

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: توپولوژی عمومی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۵)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. کدام گزینه درست است؟

الف. توپولوژی گسسته کوچکترین و توپولوژی ناگسسته بزرگترین توپولوژی در مجموعه X هستند.

ب. توپولوژی ϕ - شامل در مجموعه X ، همان توپولوژی ناگسسته است.

ج. توپولوژی متمم متناهی در مجموعه شمارای X ، همان توپولوژی گسسته است.

د. توپولوژی متمم شمارا در مجموعه متناهی X ، همان توپولوژی گسسته است.

۲. اگر X یک مجموعه دلخواه باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

الف. ϕ نمی‌تواند یک پایه باشد. ب. اگر $B = \{\{x\} | x \in X\}$ ، آنگاه B یک پایه است.

ج. $\{X\}$ پایه نیست. د. B پایه توپولوژی τ است هر گاه $\tau = B_\sigma$.

۳. فرض کنید Y یک زیر فضای X ، $A \subseteq Y$ باشد، در اینصورت کدام گزینه درست است؟

الف. $\bar{A} = (\bar{A})_Y \cap \bar{Y}$ ب. $(\bar{A})_Y = \bar{A} \cap Y$

ج. $X - \text{int}(A) = X - \bar{A}$ د. $\overline{X - A} = \text{int}(X - A)$

۴. فرض کنید $X = (-1, 5]$ و ترتیب را در X همان ترتیب معمولی در نظر بگیرید. در اینصورت برای $Y = (-1, 1) \cup \{5\}$ کدام گزینه درست است؟

الف. توپولوژی زیر فضایی در Y اکیداً ظریفتر از توپولوژی ترتیبی در Y است.

ب. توپولوژی ترتیبی در Y اکیداً ظریفتر از توپولوژی زیر فضایی در Y است.

ج. توپولوژی ترتیبی در Y با توپولوژی زیر فضایی در Y یکی است.

د. توپولوژی ترتیبی در X اکیداً ظریفتر از توپولوژی زیر فضایی در X است.

۵. توپولوژی القایی حاصل از متریک مربعی روی R^m کدام توپولوژی را تولید می‌کند؟

الف. گسسته ب. ناگسسته ج. معمولی د. حد پایینی

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: توپولوژی عمومی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۵)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۶. اگر X یک فضای متری و Y یک زیرفضای X باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- الف. اگر Y کامل باشد آنگاه Y بسته است.
ب. اگر Y بسته باشد آنگاه Y کامل است.
ج. اگر X کامل باشد، آنگاه Y بسته است.
د. اگر X کامل باشد، آنگاه Y کامل است.

۷. فرض کنید X و Y دو فضای دلخواه باشند و $f: X \rightarrow Y$ تابعی پیوسته باشد، در اینصورت کدام گزینه الزاماً درست نیست؟

- الف. به ازای هر مجموعه بسته Y مانند F ، $f^{-1}(F)$ در X بسته است.
ب. به ازای هر زیر مجموعه Y مانند B ، $f^{-1}(\overline{B}) \subseteq \overline{f^{-1}(B)}$.
ج. به ازای هر زیرمجموعه X مانند A ، $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$.
د. به ازای هر زیر مجموعه Y مانند C ، $f^{-1}(\overline{C}) \subseteq \overline{f^{-1}(C)}$.

۸. فرض کنید (X, T) یک فضای توپولوژی باشد و $i: X \rightarrow X$ تابع همانی باشد. در اینصورت این تابع
الف. هم باز است و هم بسته
ب. نه باز است و نه بسته
ج. باز است ولی بسته نیست.
د. بسته است ولی باز نیست.

۹. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف. هر گاه $f: X \rightarrow Y$ تناظری یک به یک و پیوسته باشد، آنگاه f^{-1} پیوسته است.
ب. هر گاه $f: X \rightarrow Y$ تابعی باز باشد آنگاه $(f(A))^{\circ} \subseteq f(A^{\circ})$.
ج. هر گاه $f: (X, \tau) \rightarrow Y$ ، آنگاه $f_*(\tau)$ ظریفترین توپولوژی در Y است که f نسبت به آن پیوسته است.
د. هر گاه $f: (X, \tau) \rightarrow Y$ ، آنگاه $f_*(\tau)$ ظریفترین توپولوژی در X است که f نسبت به آن پیوسته است.

۱۰. کدام گزینه درست است؟

- الف. هر زیر مجموعه یک فضای فشرده بسته است.
ب. هر زیر مجموعه بسته یک فضای فشرده، فشرده است.
ج. هر زیر مجموعه فشرده یک فضای دلخواه بسته است.
د. هر مجموعه بسته، فشرده است.

