

نام درس: آمار و احتمال ۲

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

رشته تحصیلی/ گد درس: علوم کامپیوتر (تجربیه: ۱۱۱۷۰۷۸) - ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۱)

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار و احتمال ۲/ دکتر عباسی، .../ پیام نور

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. اگر $Y = |X|$ باشد آنگاه مقدار چگالی احتمال Y به ازای $g(y) = y$ وقتی که $f(x)$ مقدار چگالی احتمال X به ازای X باشد برابر است با:

الف. $g(y) = \begin{cases} f(y) - f(-y) & y > 0 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$ ب. $g(y) = \begin{cases} -f(y) + f(-y) & y > 0 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$

ج. $g(y) = \begin{cases} f(y) + f(-y) & y > 0 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$ د. $g(y) = \begin{cases} -f(-y) - f(y) & y > 0 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$

۲. اگر متغیر X دارای توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای n و p باشد توزیع متغیر $Y = n - X$ چه خواهد بود؟

الف. $\binom{n}{Y} p^{n-Y} (1-p)^Y$ $Y = 0, 1, \dots, n$ ب. $\binom{n+Y}{n} p^{n-Y} (1-p)^Y$ $Y = 0, 1, \dots, n$

ج. $\binom{n}{Y} p^Y (1-p)^{n-Y}$ $Y = 0, 1, \dots, n$ د. $\binom{n-Y}{Y} p^Y (1-p)^{n-Y}$ $Y = 0, 1, \dots, n$

۳. اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، چگالی احتمال $Z = X^2$ کدام است؟

الف. t با یک درجه آزادی ب. χ^2 با یک درجه آزادی
ج. نرمال با میانگین ۰ و واریانس ۲ د. نمایی با پارامتر ۱

۴. اگر X_1, \dots, X_n متغیر تصادفی مستقل و هم توزیع باشند و $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ دارای تابع مولد گشتاور

$M_Y(t) = (1 - \lambda t)^{-n}$ باشد آنگاه توزیع X_i ها کدام است؟

الف. پواسن با پارامتر λ ب. نمایی با پارامتر λ
ج. نرمال با میانگین λ و واریانس ۱ د. گاما با پارامترهای λ و n

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (تجیمع: ۱۱۱۷۰۷۸) - ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۱)
تعداد سوآلات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سوال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار و احتمال ۲/دکتر عباسی،.../پیام نور

۵. از جامعه‌ای با میانگین مجهول μ و واریانس $\sigma^2 = 25$ نمونه‌ای ۱۶ تایی استخراج می‌کنیم. انحراف معیار \bar{X} برآوردکننده μ کدام است؟

- الف. $\frac{25}{4}$ ب. $\frac{5}{4}$ ج. $\frac{5}{16}$ د. $\frac{25}{16}$

۶. از جامعه‌ای متناهی با N عضو نمونه‌ای تصادفی n تایی استخراج می‌کنیم. اگر X_r و X_s به ترتیب r امین و s امین متغیر تصادفی از نمونه‌ای تصادفی باشند، آنگاه $cov(X_r, X_s)$ چقدر است؟ (σ^2 واریانس جامعه است.)

- الف. $\frac{\sigma^2}{N-1}$ ب. $-\frac{\sigma^2}{N-1}$ ج. $\frac{\sigma^2}{N}$ د. $-\frac{\sigma^2}{N}$

۷. فرض کنید X_1 و X_2 دو متغیر تصادفی مستقل برنولی با ترکیب پارامترهای θ_1, n_1 و θ_2, n_2 باشند. اگر $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ به ترتیب برآوردکننده‌های θ_1 و θ_2 باشند، آنگاه $V(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2)$ کدام گزینه است؟

- الف. $\frac{\theta_1(1-\theta_1)}{n_1} - \frac{\theta_2(1-\theta_2)}{n_2}$ ب. $\frac{\theta_1(1-\theta_1)}{n_1} + \frac{\theta_2(1-\theta_2)}{n_2}$
ج. $\frac{(\theta_1 + \theta_2)(1-\theta_1 + \theta_2)}{n_1 + n_2}$ د. $\frac{\theta_1(1-\theta_1) + \theta_2(1-\theta_2)}{n_1 + n_2}$

۸. اگر متغیر X دارای توزیع F با درجه آزادی v_1 و v_2 باشد، آنگاه کدام رابطه زیر برقرار است؟

