

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: مبانی ریاضی  
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض - کاربردی) - آمار  
۱۱۱۱۰۳۳-۱۱۱۱۰۹۰  
کد سری سؤال: یک (۱)  
استفاده از: — مجاز است.

امام علی<sup>(ع)</sup>: برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

- کدام یک از گزاره‌های زیر نقیض گزاره «اگر  $a$  مربع کامل و زوج باشد آنگاه باقیمانده تقسیم  $a$  بر ۸، ۰ یا ۴ است» می‌باشد.  
الف.  $a$  مربع کامل و زوج است و باقیمانده تقسیم  $a$  بر ۸ مخالف صفر و چهار است.  
ب.  $a$  مربع کامل یا  $a$  زوج است یا باقیمانده تقسیم  $a$  بر ۸ مخالف صفر و چهار است.  
ج.  $a$  مربع کامل یا  $a$  زوج است یا باقیمانده تقسیم  $a$  بر ۸ مخالف صفر یا چهار است.  
د.  $a$  مربع کامل و زوج نیست و باقیمانده تقسیم  $a$  بر ۸ برابر صفر یا چهار است.
- کدام یک از استنتاج‌های زیر بحثی معتبر است.

$$p \Rightarrow q$$

$$r \Rightarrow \sim q$$

$$r$$

$$\therefore p$$

$$p \vee q \Rightarrow r$$

$$\sim q \Rightarrow s$$

$$\sim r$$

$$\therefore \sim s$$

$$p \Rightarrow r$$

$$q \Rightarrow p$$

$$\therefore q \Rightarrow \sim r$$

$$p \vee q \Rightarrow r$$

$$\sim q \Rightarrow s$$

$$\sim r$$

$$\therefore s$$

- کدام یک از گزاره‌های زیر یک گزاره همیشه درست است؟

$$\exists x \quad p_x \wedge \exists x q_x \Rightarrow \exists x [p_x \wedge q_x]$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \Leftrightarrow p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$$

$$p \vee q \Rightarrow p \wedge q$$

$$\sim (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim p \wedge q$$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: مبانی ریاضی  
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض - کاربردی) - آمار  
۱۱۱۱۰۳۳ - ۱۱۱۱۰۹۰  
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۴. اگر  $R = \{(x, y) \mid x, y \in R, x + y = 1\}$  کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

الف. اگر  $A = R^+ \cup \{0\}$  آنگاه  $R \mid A = \{(x, y) \mid x \in A, y \in (-\infty, 1), x + y = 1\}$

ب. اگر  $A = N$  آنگاه  $R \mid A = \{(x, y) \mid x \in A, y \in Z^- \cup \{0\}, x + y = 1\}$

ج.  $A = \{2n \mid n \in N\}$  آنگاه  $R \mid A = \{(x, y) \mid x \in A, y \in Z^+, x + y = 1\}$

د.  $A = \{1, -1\}$  آنگاه  $R \mid A = \{(1, 0), (-1, 2)\}$

۵. هرگاه  $R = \{(x, y) \mid x, y \in R, y = -|x|\}$  و  $S = \{(x, y) \mid x, y \in R, y = x^2\}$  آنگاه کدام یک از عبارات زیر درست است؟

الف.  $ROS = SOR$  ب.  $ROS = \{(x, y) \mid x, y \in R, y = -x^2\}$

ج.  $ROS = \emptyset$  د.  $ROS = \{(x, y) \mid x, y \in R, y = x^2\}$

۶. فرض کنید  $f$  و  $g$  دو تابع باشند، کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

الف.  $f = g$  اگر و فقط اگر  $dom f = dom g$  و برای هر  $x$  داشته باشیم  $f(x) = g(x)$

ب. هرگاه  $f \subseteq g$  و  $dom f = dom g$  آنگاه  $f = g$

ج. هرگاه رابطه  $f$  یک تابع باشد، معکوس آن نیز یک تابع است.

د. هرگاه  $f$  و  $g$  دو تابع باشند آنگاه  $f \circ g$  و  $g \circ f$  نیز تابع است.

۷. فرض کنید  $f : A \rightarrow B$  یک تابع و  $Y' \subseteq B$  و  $Y \subseteq B$ ، کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

الف.  $ff^{-1}[Y] = Y$  ب.  $f^{-1}[Y \cup Y'] = f^{-1}[Y] \cup f^{-1}[Y']$

ج.  $ff^{-1}[Y] = ff^{-1}[Y'] \Rightarrow Y = Y'$  د.  $f^{-1}[Y \cap Y'] = f^{-1}[Y] \cap f^{-1}[Y']$

۸. فرض کنید  $f : A \rightarrow B$  یک تابع باشد، کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

الف.  $f$  یک به یک باشد  $\Leftrightarrow \forall X \subseteq A \quad f^{-1}f[X] \subseteq X$

ب.  $f$  یک به یک باشد  $\Leftrightarrow (f[X] = f[X'] \Rightarrow X = X') \quad \forall X, X' \subseteq A$

