



نام درس: سری زمانی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۹۱ - ۲۵۰۲۰۲

تعداد سؤال: فنی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. روند عبارت است از:

الف. تغییرات دراز مدت در میانگین سری زمانی

ب. تغییرات کمتر از یک سال

ج. تغییراتی که در دوره های تناوبی کوتاه پیش می آیند

د. هیچ کدام.

۲. کدام یک از روش های زیر برای اندازه گیری روند به کار می روند

الف. روش نصف کردن داده ها

ج. روش مشاهده ی مستقیم

ب. روش کمترین مربعات خطا

د. هر سه مورد

۳. هموار سازی سری زمانی یعنی:

الف. کاهش تغییرات موجود در مقادیر سری زمانی

ج. حذف کردن تغییرات فصلی

ب. حذف کردن روند

د. برازش یک منحنی به سری زمانی

(۴) کدام گزینه درباره ی یک سری زمانی ناماننا صحیح است

الف. میانگین غیر ثابت

ب. واریانس غیر ثابت

ج. گشتاورهای مرتبه دوم متغیر در زمان

د. همه موارد صحیح هستند

۵. دلایل استفاده از تبدیل برای برخی از سری های زمانی عبارتند از:

الف. پایدار کردن واریانس و جمع کردن اثرهای فصلی

ب. حذف تغییرات دوره ای و روند

ج. حذف نوسانات غیر ضروری

د. هیچ کدام

۶. سری زمانی X_t : ۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱ را در نظر بگیرید. سری زمانی حاصل از تفاضلی کردن مرتبه ی دوم به چه صورت است؟

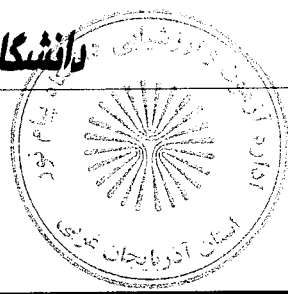
الف. ۲, ۳, ۷, ۱۱, ۵, ۹

ب. ۲, ۱, ۵, ۹

ج. ۳, ۵, ۷, ۹

د. ۰, ۰, ۰, ۰

۷. اگر یک سری زمانی کاملاً تصادفی باشد، معمولاً مقادیر r_k در چه فاصله ای قرار می گیرند؟الف. در فاصله $\left(-\frac{2}{\sqrt{n}}, \frac{2}{\sqrt{n}}\right)$ ب. در فاصله $\left(0, \frac{2}{\sqrt{n}}\right)$ ج. در فاصله $\left(-\frac{\sqrt{n}}{2}, \frac{\sqrt{n}}{2}\right)$ د. در فاصله $\left(0, \frac{\sqrt{n}}{2}\right)$



نام درس: سری زمانی ۱
رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی
کد درس: ۲۴۳۴۹۱ - ۲۵۰۲۰۲

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵
زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۴

۸. اگر یک سری زمانی مانا باشد، معمولاً مقادیر T_k چگونه اند؟

الف. دارای توزیع نرمال هستند.

ب. به صورت متناوب هستند.

ج. میرا هستند یعنی چند مقدار اول آن بزرگ است اما برای تاخیرهای بزرگتر به صفر میل می کنند.

د. هیچ کدام.

۹. سری زمانی $\{X_t : t \in T\}$ را مانای اکید گوئیم هرگاه:

الف. میانگین X_t به t بستگی نداشته باشد

ب. کوواریانس (X_t, X_s) برای هر t, s برابر کوواریانس (X_{t+k}, X_{s+k}) باشد

ج. $(X_{t_1}, \dots, X_{t_n}) = (X_{t_1+k}, \dots, X_{t_n+k})$ برای هر k و $(t_1, \dots, t_n) \in T$ و $(t_1+k, \dots, t_n+k) \in T$

د. موارد الف و ب برقرار باشند.

۱۰. کدام یک از ویژگی های تابع خود همبستگی است؟

الف. نیمه معین مثبت

ب. تابع فرد

ج. در بازه $[0, \infty]$

د. هر سه مورد

۱۱. فرآیند $\{X_t : t \in T\}$ را قدم زدن تصادفی می نامند هرگاه

$$X_t = X_{t-1} + Z_{t-1} \quad \text{ب.}$$

$$X_t = X_{t-1} + Z_t \quad \text{الف.}$$

$$X_t = X_{t-1} - Z_{t-1} \quad \text{د.}$$

$$X_t = 2X_{t-1} + Z_1 \quad \text{ج.}$$

۱۲. مقدار ρ_3 در فرآیند $X_t = 0.9 X_{t-1} + Z_t$ چقدر است؟

ب. ۰/۸۱

الف. ۰/۷۲۹

د. اطلاعات کافی نیست.

