

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر (۱)
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی
۱۱۱۱۰۳۷
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

تذکر: G همه جا یک گروه و R یک حلقه است.

۱. فرض کنیم $(G, *)$ یک گروه و $g \in G$ عضو ثابتی باشد. در این صورت ساختار زیر مجموعه $\{g * x | x \in G\}$ چگونه است؟

- الف. فقط یک زیر مجموعه است.
ب. فقط یک زیر گروه G است.
ج. زیر گروهی از G است که برابر G است.
د. در حالت کلی حکم کلی نمی‌توان کرد.

۲. فرض کنید R مجموعه اعداد حقیقی باشد، کدامیک از موارد ذیل یک گروه هستند؟

- الف. R^+ تحت جمع
ب. 3Z تحت عمل جمع
ج. مجموعه $\{1, -1\}$ تحت عمل جمع
د. $R - \{0\}$ تحت عمل $a * b = |ab|^2$ (به ازای هر $a, b \in R - \{0\}$)

۳. کدامیک از گروه‌های زیر دوری است؟

- الف. (Q^+, \cdot)
ب. 2Z با عمل جمع
ج. $(Q, +)$
د. $(R, +)$ (R مجموعه اعداد حقیقی)

۴. یک گروه دوری نامتناهی چند مولد دارد؟

- الف. یکی
ب. بیشمار
ج. دوتا
د. تعداد متناهی

نام درس: جبر (۱)

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی

۱۱۱۱۰۳۷

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۵. فرض کنیم $o(x) = n$, $x \in G$. در این صورت $o(x^m)$ که در آن $m \in N$, برابر کدام است؟

الف. mn ب. $m + n$ ج. $\frac{n}{d}$ که $d = (m, n)$ د. $\frac{d}{n}$ که $d = (m, n)$

۶. کدامیک از همسانی‌های زیر همسانی حلقه‌ای است؟ (Z حلقه اعداد صحیح است)

الف. $f: (Z_8, \oplus) \rightarrow (Z_4, \oplus)$ با ضابطه، باقیمانده x با کالبد $f(x) = 4$ (برای هر $x \in Z_8$)

ب. $f: (Z, +, \cdot) \rightarrow (Z, +, \cdot)$ با ضابطه $f(n) = 2n$ (برای هر $n \in Z$)

ج. $f: (Z, +, \cdot) \rightarrow (Z, +, \cdot)$ با ضابطه $f(n) = 2^n$ (برای هر $n \in Z$)

د. $f: (Z, +, \cdot) \rightarrow (Z, +, \cdot)$ با ضابطه $f(n) = \log n$ (برای هر $n \in Z$)

۷. زیر گروه $H = \langle 4 \rangle$ از گروه (Z_{20}, \oplus) را در نظر بگیرید، در این صورت:

الف. $[G : H] = 4$ ب. $|H| = 4$

ج. $[G : H] = 5$ د. $|H| = 10$

۸. زیر گروه‌های mZ , nZ از Z را در نظر می‌گیریم. در چه صورتی $mZ \subseteq nZ$ ؟

الف. $n | m$ ب. $m | n$ ج. $(m, n) = 1$ د. $[m, n] = n$

۹. فرض کنیم $f: G \rightarrow G$, $a \in G$, f تابعی با ضابطه $f(x) = axa^{-1}$ برای هر $x \in G$ باشد. این تابع چگونه است؟

الف. فقط یک به یک است. ب. یک به یک و پوشا است.

ج. فقط پوشا است. د. حکم کلی نمی‌توان کرد.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر (۱)
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی
۱۱۱۱۰۳۷
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۱۰. فرض کنیم $f: S \rightarrow T$ یک تابع و $A, B \subseteq S$. کدام حکم درست است؟

الف. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ ب. $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$

ج. $f(A \cup B) = f(A) \cap f(B)$ د. حکم کلی ندارد.

۱۱. فرض کنیم G از مرتبه ۱۹ باشد. G چگونه گروهی است؟

الف. فقط آبلی است. ب. دوری است اما آبلی نیست.

