

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: ریاضی عمومی ۱
رشته تحصیلی/گروه درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۳۲

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. --- منیع: ---

پیامبر اعظم (ص): روزه سیر آتش جهنم است.

۱. a و b را به گونه ای بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & x \geq 1 \\ x^3 + 2ax & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر باشد.

الف. $a = b = 1$ ب. $a = b = -1$ ج. $b = 1, a = -1$ د. $b = -1, a = 1$

۲. اگر f تابع مشتق پذیر در a باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a}$ کدام است؟

الف. $a - f'(a)$ ب. $f(a) - af'(a)$ ج. $f'(a)$ د. $f'(a) - af(a)$

۳. انتگرال ناسره $\int_{\frac{\pi}{2}}^{+\infty} \sin x dx$ چگونه است؟

الف. انتگرالی متناهی ب. همگرا ج. واگرا د. انتگرالی عادی

۴. فرض کنید $f(x) = |x^2 - 2x|$ در این صورت $f'(2)$ کدام است؟
الف. ۱ ب. ۲ ج. -۲ د. وجود ندارد

۵. فرض کنید $f(x^3 + 6x) = g(\sin 4x + \sin 2x)$ اگر $f'(0) = 5$ باشد آنگاه $g'(0)$ برابر است با:

الف. صفر ب. ۵ ج. ۱ د. $\frac{1}{4}$

۶. مقدار $\frac{d^2 y}{dx^2}$ برای معادلات پارامتری $\begin{cases} x = t - t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$ به ازاء $t = 0$ برابر است با:

الف. $\frac{1}{2}$ ب. ۰ ج. ۲ د. وجود ندارد

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی-۱۱۱۱۰۳۲

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ---

مجاز است.

منبع: ---

۷. کدام گزینه برای معادله $x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 0$ در بازه $(0, 1)$ درست است؟

الف. معادله دقیقاً یک ریشه حقیقی دارد.

ب. معادله حداقل سه ریشه حقیقی دارد.

ج. معادله ریشه حقیقی ندارد.

د. معادله دقیقاً دو ریشه حقیقی دارد.

۸. تابع $f(x) = x^x$ چند نقطه بحرانی دارد؟

الف. ۱

ب. ۲

ج. ۳

د. ۴

۹. ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = 1 - \sqrt[3]{(x-3)^3}$ در بازه $[-5, 4]$ کدام است؟

الف. ۱

ب. ۵

ج. صفر

د. ۳

۱۰. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ برابر است با:

الف. $\text{Arc tg}(e^{-x}) + c$

ب. $\text{Arc tg}(e^x) + c$

ج. $\text{Arc cot g}(e^x) + c$

د. $\ln(1 + e^x) + c$

۱۱. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x} + \sqrt{x}}$ برابر است با:

الف. $2\text{Arc tg}(x+1) + c$

ب. $\ln(\sqrt{x}) + c$

ج. $2\text{Arc tg}(\sqrt{x}) + c$

د. $\frac{1}{2}\ln(x+1) + 3$

۱۲. معادله دسته منحنی‌هایی که ضریب زاویه خطوط مماس در هر نقطه (x, y) از آن برابر $\frac{-x}{y}$ باشد کدام است؟

الف. $x^p - y^p = A$

ب. $y = A + \sqrt{x}$

ج. $\frac{y}{x} = A$

د. $x^p + y^p = C$

۱۳. حاصل عبارت $\text{tg}^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$ کدام است؟ $(\cos x \neq 0)$

الف. x

ب. $\frac{\pi}{4} + x$

ج. $x - \frac{\pi}{4}$

د. $\frac{\pi}{4} - x$

۱۴. برای تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in Q \\ 0 & x \in Q^c \end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

الف. انتگرال پذیر است.

ب. انتگرال پذیر نیست.

ج. انتگرال پذیر است و $\int_a^b f(x)dx = 0$

د. انتگرال پذیر است و $\int_a^b f(x)dx = 1$

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۳۲

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ---

مجاز است.

منبع: ---

۱۵. حاصل $\int_1^a \frac{1}{t} dt + \int_a^{ab} \frac{1}{t} dt$ کدام است؟ ($t \neq 0$)

الف. صفر ب. $\ln \frac{a}{b}$ ج. $\ln ab$ د. $-\ln a$

۱۶. در تابع ضمنی $\int_0^y \cos^p t dt + \int_0^{x^p} \sin^p t dt = 0$ مقدار $\frac{dy}{dx}$ کدام است؟

الف. $\frac{x^p \sin^p x^p}{\cos^p y}$ ب. $\frac{-px \sin^p x^p}{\cos^p y}$ ج. $\frac{-px \sin^p x^p}{\cos^p y}$ د. $\frac{x^p \sin^p x^p}{\cos^p y}$

۱۷. حاصل انتگرال $J = \int e^x f'(x) dx + \int e^x f(x) dx$ کدام است؟

الف. e^x ب. $f(x)$ ج. $e^x f(x)$ د. e^{px}

۱۸. ناحیه قطبی $D = \{(r, \theta) | 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \pi\}$ در صفحه xy کدام است؟ «مرکز دایره را در تمام گزینه‌ها مبدأ مختصات در نظر بگیرید.»

الف. دایره به شعاع واحد ب. نیم دایره پائین محور x ها به شعاع واحد
ج. نیم دایره بالای محور x ها به شعاع واحد د. ربع دایره به شعاع واحد

۱۹. کدام گزینه درست است؟

الف. هر دنباله از بالا کراندار در R همگرا است. ب. هر دنباله صعودی و از بالا کراندار در R همگرا است.
ج. هر دنباله نزولی در R همگرا است. د. هر دنباله صعودی در R همگرا است.

۲۰. کدام سری همگرا است؟

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ب. $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$ ج. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ د. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: ریاضی عمومی ۱
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۳۲

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: ---

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۵ نمره

۱. مقدار $\frac{d^p y}{dx^p}$ را برای معادلات $\begin{cases} x = t - t^p \\ y = t - t^q \end{cases}$ محاسبه کنید.

۲. تابع $y = \ln x$ در بازه $[a, b]$ که $a > 0$ در نظر بگیرید با توجه به قضیه میانگین در مشتق ثابت کنید نامساوی زیر برقرار است:

$$1 - \frac{a}{b} < \ln \frac{b}{a} < \frac{b}{a} - 1$$

۳. فرض کنید تابع بتا به صورت $B(m, n) = \int_0^1 x^m (1-x)^n dx$ تعریف شده باشد:

(۱) ثابت کنید $\beta(m, n) = \beta(n, m)$

(۲)
$$\beta(m, n) = \frac{\pi}{\Gamma(m+1)\Gamma(n+1)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m+1} x \cos^{2n+1} x dx$$

۴. سطح محصور به نمودارهای $x = 2y^2$ و $x = 3y^2 - 1$ را حساب کنید.

۵. انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

$$I = \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$$

$$J = \int \frac{dx}{(1+x^2)^2}$$