



اداره آزمون و ارزشيابی

تعداد سؤال: نسی ۱۰ تکمیلی ۵
زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۳

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۶۳۱۴۶

۱. اگر A یک ماتریس پادمتقارن باشد، آن گاه کدام گزینه صحیح است
الف. $x^T A x = 0$ ب. $\det(A) = 0$ ج. $\text{Tr}(A) > 0$ د. $A^2 = 0$
۲. کدام گزینه صحیح نمی باشد
الف. اگر عناصر قطری یک ماتریس بالامثلثی مثبت باشد آن گاه آن ماتریس معین مثبت است.
ب. اگر U بالامثلثی باشد آن گاه $U U^T$ یک ماتریس معین مثبت است.
ج. معکوس یک ماتریس بالامثلثی با عناصر قطری واحد خود ماتریس بالامثلثی با عناصر قطری واحد است.
د. حاصلضرب دو ماتریس بالامثلثی با عناصر قطری واحد، یک ماتریس بالامثلثی با عناصر قطری واحد است.
۳. اگر ماتریس A معین مثبت باشد، آن گاه کدام گزینه صحیح نمی باشد
الف. A^{-1} معین مثبت است.
ب. دترمینان A عددی مثبت است.
ج. A^T معین مثبت است.
د. در روش حذفی گوس برای حل $Ax = b$ به محورگیری کامل نیاز نخواهیم داشت.
۴. اگر نرم برداری $\|\cdot\|_\infty$ به صورت $\|x\|_\infty = \max\{|x_i|, i=1, \dots, n\}$ تعریف شود، آن گاه نرم ماتریسی طبیعی متناظر با آن عبارت است از

الف. $\|A\|_\infty = \sqrt{\rho(A^T A)}$ ب. $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$

ج. $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$ د. $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |a_{ii}|$

۵. اگر x یک بردار n تایی باشد آن گاه

الف. $\|x\|_1 \leq n \|x\|_\infty$ ب. $\|x\|_2 \leq n \|x\|_\infty$

ج. $\|x\|_1 \leq \|x\|_2$ د. $\|x\|_2 \leq \|x\|_\infty$

۶. کدام گزینه در مورد عدد حالت ماتریس، که آن را با κ نمایش می دهیم نادرست است.

الف. $\kappa(A) > 1$ ب. اگر $c \neq 0$ آن گاه $\kappa(cA) = \kappa(A)$

ج. $\kappa(A) = \kappa(A^{-1})$ د. $\kappa(AB) = \kappa(A)\kappa(B)$

۷. اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد، آن گاه

الف. همواره $I - A$ معکوس پذیر است و $(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$

ب. اگر A معکوس پذیر باشد، آن گاه $I - A$ معکوس پذیر است و $(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (A^{-1})^k$

ج. اگر $\|A\| < 1$ آن گاه $I - A$ معکوس پذیر است و $(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$

د. اگر $\|A\| > 1$ آن گاه $I - A$ معکوس پذیر است و $(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$



اداره آزمون و ارزشیابی

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی: گرایش علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۶۳۱۴۶

تعداد سؤالات: تستی ۱۰ تکمیلی ۵ تشریحی ۵
زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۳

۸. معادله مشخصه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است.

ب. $-\lambda^3 + 3\lambda^2 + 2\lambda + 8 = 0$

د. $-\lambda^3 - 2\lambda^2 + 2\lambda + 4 = 0$

الف. $-(\lambda - 2)^3 = 0$

ج. $2\lambda^3 - 2\lambda^2 - 2\lambda + 4 = 0$

۹. دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ عبارت است از

الف. ۳-

ب. ۰

ج. ۴

د. ۶

۱۰. روش توانی برای ...

الف. یافتن مقدار ویژه غالب و بردار ویژه متناظر با آن استفاده می شود

ب. یافتن بزرگترین مقدار ویژه و بردار ویژه متناظر با آن استفاده می شود.

ج. یافتن کوچکترین مقدار ویژه و بردار ویژه متناظر با آن استفاده می شود

د. یافتن تمامی مقادیر ویژه استفاده می شود

سؤالات تشریحی

۱. ثابت کنید یک ماتریس مختلط $m \times n$ مانند A می تواند به صورت $A = PDQ$ تجزیه شود که در آن P یک ماتریس یکانی $m \times m$ و D یک ماتریس قطری $m \times n$ و Q یک ماتریس یکانی $n \times n$ است.

۲. دستگاه معادلات زیر مفروض است a چه عددی باشد که روش گوس سایدل برای حل این دستگاه با هر نقطه شروعی همگرا شود.

$$\begin{cases} x_1 + ax_2 + x_3 = 2 \\ x_2 + ax_3 = 3 \\ ax_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

۳. اگر $\| \cdot \|$ نرمی در \mathbb{R}^n باشد، آنگاه نشان دهید که

$$\|A\| = \sup\{\|Au\| : u \in \mathbb{R}^n, \|u\| = 1\}$$

یک نرم ماتریسی است.



تعداد سؤالات: نسی ۱۰ تکمیلی ۵ تشریحی ۵
زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۳

اداره آزمون و ارزشیابی

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی: گرایش علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۶۳۱۴۶

۴. روش توانی معکوس را برای ماتریس زیر بدست آورید (تا دو تکرار) با نقطه شروع (۳ -۱ و ۷ و ۳)

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & -5 \\ 2 & 6 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

در حالی که تجزیه LU آن به صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6 & 5 & -5 \\ 0 & 13 & -1 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

۵. یک شرط لازم و کافی برای همگرایی معادله تکرار $\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{G}\mathbf{x}^{(k-1)} + \mathbf{c}$ ارائه و سپس آن را اثبات کنید.