ج. ۰/۹۰

۱۳. کدام یک جزو شرایط مانایی فرآیند $X_t = a_1 X_{t-1} + a_2 X_{t-2} + Z_t$ نیست؟

$$a_1 - a_2 < 1 \quad \text{ب.}$$

$$a_1 + a_2 < 1 \quad \text{الف.}$$

$$|a_2| < 1 \quad \text{د.}$$

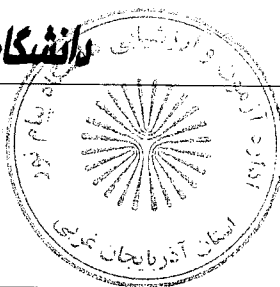
$$|a_1| < 1 \quad \text{ج.}$$

۱۴. برای فرآیند $X_t = Z_t - 1/2 Z_{t-1} + 0.5 Z_{t-2}$ مقدار ρ_3 چقدر است؟

ب. ۱/۴۴

الف. ۰/۱۷

د. صفر



تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵
زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۴

نام درس: سری زمانی ۱
رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی
کد درس: ۲۴۳۴۹۱ - ۲۵۰۲۰۲

۱۵. با توجه به اطلاعات زیر چه الگویی را پیشنهاد می کنید؟

k	۱	۲	۳	۴	۵
r_k	۰/۴۹۹	-۰/۰۵۶	-۰/۰۲۳	۰/۰۲۸	۰/۰۱۳
$\hat{\phi}_{kk}$	۰/۴۴۹	-۰/۳۲۴	۰/۲۱۸	-۰/۱۱۸	۰/۰۷۷

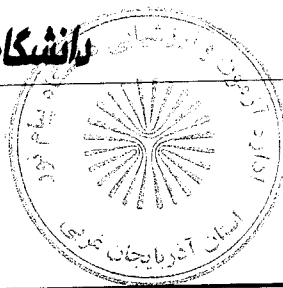
سری

- الف. میانگین متحرک مرتبه اول
ب. میانگین متحرک مرتبه ی دوم
ج. اتورگرسیو مرتبه ی دوم
د. اتورگرسیو مرتبه اول
۱۶. کدام گزینه در مورد تابع چگالی طیفی یک فرآیند تصادفی محض درست است؟
الف. طیف در فاصله ی $(0, \pi)$ ثابت است.
ب. سهم واریانس در تمام فرکانس ها مساوی است.
ج. طیف آن شبیه طیف نور سفید است.
د. هر سه مورد صحیح است.
۱۷. کدام ویژگی برای هر سری زمانی برقرار نیست؟
الف. اگر در میانگین مانا باشد الزاماً در واریانس و اتوکواریانس مانا نیست.
ب. فرآیند نامانای در میانگین در واریانس و اتوکواریانس ناماناست.
ج. با تفاضلی کردن می توان سری را مانا کرد.
د. تبدیل کردن فقط برای پایداری واریانس نیست بکه تقریب برای نرمال بودن را بهتر می کند.
۱۸. یک فرآیند قدم زدن تصادفی را چگونه می توان مانا کرد؟
الف. با تبدیل توانی
ب. با روش میانگین متحرک
ج. با روش تفاضل گیری
د. با روش کمترین مربعات خطا

۱۹. معادله ی مفسر فرآیند $X_t = \frac{1}{3} X_{t-1} - \frac{1}{9} X_{t-2} + Z_t$ کدام است؟

الف. $y'' + \frac{1}{3}y + 1 = 0$
ب. $y'' - \frac{1}{3}y + \frac{1}{9} = 0$
ج. $y'' + \frac{1}{9}y + \frac{1}{3} = 0$
د. $\frac{1}{9}y'' - \frac{1}{3}y + 1 = 0$

۲۰. اگر انحراف معیار یک سری با توان دوم میانگین متناسب باشد، در این صورت:
الف. یک تبدیل رادیکالی سری واریانس ثابت را می دهد.
ب. یک تبدیل لگاریتمی سری واریانس ثابت را می دهد.
ج. یک تبدیل معکوس سری واریانس ثابت را می دهد.
د. با تفاضل گیری مرتبه ی دوم سری واریانس ثابت به دست می آید.



نام درس: سری زمانی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۹۱ - ۲۵۰۲۰۲

تعداد سوال: ۲۰ نسی تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

«سوالات تشریحی»

۱. منحنی روند $y = ab^x$ را به داده های زیر برازش دهید و مقدار روند را به ازای $x = 1$ محاسبه کنید.

x	۱	۲	۳	۴	۵
y	۱/۶	۴/۵	۱۳/۸	۴۰/۲	۱۲۵

۲۰۴۹
۵۹۰
۱۲۵

۲. سری زمانی $X_t = \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{12} + U \right) \right]$ که در آن U دارای توزیع یکنواخت روی $(0, 1)$ است را در نظر بگیرید. میانگین و تابع اتوکواریانس این سری را محاسبه کنید. آیا سری ماناست؟

۳. در فرآیند اتورگرسیو مرتبه اول، تابع خود همبستگی و تابع خود همبستگی جزئی را به دست آورید.

۴. الگوی $(1-B)^p X_t = (1-0.3B - 0.5B^2) Z_t$ را در نظر بگیرید.

الف. آیا این الگو ماناست؟

ب. فرض کنید $W_t = (1-B)^p X_t$ آیا این الگو ماناست؟ چرا؟

۵. یک سری زمانی مانای $\{X_t : t \in \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}\}$ دارای تابع چگالی طیفی نرمال شده

$$f^*(w) = \frac{2(\pi - w)}{\pi^2}, \quad 0 < w < \pi$$

است. نشان دهید تابع خود همبستگی این فرآیند به صورت زیر است:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \left(\frac{2}{k\pi} \right)^2 & \text{فرد باشد } k \\ 0 & \text{زوج باشد } k, k \neq 0 \end{cases}$$