

کد کنترل

284

E



284E

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) – سال ۱۳۹۹

رشته علوم کامپیوتر – کد (۲۲۴۷)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ساختمان داده و الگوریتم – مبانی منطق – مبانی ترکیبیات – جبر خطی عددی – نظریه الگوریتم پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱-

کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست است؟

i. اگر همه عناصر آرایه مساوی باشند، روش‌های مرتب‌سازی حبابی، درجی و هرمی از مرتبه $\theta(n)$ هستند.

ii. مرتب‌سازی ۶ عنصر با الگوریتم‌های مبتنی بر مقایسه حداقل به ۱۰ مقایسه در بدترین حالت نیاز دارد.

(۱) i درست و ii نادرست است. (۲) i و ii هر دو درست هستند.

(۳) i و ii هر دو نادرست هستند. (۴) i نادرست و ii درست است.

۲

همه جملات زیر درباره الگوریتم‌های مرتب‌سازی صحیح‌اند، به جز:

(۱) مرتب‌سازی درجی (Insertion sort) یک الگوریتم پایدار (Stable) است.

(۲) مرتب‌سازی سریع در بدترین شرایط از مرتبه $O(n^2)$ است.

(۳) مرتب‌سازی هرمی بیش‌تر از $O(n^2)$ مقایسه انجام نمی‌دهد.

(۴) الگوریتم مرتب‌سازی درجی (Insertion sort) حداکثر $O(n \log n)$ مقایسه انجام می‌دهد.

۳-

با چهار داده ۱۱، ۹، ۳ و ۱۵ با تقدم کوچک به بزرگ چند درخت min-heap می‌توان ساخت؟

(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۵ (۴) ۶

۴-

کدام الگوریتم مرتب‌سازی روی یک آرایه n عنصری که تمام عناصر آن با هم برابرند دارای بهترین مرتبه زمانی است؟

(۱) Selection (۲) Insertion

(۳) Merge (۴) Quick

۵-

در یک درخت جست‌وجوی دودویی از اعداد صحیح با n گره، بهترین الگوریتم برای چاپ تمام اعداد فرد از بزرگ

به کوچک دارای چه مرتبه زمانی است؟

(۱) $O(n)$ (۲) $O(n^2)$

(۳) $O(\log n)$ (۴) $O(n \log n)$

۶-

در ساختار داده‌ای n عنصری جدول درهم (hash table) که برای حل پدیده تصادم آن از chaining استفاده

می‌شود، یافتن ماکزیمم دارای چه مرتبه زمانی است؟

(۱) $O(1)$ (۲) $O(n \log n)$

(۳) $O(n)$ (۴) $O(\log n)$

- ۷- در آرایه زیر یک Min-heap داده شده است. بعد از حذف کردن ریشه ترتیب عناصر آن به کدام صورت در خواهد آمد تا همچنان Min-heap باقی بماند؟

۲	۸	۴	۹	۱۰	۷	۶
---	---	---	---	----	---	---

۶	۸	۴	۹	۱۰	۷
---	---	---	---	----	---

 (۱)

۴	۸	۷	۶	۹	۱۰
---	---	---	---	---	----

 (۲)

۸	۴	۹	۱۰	۷	۶
---	---	---	----	---	---

 (۳)

۴	۸	۶	۹	۱۰	۷
---	---	---	---	----	---

 (۴)

- ۸- کدام گزینه درباره ضرب دو ماتریس $n \times n$ با روش تقسیم و غلبه استراسن صحیح است؟

(۱) مرتبه زمانی الگوریتم ضرب استراسن $O(n^3)$ است.

(۲) اگر $T(n)$ تعداد عمل ضرب عددی استراسن باشد در این صورت $T(n) = 7T(\frac{n}{4}) + 1$ که $T(1) = 1$

(۳) اگر $T(n)$ تعداد فراخوانی استراسن باشد در این صورت $T(n) = 7T(\frac{n}{4}) + 1$ که $T(1) = 1$

(۴) اگر $T(n)$ زمان اجرای استراسن باشد در این صورت $T(n) = 7T(\frac{n}{4}) + 18(\frac{n^2}{4})$

- ۹- اگر آرایه ای n عنصر داشته باشد، حداکثر تعداد فراخوانی بازگشتی توسط الگوریتم مرتب سازی سریع (Quick Sort) چقدر است؟

(۱) n (۲) $n-1$ (۳) n^2 (۴) $n \log n$

- ۱۰- اگر عناصر یک درخت جست و جوی دودویی را به صورت میانوند (inorder) پیمایش کنیم و در داخل یک پشته قرار دهیم و سپس عناصر پشته را خارج کنیم و یک درخت جست و جوی دودویی ایجاد کنیم، درخت حاصل چه درختی خواهد بود؟

(۱) درخت دودویی مورب به چپ

(۲) درخت دودویی مورب به راست

(۳) درخت جست و جوی دودویی تغییری نمی کند.

