

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۲)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

امام علی<sup>(ع)</sup>: برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. فرض کنید  $F$  یک میدان و  $ch(F)$  مشخصه  $F$  باشد در این صورت:

الف.  $ch(F) < ch(F[x])$       ب.  $ch(F) = ch(F[x])$

ج.  $ch(F) > ch(F[x])$       د.  $ch(F[x]) = ch(F) + 1$

۲. اگر  $f(x) = x^2 + 1$  یک چند جمله‌ای در  $R[x]$  باشد ( $R$  اعداد حقیقی) آنگاه

الف.  $\frac{R[x]}{\langle f(x) \rangle} \simeq \mathbb{C}$       ب.  $\frac{R[x]}{\langle f(x) \rangle} \simeq R$

ج.  $f(x)$  در  $R$  تجزیه می‌شود.      د.  $\frac{R[x]}{\langle f(x) \rangle} \simeq \mathbb{C}[x]$

۳. کدام گزینه درست است؟

الف. گروه  $S_4$  حل‌پذیر نمی‌باشد.

ب. سری  $S_4 \subset A_4 \subset S_4$  یک سری حل‌پذیر برای  $S_4$  است.

ج. گروه  $S_5$  حل‌پذیر است.

د. گروه  $S_6$  حل‌پذیر است.

۴.  $[Q(\sqrt{2}, \sqrt{7}) : Q]$  برابر است با:

الف. ۲      ب. ۳      ج. ۴      د. ۵

۵.  $[Q(\sqrt{2}, \sqrt{3}) : Q(\sqrt{2})]$  برابر است با:

الف. ۲      ب. ۳      ج. ۴      د. ۵

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۱۰۴۲)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۶. هرگاه  $\mathbb{Q}$  میدان اعداد گویا باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

ب.  $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) = \mathbb{Q}(\sqrt{15})$

الف.  $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) = \mathbb{Q}(\sqrt{3} + \sqrt{5})$

د.  $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) = \mathbb{Q}(\sqrt{5})$

ج.  $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) = \mathbb{Q}(\sqrt{3})$

۷. کدامیک از روابط زیر درست نیست:

ب.  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] \subsetneq \mathbb{Q}(\sqrt{2})$

الف.  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  توسیع ساده‌ای از  $\mathbb{Q}$  است.

د.  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$

ج.  $[\mathbb{Q}(\sqrt{2}) : \mathbb{Q}] = 2$

۸. چندجمله‌ای مینیمال  $\sqrt{2}i$  روی  $\mathbb{Q}$  کدام است؟

د.  $f(x) = 2x^2 - 1$

ج.  $f(x) = 2x^2 + 1$

ب.  $f(x) = x^2 + 2$

الف.  $f(x) = x^2 - 2$

۹. اگر  $F$  توسیعی از  $K$  باشد و  $u \in F$  روی  $K$  متعالی باشد آنگاه:

ب.  $K[u] \cong K(u)$

الف.  $K(x) \cong K(u)$

د.  $K(x) \cong K[u]$

ج.  $K[x] \cong K(u)$

۱۰. فرض کنید  $p$  یک عدد اول باشد و  $\alpha$  یک ریشه از  $f(x) = x^p - 1$  و  $\alpha \neq 1$  باشد. در این صورت:

ب.  $[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}] = p - 1$

الف.  $[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}] = p$

د.  $[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}] = p - 3$

ج.  $[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}] = p - 2$

۱۱. فرض کنید  $K < F$  و  $F$  توسیع رادیکال  $K$  و  $G = \text{Gal}_K F$  آنگاه:

ب.  $G$  حل پذیر است.

الف.  $G$  حل پذیر نیست.

د.  $G$  نامتناهی و حل پذیر نیست.

ج. اگر مرتبه  $G$  متناهی باشد آنگاه  $G$  حل پذیر نیست.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۱۰۴۲)

کد سری سؤال: یک (۱)      استفاده از: —      مجاز است.

۱۲. اگر  $F$  توسیع رادیکال  $K$  باشد آنگاه  $[F : K]$

الف. متناهی است.      ب. نامتناهی است.

ج. اگر مشخصه  $F$  صفر باشد نامتناهی است.      د. اگر مشخصه  $K$  صفر باشد نامتناهی است.

