشد آنگاه کدامیک از گزینه های زیر صحیح نمی باشد؟

- الف. $T' = KN$
ب. $N' = KT - \tau\beta$
ج. $\beta' = -\tau N$
د. $N' = -KT + \tau\beta$

۸. شرط لازم و کافی برای آنکه خم β با تندی واحد در E^3 با $K > 0$ مسطح باشد آن است که ...:

- الف. $\tau = 0$
ب. $\tau > 0$
ج. $\tau < 0$
د. $\tau \neq 0$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: هندسه دیفرانسیل موضعی
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۹

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: هندسه دیفرانسیل مقدماتی / اونیل

۹. خم منظم α در E^3 هنگامی یک مارپیچ استوانه‌ای است که...

الف. $T(t).u = \sin \theta$ ب. $T(t).u = \cos \theta$ ج. $T(t).u = tg \theta$ د. $T(t).u = \cot g \theta$

۱۰. اگر W یک میدان برداری با طول ثابت $\|W\|$ باشد آنگاه به ازای هر میدان برداری V ، مشتق کوواریان $\nabla_V W$...

الف. همواره با W موازی است.
ب. همواره با W مساوی است.
ج. همواره بر W عمود است.
د. همواره بر خلاف جهت W است.

۱۱. تصویر مارپیچ $\beta(s) = (\cos \frac{s}{c}, \sin \frac{s}{c}, \frac{s}{c})$ تحت ایزومتري $R(x, y, z) = (x, y, -z)$ عبارتست از:

الف. $(\cos \frac{s}{c}, -\sin \frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$ ب. $(\cos \frac{c}{s}, \sin \frac{c}{s}, \frac{c}{s})$
ج. $(\cos \frac{s}{c}, \sin \frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$ د. $(\cos \frac{c}{s}, -\sin \frac{c}{s}, -\frac{c}{s})$

۱۲. اگر بردار سرعت دو خم $\beta: I \rightarrow E^3$ و α در هر لحظه موازی باشند و برای یک مقدار S_0 داشته باشیم $\alpha(S_0) = \beta(S_0)$ آنگاه ...

الف. α موازی β است.
ب. α مساوی β است.
ج. خمی مانند γ وجود دارد بطوریکه $\alpha = \beta \circ \gamma$
د. α تصویر β تحت یک ایزومتري در E^3 است.

۱۳. با کدام ایزومتري دو خم $\alpha, \beta: R \rightarrow E^3$ $\alpha(s) = (\cos \frac{s}{c}, \sin \frac{s}{c}, \frac{s}{c})$ و $\beta(s) = (\cos \frac{s}{c}, \sin \frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$ با تندی ثابت قابل انطباقند؟

الف. انتقال ب. دوران ج. تقارن د. همه موارد

۱۴. خم $\beta(t) = (t + \sqrt{3} \sin t, 2 \cos t, \sqrt{3}t - \sin t)$ چه نام دارد؟

الف. مارپیچ ب. دایره ج. سهمی د. استوانه

۱۵. اگر g تابع دیفرانسیل پذیر با مقدار حقیقی روی E^3 باشد و c یک عدد حقیقی باشد زیر مجموعه $M: g(x, y, z) = c$ از E^3 زمانی یک رویه است که...

الف. در همه نقاط M ، df مخالف صفر باشد.
ب. در همه نقاط M ، df صفر باشد.
ج. در همه نقاط M ، f پیوسته باشد.
د. در همه نقاط M ، f ناصفر باشد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

نام درس: هندسه دیفرانسیل موضعی
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۹

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: هندسه دیفرانسیل مقدماتی / اونیل

۱۶. کدامیک از زیر مجموعه های M از E^3 که در زیر آورده شده است رویه است؟

الف. مخروط $M: z^2 = x^2 + y^2$ ب. قرص بسته $M: x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$

ج. صفحه تاشده $M: xy = 0, x \geq 0, y \geq 0$ د. سهموار دوار $M: z = x^2 + y^2$

۱۷. فرض کنید ϕ یک سه فرمی باشد در اینصورت $d\phi$ برابر است با...

الف. یک چهار فرمی ب. صفر ج. ۱ د. هیچکدام

۱۸. عملگر شکلی صفحه P در E^3 برابر است با:

الف. $\frac{1}{r}$ ب. $\frac{-1}{r}$ ج. صفر د. $bu_1 + au_p$

۱۹. اگر p نقطه ای از رویه همبند $M \subseteq E^3$ باشد در چه صورت در نقطه p امتداد مجانبی وجود ندارد؟

الف. $k(p) < 0$ ب. $k(p) > 0$ ج. $k(p) \neq 0$ د. $k(p) = 0$

۲۰. خمیدگی متوسط رویه $M \subseteq E^3$ عبارتست از...

الف. $H = \frac{\text{trace}}{2}$ ب. $k_1 k_2$ ج. $\frac{k_1}{k_2}$ د. $c(k_1 + k_2)$ که در آن c عددی ثابت است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: هندسه دیفرانسیل موضعی
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۹

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: هندسه دیفرانسیل مقدماتی / اونیل

سؤالات تشریحی
(بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد)

۱. برای مارپیچ $\beta(s) = (a \cos \frac{s}{c}, a \sin \frac{s}{c}, \frac{bs}{c})$ با تنیدی واحد که در آن $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ و $a > 0$ است مطلوبست:

الف. محاسبه توابع خمیدگی و تاب

ب. محاسبه سه وجهی فرم T ، N و B

۲. خمیدگیهای گاوسی و متوسط هلیکوئید H که نگاره نگاشت $X: E^2 \rightarrow E^3$ که در آن $b \neq 0$ است
 $X(u, v) = (u \cos v, u \sin v, bv)$ را محاسبه کنید.

۳. قضیه زیر را اثبات کنید.

اگر عملگر شکلی M متحداً صفر باشد آنگاه M بخشی از یک صفحه در E^3 است.

۴. قضیه زیر را اثبات کنید.

به ازای هر دو سه وجهی بر E^3 مثل e_1, e_2, e_3 در نقطه p و f_1, f_2, f_3 در نقطه q ، یک ایزومتري یکنای F از E^3 وجود دارد بطوریکه $F_*(e_i) = f_i$ به ازای $1 \leq i \leq 3$

۵. ژئودزیکهای استوانه مستدیر $M: x^2 + y^2 = r^2$ را بدست آورید.