(۴) زیر درخت های چپ و راست درخت اولیه تعویض می شوند.

- ۱۱- کدام یک از موارد زیر، منطقاً معتبر نیست؟

(۱) $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x))$

(۲) $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x))$

(۳) $\forall x \exists y \forall z R(x, y, z) \rightarrow \exists y \forall z \forall x R(x, y, z)$

(۴) $\forall x \exists y \forall z R(x, y, z) \rightarrow \forall z \forall x \exists y R(x, y, z)$

- ۱۲- حداکثر چند گزاره غیر معادل مثل $A(p, q)$ هست که نتیجه منطقی $p \rightarrow q$ باشد؟
 (۱) ۰ (۲) ۱۶ (۳) ۲ (۴) ۱۴
- ۱۳- کدام یک از ویژگی‌های زیر در زبانی که فقط شامل نماد تساوی است (نماد غیر منطقی دیگری ندارد) قابل بیان با یک فرمول مرتبه اول نیست؟
 (۱) متناهی بودن مدل (۲) حداکثر n عضو داشتن مدل
 (۳) حداقل m عضو داشتن مدل (۴) ناتمام بودن مدل
- ۱۴- فرض کنید Σ مجموعه‌ای سازگار از فرمول‌ها در یک زبان مرتبه اول باشد و فرمول $\exists x(\varphi(x) \rightarrow \psi(x))$ را نتیجه منطقی دهد. کدام یک از فرمول‌های زیر نتیجه منطقی Σ می‌باشد؟
 (۱) $\forall x\varphi(x) \rightarrow \forall y\psi(y)$ (۲) $\exists x\varphi(x) \rightarrow \forall y\psi(y)$
 (۳) $\exists x\varphi(x) \rightarrow \exists x\psi(x)$ (۴) $\forall x\varphi(x) \rightarrow \exists y\psi(y)$
- ۱۵- فرض کنید $A * B = \neg A \vee \neg B$ در این صورت، در منطق گزاره‌ای با ۲ متغیر اتمی و تنها با استفاده از ادات منطقی $*$ ، حداکثر چند فرمول غیر معادل می‌توان ساخت؟
 (۱) ۱۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱
- ۱۶- فرض کنید که گزاره $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ یک استلزام باشد. کدام یک از گزاره‌های شرطی زیر یک استلزام نیست؟
 (۱) $\neg C \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ (۲) $B \rightarrow (C \rightarrow A)$
 (۳) $\neg C \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$ (۴) $B \rightarrow (A \rightarrow C)$
- ۱۷- یک مجموعه از فرمول‌ها را سازگار گوئیم اگر تناقض را نتیجه ندهد. کدام یک از مجموعه‌های زیر سازگار نیست؟
 (۱) $\{P_0 \rightarrow P_1, P_1 \rightarrow P_2, P_2 \rightarrow P_3, P_3 \rightarrow \neg P_0\}$
 (۲) $\{(\neg P_1 \wedge P_2) \rightarrow P_0, P_1 \rightarrow (\neg P_1 \rightarrow P_2), P_0 \leftrightarrow \neg P_2\}$
 (۳) $\{P_0 \rightarrow P_1, (P_0 \wedge P_2) \rightarrow (P_1 \wedge P_3), (P_0 \wedge P_2 \wedge P_3) \rightarrow (P_1 \wedge P_2 \wedge P_3), \dots\}$
 (۴) $\{P_1 \vee P_2, P_1 \rightarrow (P_2 \wedge P_3), P_3 \rightarrow P_2, \neg(P_2 \vee P_3)\}$
- ۱۸- فرض کنید $\Sigma \cup \{\sigma\}$ مجموعه‌ای از جملات منطقی باشد که $\Sigma \models \sigma$ و $\Sigma \not\models \neg \sigma$. همه گزینه‌های زیر همیشه درست است، به جز:
 (۱) $\Sigma \cup \{\sigma\} \models \neg \sigma$ (۲) Σ سازگار و ناکامل است.
 (۳) $\Sigma \cup \{\sigma\}$ سازگار است ولی کامل نیست. (۴) اگر Σ کامل باشد، آنگاه $\Sigma \cup \{\sigma\}$ ناسازگار است.