- الف. $f_{1-\alpha, v_1, v_2} = \frac{1}{f_{\alpha, v_1, v_2}}$ ب. $f_{\alpha, v_1, v_2} = \frac{1}{f_{1-\alpha, v_1, v_2}}$
ج. $f_{\alpha, v_1, v_2} = f_{1-\alpha, v_1, v_2}$ د. $f_{1-\alpha, v_1, v_2} = f_{\alpha, v_1, v_2}$

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (تجیمع: ۱۱۱۷۰۷۸) - ریاضی (محض و کاربرد ی: ۱۱۱۷۰۲۱)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ●

گد سری سوال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار و احتمال ۲/دکتر عباسی،.../پیام نور

۹. اگر X_1 و X_2 و X_3 سه متغیر تصادفی از یک توزیع باشند و Y_1 و Y_2 و Y_3 آماره های مرتب آنها باشند، کدام گزینه درباره آماره Y_2 درست است؟

الف. اگر $X_1 < X_2 < X_3$ اگر $Y_2 = X_2$

ب. اگر $X_3 < X_1 < X_2$ اگر $Y_2 = X_1$

ج. اگر $X_1 < X_3 < X_2$ اگر $Y_2 = X_3$

د. اگر $X_2 < X_1 < X_3$ اگر $Y_2 = X_2$

۱۰. اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از جامعه ای با چگالی $f(x) = \begin{cases} e^{-(x-\delta)} & x > \delta \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$ باشد و بدانید که

$\mu = \int_{\delta}^{\infty} x e^{-(x-\delta)} dx = 1 + \delta$ یک برآوردکننده نااریب برای δ کدام گزینه است؟

الف. \bar{X}

ب. $\bar{X} + 1$

ج. $\bar{X} - 1$

د. ۰

۱۱. کدامیک از گزینه های زیر نادرست است؟

الف. $E(\hat{\theta} - \theta)$ = اریب

ب. $MSE = E(\hat{\theta} - \theta)^2$

ج. $MSE = \sigma_{\hat{\theta}}^2 + (\text{اریب})^2$

د. $MSE = (E(\hat{\theta}) - \theta)^2$

۱۲. اگر $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ برآوردکننده نااریب برای θ باشند و داشته باشیم $var(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{3}$ و $var(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{3}$ مقدار کارایی $\hat{\theta}_2$ نسبت به $\hat{\theta}_1$ چقدر است؟

الف. ۳

ب. $\frac{1}{3}$

ج. ۲

د. $\frac{1}{2}$

۱۳. فرض کنید X_1 و X_2 و X_3 سه نمونه مستقل از جامعه ای با میانگین مجهول μ باشند و اگر $T_1 = \sum_{i=1}^3 X_i$ و

$T_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$ باشند. حال با علم به اینکه هر دو برآوردکننده برای μ نااریب هستند درباره واریانس آنها کدام

گزینه درست است؟

الف. $var(T_1) > var(T_2)$

ب. $var(T_1) < var(T_2)$

ج. برای بررسی واریانس T_1 و T_2 به مقدار کوواریانس بین X_i ها هم نیاز است.

د. برای بررسی واریانس T_1 و T_2 به مقدار واریانس جامعه هم نیاز است.

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گروه درس: علوم کامپیوتر (تجمع: ۱۱۱۷۰۷۸) - ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۱)
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ●

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار و احتمال ۲ دکتر عباسی، ... / پیام نور

۱۴. کدام یک از ویژگی‌های یک برآوردکننده یک خاصیت مجانبی است؟

الف. نااریبی ب. کارایی ج. سازگاری د. بسندگی

۱۵. اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی به اندازه n از جامعه یکنواخت پیوسته‌ای با $\alpha = 0$ باشند و β نامعلوم. برآوردکننده ماکسیمم درست‌نمایی β کدام گزینه است؟ (Y_1 و Y_p آماره‌های ترتیبی هستند.)

الف. $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ ب. Y_1 ج. $\frac{Y_1 + Y_n}{2}$ د. Y_n

۱۶. اگر \bar{X} میانگین نمونه‌ای حاصل از n نمونه تصادفی برآوردکننده میانگین از جامعه نرمال با واریانس معلوم σ^2 باشد، احتمال اینکه قدرمطلق خطا کمتر از $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ باشد برابر است با:

الف. α ب. $1 - \alpha$ ج. $\frac{\alpha}{2}$ د. $\frac{\alpha}{2}$

۱۷. از جامعه‌ای نرمال با واریانس مجهول نمونه‌ای به اندازه ۱۲ انتخاب کرده و $\bar{X} = 66.7$ و $S = 8.4$ بدست آمده است. حد بالای یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه کدام گزینه است؟

الف. $88/7$ ب. $92/18$ ج. $79/21$ د. $71/6$

۱۸. در انجام آزمون فرض آماری، خطای نوع دوم عبارت است از:

الف. رد فرض H_0 وقتی که فرض H_0 درست باشد. ب. قبول فرض H_0 وقتی که H_0 درست است.
ج. رد فرض H_0 وقتی که فرض H_0 غلط است. د. قبول فرض H_0 وقتی که H_0 غلط است.

