

نام درس: منطق ریاضی

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۵۷) - علوم کامپیوتر (۱۱۱۵۱۷۳)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: __

مجاز است.

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. کدام یک از اعداد زیر می‌تواند تعداد نمادهای بکار رفته در یک ف.د.س در منطق جملات باشد.

الف. ۳ ب. ۴ ج. ۲۰ د. ۶

۲. هر گاه \sum مجموعه ای از ف.د.س در منطق جملات باشد از موارد زیر کدامیک یک شرط کافی برای تصمیم پذیر بودن مجموعه نتایج توتولوژی \sum است.الف. تصمیم پذیر بودن \sum ب. متناهی بودن \sum ج. شماره پذیر کارآمد بودن \sum د. شمارا بودن \sum ۳. هر گاه $\langle x_1, x_\mu, x_\mu \rangle = \langle y_1, y_\mu \rangle$ در این صورتالف. $y_\mu = \langle x_\mu, x_\mu \rangle$ ب. $y_1 = \langle x_\mu, x_1 \rangle$ ج. $y_1 = \langle x_1, x_\mu \rangle$ د. $y_\mu = \langle x_\mu, x_\mu \rangle$

۴. هر گاه *نمایانگر تعویض ۸ و ۷ با هم و جایگزینی هر نماد جمله ای با نفی آن باشد آن گاه:

الف. $(\alpha \rightarrow \beta) \models (\beta^* \rightarrow \alpha^*)$ ب. $(\alpha \rightarrow \beta) \models (\alpha^* \rightarrow \beta^*)$ ج. $(\alpha \vee \beta) \models (\alpha^* \vee \beta^*)$ د. $(\alpha \rightarrow \beta) \models (\alpha^* \wedge \beta^*)$

۵. کدام یک تمام است؟

الف. $(\vee, \wedge, \rightarrow)$ ب. (\vee, \rightarrow) ج. نماد معادل $\neg(A \vee B)$ د. نماد معادل رابط سه تایی اقلیت

۶. کدام یک تمام نیست؟

الف. $\{\neg, \vee, \wedge\}$ ب. $\{\perp, \rightarrow\}$ ج. نماد معادل $\neg(A \wedge B)$ د. $\{\vee, \wedge, \rightarrow\}$ ۷. کدام عبارت همواره صحیح است. (β, α) فرمولهای درست ساخت دلخواه هستند).الف. $\exists x \alpha \models \neg(\forall x(\alpha))$ ب. $\neg \alpha \wedge \beta \models \neg(\alpha \rightarrow (\neg \beta))$ ج. $\alpha \models \forall x \alpha$ د. $\{\forall x(\alpha \rightarrow \beta), \forall x \alpha\} \models \forall x \beta$ ۸. هر گاه $x \approx y$ آنگاهالف. $\forall x, \forall y, y \approx x$ ب. $\forall z, x \approx z$ ج. $\exists y: y \approx x$ د. $\exists y: \forall x, y \approx x$

نام درس: منطق ریاضی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۵۷) - علوم کامپیوتر (۱۱۱۵۱۷۳)
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از: __
مجاز است.

۹. کدام یک توتولوژی نیست؟

الف. $\neg(A \wedge (\neg A))$ ب. $(\neg(\neg A)) \leftrightarrow A$

ج. $(\neg A \wedge (\neg B)) \leftrightarrow (\neg(A \rightarrow B))$ د. $(\neg(A \wedge B)) \leftrightarrow ((\neg A) \vee (\neg B))$

۱۰. در زبان نظریه اعداد با ساخت $(N, +, \cdot, S)$ کدام یک از روابط زیر تعریف پذیر نیست؟

الف. $x < y$ ب. اعداد اول ج. عمل ضرب د. عمل به توان رساندن

۱۱. هر گاه x در α مورد آزاد نداشته باشد از عبارتهای زیر چه تعداد استنتاج معتبری است؟

$\neg(\alpha \rightarrow \forall x\beta) \leftrightarrow \forall x(\alpha \rightarrow \beta)$

$\neg(\alpha \rightarrow \exists x\beta) \leftrightarrow \exists x(\alpha \rightarrow \beta)$

$\neg(\forall x\beta \rightarrow \alpha) \leftrightarrow \exists x(\beta \rightarrow \alpha)$

الف. ۳ مورد درست است. ب. ۲ مورد درست است. ج. ۱ مورد درست است. د. هیچ مورد درست نیست.