۱۱. در فضای متری X ، کدام گزینه معادل سه گزینه دیگر نیست؟

- الف. X فشرده است.
ب. هر دنباله در X حداقل یک زیر دنباله همگرا دارد.
ج. X کراندار است.
د. X کامل و کلاً کراندار است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: توپولوژی عمومی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۵)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۲. فرض کنید X فضایی ناشمارا باشد. در اینصورت با کدام توپولوژی، X موضعاً فشردۀ نیست؟
الف. متمم متناهی ب. متمم شمارا ج. گسسته د. ناگسسته

۱۳. اگر X فضایی هاسدورف و موضعاً فشردۀ و $Y \subseteq X$ باشد، آنگاه:
الف. Y موضعاً فشردۀ است.

ب. اگر $f: X \rightarrow Y$ پوشا و پیوسته باشد، Y موضعاً فشردۀ است.

ج. $X \times Y$ موضعاً فشردۀ است.

د. اگر Y در X باز باشد، آنگاه Y موضعاً فشردۀ است.

۱۴. فرض کنید X فضایی همبند باشد. در اینصورت کدام گزینه نادرست است؟

الف. X را نمی‌توان بصورت اجتماع دو زیر مجموعه غیر خالی و بسته و جدا از هم نوشت.

ب. X را نمی‌توان بصورت دو زیر مجموعه غیر خالی A و B نوشت که $\overline{A} \cap \overline{B} = \emptyset$.

ج. تنها زیر مجموعه‌های X که در عین حال باز و بسته‌اند عبارتند از \emptyset ، X .

د. به ازای هر زیر مجموعه واقعی و غیر خالی X مانند A ، $\partial A = \emptyset$.

۱۵. کدام گزینه همواره درست است؟

الف. اگر Y در X همبند باشد، $\text{int}(Y)$ نیز همبند است.

ب. اگر Y در X همبند باشد، $\partial(Y)$ نیز همبند است.

ج. هر گاه $A \subseteq B \subseteq C$ و A ، C همبند باشند، B نیز همبند است.

د. همبندی یک خاصیت توپولوژیک است.

۱۶. هر گاه Q را به عنوان زیر فضایی از R در نظر بگیریم، کدام گزینه درست است؟

الف. Q همبند است. ب. Q موضعاً همبند است.

ج. Q کلاً ناهمبند است. د. $R - Q$ موضعاً همبند است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: توپولوژی عمومی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۵)

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۷. کدام گزینه درست است؟

الف. هر فضای شمارای دوم، شمارای اول است. ب. هر فضای شمارای اول، شمارای دوم است.

ج. هر زیر مجموعه یک فضای تفکیک پذیر، تفکیک پذیر است. د. هر زیر مجموعه یک فضای لیندوف، لیندوف است.

۱۸. کدام خاصیت فضاهای X و Y به فضای $X \times Y$ منتقل نمی شود؟

الف. تفکیک پذیر بودن ب. لیندوف بودن ج. فشرده بودن د. شمارای دوم بودن

۱۹. هر گاه X یک فضای متمم شمارا باشد که در آن X ناشمارا است. در اینصورتالف. X یک فضای T_1 است. ب. X یک فضای T_m است.ج. X یک فضای منظم است. د. X یک فضای نرمال است.

۲۰. کدام گزینه درست است؟

الف. هر فضای نرمال یک فضای T_m است. ب. هر فضای منظم یک فضای T_m است.ج. هر فضای T_m یک فضای T_m است. د. هر فضای هاسدروف یک فضای T_m است.

سؤالات تشریحی

* بارم هر سؤال (۲ نمره) می باشد.

۱. فرض کنید (X, τ) یک فضای توپولوژیک باشد و $B \subseteq P(X)$. ثابت کنید B یک پایه برای τ است، اگر و فقط اگرالف. $B \subseteq \tau$ ب. به ازای هر $U \in \tau$ و هر $x \in U$ ، عضوی از B چون B_x وجود داشته باشد که $x \in B_x \subseteq U$.۲. فرض کنید (X, τ) یک فضای توپولوژیک و \sim یک رابطه هم ارزی در X ، $P: X \rightarrow \frac{X}{\sim}$ نگاشت خارج قسمت باشد. ثابت کنیدکنید U در X باز است اگر و فقط اگر $P(U)$ در $\frac{X}{\sim}$ باز باشد.

۳. ثابت کنید در توپولوژی متمم شمارا، تنها زیر مجموعه های فشرده، زیر مجموعه های متناهی هستند.

۴. فرض کنید X یک فضا و E و F دو زیر مجموعه باز X باشند بطوریکه $E \cup F$ ، $E \cap F$ هر دو همبند باشند. ثابت کنید E و F نیز همبندند.۵. فرض کنید X یک فضا باشد، ثابت کنید X نرمال است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه بسته مانند A و هر مجموعه باز حاوی A مانند U مجموعه بازی مانند V وجود دارد بطوریکه $A \subseteq V$ ، $\bar{V} \subseteq U$.