۱۹. اگر بگوییم H_0 در سطح α معنی دار است، با کدام عبارت معادل است؟

الف. H_0 در سطح α رد می‌شود. ب. در سطح α دلیلی برای رد H_0 وجود ندارد.
ج. α همان خطای نوع اول است. د. به ازای مقادیر کوچکتر از α ، فرض H_0 رد می‌شود.

۲۰. اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از جامعه‌ای متناهی به اندازه N و واریانس σ^2 باشد، آنگاه $var(\bar{X})$ کدام است؟

الف. $\sigma^2 \frac{N-1}{N-n}$ ب. $\frac{\sigma^2}{N} \frac{N-n}{N-1}$ ج. $\frac{\sigma^2}{n}$ د. $\sigma^2 \frac{N-1}{nN}$

$$t_{0.025, 11} = 2.201, \chi^2_{0.01, 4} = 14.86$$

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (تجمع: ۱۱۱۷۰۷۸) - ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۱)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سوال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است.
منبع: آمار و احتمال ۲ دکتر عباسی، ... / پیام نور

سوالات تشریحی

۱. نمونه تصادفی مستقل به اندازه $n_1 = 16$ و $n_2 = 25$ از جامعه‌های نرمال با $\sigma_1 = 4/8$ و $\sigma_2 = 3/5$ دارای میانگین‌های $\bar{x}_1 = 18/2$ و $\bar{x}_2 = 23/4$ بوده‌اند، یک فاصله اطمینان ۹۰٪ برای $\mu_1 - \mu_2$ پیدا کنید. (۱/۵ نمره)

۲. فرض کنید X_1 و X_2 نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۲ از جامعه‌ای باشد که در آن داده شده است.

$$f(x_1, x_2, \theta) = \begin{cases} \theta x_1^{\theta-1} & 0 < x_1 < 1 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$$

اگر $x_1 x_2 \geq \frac{3}{4}$ بحرانی برای آزمون فرض صفر $\theta = 1$ در برابر فرض

مقابل $\theta = 2$ به کار رود، توان این آزمون در $\theta = 2$ چیست؟ (۱/۵ نمره)

۳. یک شرکت تولید فرآورده‌های نفتی مدعی است که کمتر از ۳۵ درصد کلیه دارندگان اتومبیل، بنزین تولیدی آن شرکت را نمی‌خرند. این ادعا در صورتی که یک بررسی تصادفی نشان دهد که از ۲۰۰ اتومبیل ۲۲ نفر از بنزین تولیدی این شرکت استفاده نکرده‌اند، در سطح معنی‌داری ۰/۰۱ آزمون کنید. (۱ نمره)

۴. داده‌های نمونه‌ای زیر به محموله‌هایی مربوط است که یک شرکت بزرگ از سه فروشنده مختلف دریافت کرده است.

تعداد موارد ناسالم

سالم	قابل پذیرش	رد	فروشنده
۸۹	۲۳	۱۲	A
۶۲	۶۲	۸	B
۱۱۹	۳۰	۲۱	C

در سطح معنی‌داری ۰/۰۱ آزمون کنید که آیا کیفیت محصولات سه فروشنده یکی است یا خیر؟ (۱/۵ نمره)

۵. با مفروض بودن چگالی توأم $f(x, y) = \begin{cases} 6xy & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$ ، $\mu_{Y|X}$ را بدست آورید. (۱/۵ نمره)

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/ گد درس: علوم کامپیوتر (تجربیه: ۱۱۱۷۰۷۸) - ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۱)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سوال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آمار و احتمال ۲/ دکتر عباسی، .../ پیام نور

جدول ۱ توزیع Z (سطح زیر منحنی برای مقادیر منفی از Z براساس قرینگی محاسبه می شود)

Z*	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2518	0.2549
0.7	0.2580	0.2612	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952

نام درس: آمار و احتمال ۲
رشته تحصیلی/ گد درس: علوم کامپیوتر (تجمیع: ۱۱۱۷۰۷۸) - ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۷۰۲۱)
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است.
منبع: آمار و احتمال ۲/ دکتر عباسی، .../ پیام نور

ادامه جدول ۱ - توزیع Z

2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4986	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4490	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.5000	0.5000	0.5000
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000