۱۹- کدام یک از فرمول‌های زیر نتیجه منطقی فرمول‌های $\neg \exists x(C(x) \wedge A(x))$ و

$\forall x(\neg A(x) \rightarrow \neg \exists y(B(y) \wedge R(y, x)))$ است؟

(۱) $\neg \exists x \exists y(A(x) \wedge R(y, x) \wedge B(y))$

(۲) $\neg \exists y \exists x(B(y) \wedge R(y, x) \wedge C(x))$

(۳) $\neg \exists y \exists x(A(x) \wedge R(y, x) \wedge C(y))$

(۴) $\neg \exists x \exists y(A(x) \wedge B(x) \wedge C(y))$

۲۰- تابع f روی مجموعه همه گزاره‌های منطقی گزاره‌ای به صورت استقرایی تعریف می‌شود:

$f(p) = 1$ برای متغیرهای اتمی p

$f(\perp) = 0$

$f(A \rightarrow B) = f(A \vee B) = f(A \wedge B) = f(A) + f(B)$

$f(\neg A) = f(A)$

کدام گزینه در مورد $f(\Lambda)$ صحیح است؟

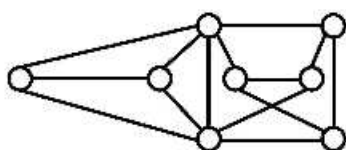
(۱) تعداد متغیرهای اتمی به کار رفته در Λ ، بدون احتساب تکرار

(۲) تعداد متغیرهای اتمی به کار رفته در Λ ، با احتساب تکرار

(۳) تعداد ادوات منطقی به کار رفته در Λ ، با احتساب تکرار

(۴) تعداد ادوات منطقی به کار رفته در Λ ، بدون احتساب تکرار

۲۱- کدام مورد دربارهٔ گراف زیر صحیح است؟



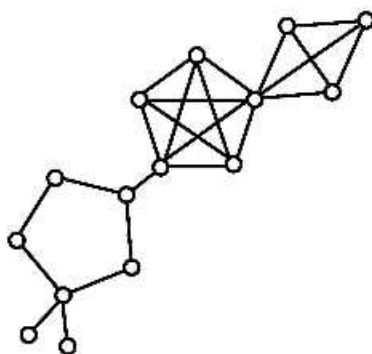
(۱) همیلتنی و اویلری است.

(۲) همیلتنی و اویلری نیست.

(۳) همیلتنی نیست ولی اویلری است.

(۴) همیلتنی است ولی اویلری نیست.

۲۲- تعداد زیردرخت‌های فراگیر گراف زیر برابر است با:



(۱) 10^3

(۲) 10^4

(۳) 10^5

(۴) 10^6

۲۳- چند عدد چهار رقمی وجود دارد که هیچ دو رقم متوالی آن، یکی نباشد؟

(۱) 9^4

(۲) 10×9^2

(۳) $9^2 \times 10^2$

(۴) 9×10^3

۲۴- تعداد جواب‌های طبیعی معادله زیر کدام است؟

$$(x_1 + x_2 + x_3)(x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8) = 119$$

$$\begin{pmatrix} 118 \\ 7 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$2 \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$2 \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (4)$$

۲۵- تعداد کلمات به طول ۴ با اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۰ که تعداد زوجی صفر دارد، کدام است؟

$$134 \quad (4)$$

$$136 \quad (3)$$

$$140 \quad (2)$$

$$142 \quad (1)$$

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، مقدار $\|A\|_\infty + \|A\|_1$ کدام است؟

$$8 \quad (1)$$

$$9 \quad (2)$$

$$10 \quad (3)$$

$$11 \quad (4)$$

۲۷- کدام یک از گزینه‌های زیر برای ماتریس وارون‌پذیر A نادرست است؟ (فرض کنید نرم ماتریسی به کار رفته، نرم وابسته به نرم برداری باشد و $\text{cond}(0)$ ، عدد حالت ماتریس است.)

$$\text{cond}(A) = \text{cond}(A^T) \quad (2) \quad \text{cond}(A) \geq 1 \quad (1)$$

$$\text{cond}(A^T A) = (\text{cond}(A))^2 \quad (4) \quad \alpha \in \mathbb{R}, \text{cond}(\alpha A) = \alpha \text{cond}(A) \quad (3)$$

