

نام درس: ریاضی ۲

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی)

۱۱۱۱۰۳۴

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. کدام یک از سری‌های زیر واگراست؟

ب. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(e^n + 1)}$

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

د. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$

ج. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

۲. شعاع همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n}$ برابر است با:

د. $+\infty$

ج. ۳

ب. $\frac{1}{2}$

الف. ۱

۳. فاصله همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ کدام است؟

د. $[-1, 1)$ ج. \mathbb{R} ب. $[-1, 1]$ الف. $(-1, 1)$

۴. در سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ هرگاه $\{S_n\}$ دنباله حاصل جمع جزئی آن باشد، $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ برابر است با:

د. واگراست

ج. ۱

ب. $\frac{1}{2}$

الف. صفر

۵. سری مک لورن تابع $f(x) = e^{2x}$ کدام است؟

د. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n}$

ج. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

ب. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$

الف. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

نام درس: ریاضی ۲

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی)

۱۱۱۱۰۳۴

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۶. مقدار سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{5^n}$ برابر است با:

الف. $\frac{5}{2}$

ب. $\frac{2}{5}$

ج. $\frac{2}{15}$

د. $\frac{15}{2}$

۷. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{n})^n$ برابر است با:

الف. e

ب. e^{-1}

ج. ۱

د. صفر

۸. مساحت مثلثی که با رئوس $A(0,1,2)$ ، $B(3,4,5)$ ، $C(-1,-1,0)$ ساخته می‌شود، برابر است با:

الف. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

ب. $3\sqrt{2}$

ج. ۳

د. $2\sqrt{3}$

۹. کسینوس زاویه بین صفحه‌های $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+4y+z=-2 \end{cases}$ برابر است با:

الف. $\frac{\sqrt{7}}{7}$

ب. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

ج. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

د. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

۱۰. فاصله بین صفحه‌های $x+y+z=1$ و $2x+2y+2z=5$ برابر است با:

الف. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ب. $\sqrt{3}$

ج. $\sqrt{2}$

د. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۱. A ماتریسی مربع از مرتبه ۵ و $|A|=2$ مقدار $|2A|$ برابر است با:

الف. ۴

ب. ۱۰

ج. ۶۴

د. ۳۲

۱۲. رتبه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ برابر است با:

الف. صفر

ب. یک

ج. دو

د. سه

نام درس: ریاضی ۲

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی)

۱۱۱۱۰۳۴

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۱۳. ماتریس تابع خطی $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ با قانون $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, 2x_2 + 3x_3, x_3)$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{د.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ج.}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ب.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{الف.}$$

۱۴. حاصل ضرب مقادیر ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ برابر است با:

د. صفر

ج. ۱

ب. ۳

الف. ۲

۱۵. معادله رویه‌ای که از دوران منحنی $y = x^2$ حول محور y ها حاصل می‌شود عبارت است از:

$$\text{الف. } z^2 = x^2 + y^2 \quad \text{ب. } x = y^2 + z^2 \quad \text{ج. } z = x^2 + y^2 \quad \text{د. } y = x^2 + z^2$$

۱۶. در معادله $2x^2 + 4xy - 2y^2 + x + 2y + 1 = 0$ هرگاه بخواهیم جمله xy را حذف کنیم، محورهای مختصات را چه اندازه‌ای

باید دوران دهیم؟

د. π ج. $\frac{\pi}{2}$ ب. $\frac{\pi}{4}$ الف. $\frac{\pi}{8}$ ۱۷. مختصات کروی نقطه A عبارت است از $(2, +\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$. مختصات دکارتی آن عبارت است از:

$$(\frac{3}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}) \quad \text{د.}$$

$$(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1) \quad \text{ج.}$$

$$(3, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1) \quad \text{ب.}$$

$$(3, \sqrt{3}, \frac{1}{2}) \quad \text{الف.}$$

۱۸. مسیر منحنی با معادلات پارامتری $f(t) = (2\cos t, 3\sin t)$ کدام مقطع مخروطی است؟

د. بیضی

ج. هذلولی

ب. دایره

الف. سهمی

۱۹. انحنای خم $x^2 + y^2 = 9$ برابر است با:

د. صفر

ج. ۳

ب. ۹

الف. $\frac{1}{3}$

نام درس: ریاضی ۲

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی)

۱۱۱۱۰۳۴

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۲۰. بردار یکانی مماس بر منحنی $f(t) = (\cos t, \sin t, t)$ در نقطه $t = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

الف. $-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$ ب. $-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}$ ج. $\sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{k}$ د. $\sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j}$

سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد.

۱. الف. نشان دهید که $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ وقتی که $|x| < 1$ باشد.

ب. با استفاده از رابطه بالا سری مک لورن تابع $f(x) = \ln(1+x)$ را تعیین کنید.

۲. الف. محل تلاقی خط $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{4}$ را با صفحه $2x + 3y + z - 1 = 0$ تعیین کنید.

ب. زاویه بین خط و صفحه در قسمت الف را نیز به دست آورید.

۳. فرم ماتریس دستگاه معادلات $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = 3 \end{cases}$ را نوشته و به روش دلخواه دستگاه را حل کنید.

۴. الف. در تبدیل خطی $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ، هسته f را تعیین کنید.

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2x \\ -x + y \\ x - y \end{bmatrix}$$

ب. یک بردار ویژه برای تبدیل خطی متناظر با ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ تعیین کنید.

۵. الف. معادله $x^2 + y^2 = 1$ معرف چه رویه ای است؟ آن را رسم کنید.

ب. نشان دهید که منحنی با معادله $f(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j}$ روی \mathbb{R} هموار است و در فاصله $[0, 2\pi]$ طول منحنی را تعیین کنید.