ج.  $f$  یک به یک باشد  $f[X - X'] = f[X] - f[X'] \quad \forall X, X' \subseteq A$

د.  $f$  یک به یک باشد  $X \subseteq f^{-1}f[X] \quad \forall X \subseteq A$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

استفاده از: —

کُد سری سؤال: یک (۱)

۹.  $\bigcap_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n})$  کدام یک گزینه‌های زیر است؟

- الف.  $\bigcup_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n})$  ب.  $[1, 2]$   
ج.  $(1, 2)$  د.  $[0, 2]$

۱۰. فرض کنید  $R$  یک رابطه هم‌ارزی روی  $A$  باشد، کدام یک از روابط زیر همواره درست است؟

- الف.  $R$  یک ترتیب خطی است.  
ب.  $R$  یک رابطه ترتیب جزئی است.  
ج. اگر  $R$  یک رابطه ترتیب جزئی باشد آنگاه  $R = I$   
د. برای این که  $R$  یک رابطه ترتیب جزئی باشد کافی است  $R \subseteq I$  باشد.  
۱۱. رابطه  $R$  را روی مجموعه اعداد طبیعی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$\frac{a+b}{2}$  عددی فرد باشد  $\Leftrightarrow a R b$  ,  $\forall a, b \in \mathbb{N}$  در این صورت کدام گزینه درست است؟

- الف.  $R$  انعکاسی است. ب.  $R$  متقارن است.  
ج.  $R$  متعددی است. د.  $R$  پادمتقارن است.

۱۲. فرض کنید  $\sim$  یک رابطه هم‌ارزی روی مجموعه  $A$  و  $f$  تابع طبیعی از  $A$  به  $\frac{A}{\sim}$  باشد کدام یک از عبارات زیر با یک به یک بودن  $f$  معادل نیست؟

(این تابع را تابع طبیعی می‌نامیم  $f(a) = \frac{a}{\sim}$   $f : A \rightarrow \frac{A}{\sim}$ )  
الف.  $f$  پوشا است.

ب. رابطه  $\sim$  یک رابطه همانی روی  $A$  است.

ج. برای هر  $x \in A$  داریم  $f(x) = \{x\}$

د. برای هر  $x \in A$ ، کلاس هم‌ارزی  $x$  تک عضوی است.

نام درس: مبانی ریاضی

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض - کاربردی) - آمار

۱۱۱۱۰۳۳-۱۱۱۱۰۹۰

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۱۳. کدام یک از نگاشتهای زیر یک تناظر یک به یک بین  $(1, -1)$  و  $R$  برقرار می‌کند؟

$$f(x) = \frac{x}{1-x} \quad \text{ب.}$$

$$f(x) = \tan x \quad \text{الف.}$$

$$f(x) = \frac{x}{1-|x|} \quad \text{د.}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x} \quad \text{ج.}$$

۱۴. تابع  $f: R \rightarrow Z$  با ضابطه  $f(x) = [x]$  در نظر بگیرید اگر  $A = \{-100, \dots, 50\}$  ( $A \subseteq Z$ ) آنگاه  $f^{-1}[f[A]]$  کدام یک از گزینه‌های زیر است.

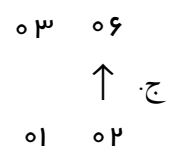
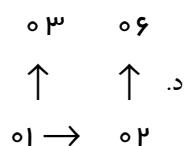
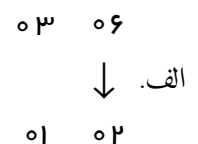
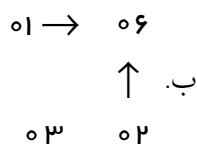
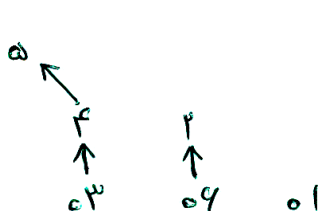
$$f^{-1}[f[A]] = (-100, 50) \quad \text{ب.}$$

$$f^{-1}[f[A]] = A \quad \text{الف.}$$

$$f^{-1}[f[A]] = (-101, 50) \quad \text{د.}$$

$$f^{-1}[f[A]] = [-100, 51) \quad \text{ج.}$$

۱۵. فرض کنید رابطه شکل زیر یک ترتیب جزئی روی  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  باشد. القای این رابطه روی زیر مجموعه  $B = \{1, 2, 3, 6\}$  از  $A$  کدام است؟



۱۶. کدام یک از عبارت زیر نادرست است؟

الف.  $P(A)$  شمارش‌پذیر آنگاه مجموعه  $A$  می‌تواند متناهی یا بی‌شمار باشد.ب.  $P(A)$  شمارش‌پذیر آنگاه مجموعه  $A$  لزوماً متناهی است.ج. هرگاه  $B \subseteq N$  نامتناهی باشد آنگاه  $N_{\{0,1\}} \sim P(B)$ د. به ازای هر  $a, b \in R$ ،  $(a, b) \sim P(N)$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: مبانی ریاضی  
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض - کاربردی) - آمار  
۱۱۱۱۰۳۳ - ۱۱۱۱۰۹۰  
کد سری سؤال: یک (۱)  
استفاده از: —  
مجاز است.