۲۸- در روش حذفی گاوس (Gauss Elimination) محورگزینی کامل (Complete Pivoting) به‌منظور انجام می‌شود.

$$(1) \text{ کاستن تعداد عملیات} \quad (2) \text{ جلوگیری از رشد خطای گرد کردن}$$

$$(3) \text{ جلوگیری از بزرگ شدن عضو محوری} \quad (4) \text{ جلوگیری از رشد درایه‌های ماتریس‌های میانی}$$

۲۹- اگر A وارون‌پذیر باشد و $Ax = b$ و $A(x + \delta x) = b + \delta b$ و A آنگاه کدام یک از روابط زیر برقرار است؟

$$\|\delta x\| \leq \|A\| \|A^{-1}\| \|x\| \quad (1)$$

$$\frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \leq \|A\| \|A^{-1}\| \frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \quad (2)$$

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \leq \|A\| \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \quad (3)$$

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \leq \|A\| \|A^{-1}\| \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \quad (4)$$

۳۰- برای حل مسئله کم‌ترین مربعات خطی به صورت $\min_x \|Ax - b\|_2$ که در آن، $A, m \times n, n \ll m$ ، حل دستگاه نرمال نسبت به روش‌های حل بر اساس تجزیه‌های ماتریسی A است.

(۱) کارا تر

(۲) همواره ناپایدار

(۳) همواره پایدارتر

(۴) ناکارا تر

۳۱- فرض کنیم A و B دو مسئله بهینه‌سازی و $A \leq_{(R,S)} B$ باشد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر مسئله B به صورت تقریبی حل شود آن‌گاه مسئله A نیز به صورت تقریبی حل می‌شود.

(۲) اگر مسئله A به صورت تقریبی حل شود آن‌گاه مسئله B نیز به صورت تقریبی حل می‌شود.

(۳) اگر یک PTAS برای مسئله A موجود باشد آن‌گاه برای مسئله B هم یک PTAS وجود دارد.

(۴) اگر یک PTAS برای مسئله B موجود باشد آن‌گاه برای مسئله A هم یک PTAS وجود دارد.

۳۲- فرض کنیم U یک مسئله بهینه‌سازی و S_U مسئله تصمیم‌گیری برای تشخیص عدم بهینگی جواب داده شده α باشد. اگر $S_U \in NP-Hard$ باشد آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مسئله U قابل حل نیست.

(۲) مسئله S_U قابل حل نیست.

(۳) استفاده از روش جستجوی محلی برای حل مسئله U مناسب نمی‌باشد.

(۴) استفاده از روش جستجوی محلی برای حل مسئله S_U مناسب نمی‌باشد.

۳۳- فرض کنیم گراف $G = (V, E)$ دارای یک پوشش رئسی مانند C از اندازه k باشد. در مورد C کدام گزینه صحیح است؟

(۱) C شامل تمام رئوسی است که دارای درجه بزرگ‌تر از k هستند.

(۲) C شامل تمام رئوسی است که دارای درجه کوچک‌تر از k هستند.

(۳) C شامل تمام رئوسی است که دارای درجه بزرگ‌تر یا مساوی از k هستند.

(۴) C شامل تمام رئوسی است که دارای درجه کوچک‌تر یا مساوی از k هستند.

۳۴- فرض کنیم U یک مسئله بهینه‌سازی بوده $U \in Strongly NP-Hard$ باشد. برای حل مسئله U کدام روش قابل استفاده نیست؟

(۱) روش برگشت به عقب

(۲) الگوریتم‌های شبه چند جمله‌ای

(۳) روش تقسیم و غلبه

(۴) مسئله U قابل حل نیست.

۳۵- فرض کنیم A یک مسئله تصمیم‌گیری بوده و $A \in NP-complete$ باشد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر $A \in P$ باشد آن‌گاه $P \neq NP$ است.

(۲) اگر $A \in NP$ باشد آن‌گاه $P = NP$ است.

(۳) اگر $A \in NP$ باشد آن‌گاه $P \neq NP$ است.

(۴) اگر $A \in P$ باشد آن‌گاه $P = NP$ است.

۳۶- فرض کنیم A و B دو مسئله تصمیم‌گیری باشند و $A \leq_p B$. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر $A \in P$ باشد آن‌گاه $B \in NP$ است.

(۲) اگر $A \in NP-complete$ باشد آن‌گاه $B \in NP-complete$ است.