ج. دوری است. د. حکم کلی ندارد.

۱۲. فرض کنید S_n گروه متقارن درجه n باشد. کدامیک از گروه‌های زیر آبلی است؟

الف. S_3 ب. S_4 ج. S_5 د. S_6

۱۳. فرض کنیم N یک زیر گروه نرمال G و H یک زیر گروه دلخواه G باشد. NH چگونه است؟

الف. زیر گروه نرمال G است. ب. فقط زیر گروه G است.

ج. فقط زیر مجموعه G است. د. $NH = G$

۱۴. فرض کنیم $H \leq G$, $[G:H] = n$. در کدام حالت H یک زیر گروه نرمال G است؟

الف. $n = 3$ ب. $n = 4$ ج. $n = 5$ د. $n = 2$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر (۱)
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی
۱۱۱۱۰۳۷
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۱۵. کدامیک بیان قضیه اساسی همسانی گروه‌ها است؟

الف. اگر $\varphi: G \rightarrow K$ یک همسانی باشد $G \cong K$.

ب. اگر $\varphi: G \rightarrow K$ یک همسانی با هسته N باشد $\frac{G}{N} \cong K$.

ج. اگر $\varphi: G \rightarrow K$ یک همسانی یک به یک باشد، $|\frac{G}{N}| = |K|$.

د. اگر $\varphi: G \rightarrow K$ یک همسانی پوشا با هسته N باشد، $\frac{G}{N} \cong K$.

۱۶. گروه خارج قسمتی $\frac{(\frac{Z}{15Z})}{(\frac{3Z}{15Z})}$ با کدام یکریخت است؟

الف. Z_3 ب. Z_5 ج. Z_3 د. Z_5

۱۷. حلقه Z_8 چند مقسوم علیه صفر دارد؟

الف. ۴ ب. ۲ ج. فقط یکی د. فاقد مقسوم علیه صفر است.

۱۸. فرض کنید R یک حلقه با عضو یکه 1_R ، U مجموعه تمام یکه‌های R باشد. U تحت عمل‌های جمع و ضرب حلقه چگونه است؟

الف. $(U, +)$ یک گروه است. ب. (U, \cdot) یک گروه است.
ج. U یک زیر حلقه R است. د. U فقط یک زیر مجموعه R است.

نام درس: جبر (۱)

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی

۱۱۱۱۰۳۷

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۱۹. یک میدان چند ایده‌آل غیر بدیهی دارد؟

الف. فقط یکی

ب. فقط ۲ تا

ج. فاقد ایده‌آل غیر بدیهی است.

د. بی‌شمار

۲۰. یک حلقه بخشی چند ایده‌آل دارد؟

الف. فقط یکی

ب. فقط ۲ تا

ج. فاقد ایده‌آل است.

د. بیشمار

«سؤالات تشریحی»

بارم هر سؤال تشریحی: ۲ نمره

۱. فرض کنیم $x \in G$. ثابت کنید:الف. $o(x) = o(x^{-1})$ ب. اگر $o(x) = n$, $x^m = e$ آنگاه n عدد m را عاد می‌کند.ج. اگر $o(x) = n$, $(m, n) = d$ آنگاه $o(x^m) = \frac{n}{d}$.

۲. قضیه اساسی همسانی گروه‌ها را بیان و ثابت کنید.

۳. فرض کنیم G گروهی آبدی از مرتبه pq باشد به طوری که p, q دو عدد اول متمایز هستند. ثابت کنید G دوری است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر (۱)
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی
۱۱۱۱۰۳۷
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۴. فرض کنیم G گروهی از مرتبه P^2 (P عدد اول) باشد. ثابت کنید که G دوری است و با گروه $Z_P \times Z_P$ یکسان است.

۵. R یک حلقه و $a, b \in R$. ثابت کنید احکام ذیل برقرارند.

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

$$a(-b) = (-a)b = -(ab)$$

$$(-a)(-b) = ab$$

و نتیجه بگیرید که در حلقه اعداد صحیح Z ، حاصلضرب هر دو عدد منفی عددی مثبت است.