۱۷. فرض کنید  $A$  مجموعه‌ای باشد که با زیر مجموعه‌ای اکید خود هم‌توان است. در مورد  $A$  چه می‌توان گفت؟

- الف.  $A$  لزوماً بی‌شمار است.  
ب.  $A$  لزوماً شمارش‌پذیر است.  
ج.  $A$  هر مجموعه نامتناهی می‌تواند باشد.  
د. هر مجموعه‌ای می‌تواند دارای زیر مجموعه‌ای اکید هم‌توان با خودش باشد.
۱۸. فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه و  $A_B$  بی‌شمار باشد، کدام یک در مورد  $A$  و  $B$  درست است؟
- الف.  $A$  و  $B$  هر دو بی‌شمار هستند.  
ب.  $A$  بی‌شمار و  $B$  متناهی است.  
ج.  $A$  متناهی و  $B$  بی‌شمار است.  
د.  $A$  شمارش‌پذیر و  $B$  بی‌شمار است.

۱۹. کدام یک از عبارات زیر با اصل انتخاب معادل نیست.

- الف. اگر  $f: A \rightarrow B$  یک تابع پوشا باشد، آنگاه  $f$  دارای معکوس راست است.  
ب. برای هر دو مجموعه  $A$  و  $B$  داریم  $A \leq B$  یا  $B \leq A$ .  
ج. برای هر رابط  $R$ ، تابع  $f$  موجود است که  $dom R = dom f$  و  $f \subseteq R$ .  
د. اگر  $f: A \rightarrow B$  یک بیک باشد آنگاه  $f$  دارای معکوس چپ است.
۲۰. کدام یک از عبارات زیر درست است.

- الف. هرگاه  $A \cup B$  بی‌شمار باشد آنگاه  $A$  و  $B$  لزوماً هر دو بی‌شمار هستند.  
ب. هرگاه  $A$  یک خانواده بی‌شمار از مجموعه‌های بی‌شمار باشد آنگاه  $\bigcup A$  بی‌شمار است اگر و تنها اگر به ازای هر  $X, Y \in A$ ،

$$X \cap Y = \emptyset$$

- ج. اگر  $A$  متناهی باشد تابع  $f: A \rightarrow A$  پوشا است اگر و تنها اگر یک‌به‌یک باشد.  
د. مجموعه  $A$  متشکل از زیر مجموعه‌های متناهی  $N$  شمارش‌ناپذیر است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: مبانی ریاضی  
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض - کاربردی) - آمار  
۱۱۱۱۰۳۳ - ۱۱۱۱۰۹۰  
کد سری سؤال: یک (۱)  
استفاده از: —  
مجاز است.

## سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال تشریحی: ۲ نمره

۱. (قضیه) اگر  $g$  و  $f$  دو تابع باشند. آنگاه  $f \circ g$  نیز یک تابع است به علاوه  $dom\ f \circ g \subseteq dom\ g$  و  $ran\ f \circ g \subseteq ran\ f$  و یک شرط لازم و کافی برای این که تساوی  $dom\ f \circ g = dom\ g$  برقرار باشد این است که  $ran\ f \subseteq dom\ f$

۲. رابطه  $\leq$  را روی  $N \times N$  بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$(x, y) \leq (x', y') \Leftrightarrow x \leq x' \wedge y \leq y'$$

ابتدانشان دهید که  $\leq$  یک ترتیب جزئی روی  $N \times N$  است. سپس فرض کنید  $B = \{(2, 3), (3, 2)\}$  مجموعه کرانه‌های پایین  $B$  را تعیین کرده و همچنین بزرگترین کران پایین و کوچکترین کران بالای  $B$  را مشخص کنید.

۳. فرض کنید  $f$  یک تابع روی مجموعه  $A$  باشد. رابطه  $\sim$  را روی  $A$  بصورت زیر تعریف می‌کنیم  $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$  نشان دهید که  $\sim$  یک رابطه هم‌ارزی روی  $A$  است و برای هر  $x \in A$  داریم  $\frac{x}{\sim} = f^{-1}[\{f(x)\}]$ . بعلاوه  $g$  تابع طبیعی از  $A$  به  $\frac{A}{\sim}$  باشد، آنگاه  $f$  یک بیک است اگر و تنها برای هر  $x \in A$ ،  $\frac{x}{\sim} = \{x\}$ .

۴. نشان دهید که اگر  $A$  یک مجموعه بی‌شمار و  $B$  یک مجموعه متناهی باشند. آنگاه  $A \cup B$  بی‌شمار است. (قضیه)

۵. الف) فرض کنید  $A$  یک مجموعه و  $R$  یک رابطه روی  $A$  باشد نشان دهید که  $R$  انتقالی است اگر و تنها اگر  $RoR \subseteq R$   
ب) ثابت کنید عمل جمع روی  $N$  جابجایی است.