۱۲. هر گاه $\Gamma \vdash \phi$ آنگاه از موارد زیر کدام یک شرط کافی برای $\Gamma \vdash \forall x\phi$ می باشد.الف. x در تعداد نامتناهی فرمول Γ آزاد نباشد. ب. x در حداقل یک فرمول Γ آزاد نباشد.ج. x در هیچ فرمولی در Γ آزاد نباشد. د. x در تعداد متناهی فرمول Γ آزاد نباشد.۱۳. هر گاه $(R, +, \cdot)$ ساختی با پارامترهای $\forall, +, \cdot, =$ باشد کدام یک از موارد زیر در $(R, +, \cdot)$ تعریف پذیر نیست؟

الف. $\{2\}$ ب. $[-\pi, \pi]$ ج. $[0, \infty)$ د. $(-\infty, 0]$

۱۴. کدام یک از جملات ناسازگار است؟

الف. $\sum \vdash \sum$ ب. $(\sum, \alpha) \Leftrightarrow \sum \vdash \neg \alpha$

ج. $\sum \vdash \alpha$ د. $\alpha \vdash \sum$

۱۵. اگر ϕ' یک گونه الفبایی از ϕ باشد کدام یک از جملات زیر درست است؟الف. ϕ و ϕ' به طور منطقی معادلند. ب. ϕ نتیجه ای از ϕ' است.ج. ϕ' نتیجه ای از ϕ است. د. ϕ و $\neg \phi'$ به طور منطقی معادلند.۱۶. هر گاه \sum شماره پذیر کارآمد و به ازای هر τ ، $\sum \vdash \tau$ یا $\sum \vdash \neg \tau$ آنگاه مجموعه نتایج توتولوژیک $\sum \dots$.

الف. تصمیم پذیر است. ب. شماره پذیر کارآمد است.

ج. شماره پذیر است. د. شماره پذیر کارآمد است و تصمیم پذیر است.

نام درس: منطق ریاضی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۵۷) - علوم کامپیوتر (۱۱۱۵۱۷۳)
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از: __
مجاز است.

۱۷. یک فرمول درست ساخت در منطق جمله ها دارای کدام یک از طولهای زیر نمی تواند باشد.
الف. ۸, ۷, ۶ ب. ۹, ۸, ۵ ج. ۸, ۵, ۴ د. ۱۱, ۱۰, ۹
۱۸. تابع بولی $C(T, F) = F$, $C(F, X) = C(X, T) = T$ معرف کدام عبارت است.
الف. $A \wedge B$ ب. $A \cup B$ ج. $A \rightarrow B$ د. $A \leftrightarrow B$
۱۹. ترجمه «هر عدد طبیعی غیر صفر تالی یک عدد است» کدام عبارت است؟
الف. $\forall (v_1 \neq 0 \rightarrow \exists v_1 : v_1 \approx S v_1)$ ب. $\forall v_1 (v_1 \neq 0 \rightarrow \exists v_1 v_1 \approx S v_1)$
ج. $\forall v_1 (v_1 \neq 0 \rightarrow \exists v_1, v_1 \approx S v_1)$ د. $\forall v_1 (v_1 \neq 0 \rightarrow \exists v_1, v_1 \approx S v_1)$
۲۰. در کدام عبارت متغیر v_1 آزاد نیست؟
الف. $\forall (v_1, A v_1 \rightarrow B v_1)$ ب. $\forall v_1 (A v_1 \in v_1 v_1)$
ج. $\forall (v_1, A v_1 \rightarrow B v_1)$ د. $\neg (v_1 \rightarrow v_1)$

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره است.

فقط به یکی از دو سوال ۵ یا ۵' جواب دهید

۱. ثابت کنید یک مجموعه از فرمولهای درست ساخت ارضا شونده است اگر و تنها اگر هر زیر مجموعه متناهی آن ارضا شونده باشد.
۲. نشان دهید در منطق مرتبه اول اگر Γ ارضا شدنی باشد آنگاه Γ سازگار است.
۳. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در هیچ فرمول Γ آزاد نباشد آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \varphi$
۴. نشان دهید هر اصل موضوع منطقی معتبر است.
۵. $\vdash x \approx y \rightarrow \forall z p x z \rightarrow \forall z p y z$
- ۵'. فرض کنید φ یک فرمول، t یک ترم و x یک متغیر باشد می توانیم فرمولی مانند φ' بیابیم که
الف. $\varphi' \vdash \varphi$, $\varphi \vdash \varphi'$ ب. t در φ' با x جایگزین شدنی باشد.