(۳) اگر $B \in NP$ باشد آن‌گاه $A \in P$ است.

(۴) اگر $B \in NP-complete$ باشد آن‌گاه $A \in NP-complete$ است.

۳۷- فرض کنیم U یک مسئله بهینه‌سازی و D مسئله تصمیم‌گیری متناظر با آن باشد. همچنین فرض کنیم X یک مسئله از رده $NP-Hard$ باشد. برای اثبات اینکه U متعلق به رده مسائل $NP-Hard$ است، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) کفایت ثابت کنیم $D \leq_p X$

(۲) کفایت ثابت کنیم $U \leq_p X$

(۳) کفایت ثابت کنیم $X \leq_p D$

(۴) کفایت ثابت کنیم $X \leq_p U$

۳۸ فرض کنید U یک مسئله بهینه‌سازی و D مسئله تصمیم‌گیری متناظر با آن باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اگر D متعلق به رده $NP - Hard$ باشد آن‌گاه U نیز متعلق به رده $NP - Hard$ است.
- (۲) اگر U متعلق به رده $NP - Hard$ باشد آن‌گاه D نیز متعلق به رده $NP - Hard$ است.
- (۳) اگر D متعلق به رده P باشد آن‌گاه U نیز متعلق به رده P است.
- (۴) اگر U متعلق به رده NP باشد آن‌گاه D متعلق به رده P است.

۳۹ کدام گزینه در خصوص مسئله $Partition - 2$ صحیح‌تر است؟

- (۱) شبه چند جمله‌ای است.
- (۲) قویا $NP - Hard$ است.
- (۳) عضو کلاس مسائل P است.
- (۴) به‌طور ضعیف $NP - Hard$ است.

۴۰ کدام یک از مسائل زیر را می‌توان در زمان چند جمله‌ای حل کرد؟

- (۱) $2 - SAT$
- (۲) $Horn - SAT$
- (۳) $Monotone 3 - SAT$
- (۴) $Max 2 - SAT$

۴۱ فرض کنید n عدد صحیح به شما داده شده است. شما یک جایگشت تصادفی (random) از این n عدد را انتخاب کرده و اعضای جایگشت را یکی یکی به درخت جست‌و جوی دودویی (BST) اضافه می‌کنید. امید ریاضی ارتفاع این درخت جست‌و جوی دودویی تصادفی کدام است؟

- (۱) $O(n)$
- (۲) $O(\sqrt{n})$
- (۳) $O(\log n)$
- (۴) $O\left(n^{\frac{1}{2}}\right)$

۴۲ اگر مرتبه زمانی یک الگوریتم تصادفی برای حل مسئله U در بدترین حالت به‌صورت لگاریتمی باشد آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) مسئله U به‌صورت غیرقطعی در زمان نمایی قابل حل است.
- (۲) مسئله U به‌صورت قطعی در زمان چند جمله‌ای قابل حل است.
- (۳) مسئله U به‌صورت قطعی در زمان نمایی قابل حل است.
- (۴) مسئله U به‌صورت غیرقطعی در زمان چند جمله‌ای قابل حل است.

۴۳ اگر برای حل یک مسئله تصمیم‌گیری، الگوریتم تصادفی A با خطای یک طرفه را به تعداد k بار اجرا کنیم آن‌گاه جواب تولید شده حداقل با چه احتمالی صحیح است؟

- (۱) 1
- (۲) $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^k$
- (۳) $\frac{1}{2^k}$
- (۴) $1 - \frac{1}{2^k}$

۴۴ الگوریتم‌هایی که پیچیدگی محاسباتی آن‌ها یک تابع چند جمله‌ای از n (تعداد ورودی) و بزرگ‌ترین ورودی داده شده باشد، چه نوع الگوریتم‌هایی نامیده می‌شوند؟

- (۱) شبه چند جمله‌ای
- (۲) چند جمله‌ای ضعیف
- (۳) چند جمله‌ای قوی
- (۴) چند جمله‌ای

۴۵ کدام گزینه در مورد روش‌های شبه چند جمله‌ای و پارامتری‌سازی برای حل یک مسئله بهینه‌سازی، صحیح است؟

- (۱) هر روش پارامتری‌سازی یک الگوریتم شبه چند جمله‌ای است.
- (۲) هر الگوریتم شبه چند جمله‌ای یک روش پارامتری‌سازی است.
- (۳) این دو روش معادل یکدیگر هستند.
- (۴) هیچ‌کدام