۱۳. اگر  $G = \text{Gal}_{\mathbb{Q}}(\sqrt{2}, \sqrt{5})$  آنگاه:

الف.  $G \simeq \mathbb{Z}_4$       ب.  $G \simeq \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$       ج.  $G \simeq \mathbb{Z}_3$       د.  $G \simeq \mathbb{Z}_2$

۱۴. اگر  $G = \text{Gal}_{\mathbb{Q}}(\sqrt{3})$  آنگاه:

الف.  $G \simeq \mathbb{Z}_2$       ب.  $G \simeq \mathbb{Z}_3$

ج.  $G$  غیر آبلی است.      د.  $G$  با گروه کلاین یکریخت است.

۱۵. اگر  $F = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$  و  $G$  گروه گالوای  $F$  روی  $\mathbb{Q}$  باشد، کدام گزینه درست است؟

الف.  $O(G) < ۴$       ب.  $O(G) < [F : \mathbb{Q}]$

ج.  $[F : \mathbb{Q}] < ۴$       د.  $[F : \mathbb{Q}] = O(G) = ۴$

۱۶. اگر  $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1}$  کدام گزینه درست است؟

الف.  $f(x)$  روی  $\mathbb{Q}$  تحویل ناپذیر است اگر و تنها اگر  $n$  یک عدد اول باشد.

ب.  $f(x)$  روی  $\mathbb{Q}$  تحویل پذیر است.

ج.  $f(x)$  روی  $\mathbb{Q}$  همواره تحویل ناپذیر است.

د.  $f(x)$  در  $\mathbb{Z}[x]$  تحویل پذیر است.

نام درس: جبر ۲	تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
رشته تحصیلی و کُد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۱۰۴۲)	زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
کُد سری سؤال: یک (۱)	آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
استفاده از: —	مجاز است.

۱۷. اگر  $f(x) = x^n + \bar{1} \in \mathbb{Z}_p[X]$  آنگاه

الف.  $f$  تحویل ناپذیر است.      ب.  $f$  تحویل پذیر است.

ج. اگر  $n$  عددی اول باشد  $f$  تحویل ناپذیر است.      د.  $f$  فاقد ریشه در  $\mathbb{Z}_p$  است.

۱۸. اگر  $\mathbb{R}$  (اعداد حقیقی) به عنوان یک فضای برداری روی  $\mathbb{Q}$  (اعداد گویا) در نظر گرفته شود آنگاه:

الف.  $[\mathbb{R} : \mathbb{Q}] = ۲$       ب.  $[\mathbb{R} : \mathbb{Q}] = ۳$

ج.  $[\mathbb{R} : \mathbb{Q}] = ۴$       د.  $[\mathbb{R} : \mathbb{Q}]$  متناهی نیست.

۱۹.  $[\mathbb{Q}(\sqrt{۲}, \sqrt{۳}, \sqrt{۵}) : \mathbb{Q}(\sqrt{۳})]$  برابر است با:

الف. ۲      ب. ۳      ج. ۴      د. ۵

۲۰. عدد  $\cos\left(\frac{\pi}{۶}\right)$

الف. ساخت پذیر است.      ب. ساخت پذیر نیست.

ج. روی  $\mathbb{Q}$  جبری و ساخت پذیر است.      د. روی  $\mathbb{Q}$  جبری نیست ولی ساخت پذیر است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی: ۱۱۱۱۰۴۲)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

### سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره می‌باشد.

۱. فرض کنید  $a$  و  $b$  دو عدد گویا باشند. ثابت کنید  $\mathbb{Q}(\sqrt{a}, \sqrt{b}) = \mathbb{Q}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ .

۲. ثابت کنید اگر  $F = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  آنگاه  $G = \text{Gal } F / \mathbb{Q}$  یک گروه از مرتبه ۴ است و  $G \simeq \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ .

۳. فرض کنید  $K$  یک میدان و  $f(x) \in K[x]$  یک چند جمله‌ای از درجه  $n$  باشد ثابت کنید یک میدان شکافنده مانند  $F$

برای  $f(x)$  روی  $K$  موجود است که  $[F : K] \leq n!$ .

۴. ثابت کنید اگر  $F$  یک توسیع رادیکال  $K$  باشد آنگاه  $[F : K]$  متناهی است.

۵. فرض کنید  $\alpha \in \mathbb{R}$  یک عدد حقیقی باشد. نشان دهید زاویه  $\alpha$  ساخت پذیر است اگر و تنها اگر عدد  $\cos(\alpha)$  ساخت پذیر باشد.