

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی و گند درس: علوم کامپیوتر
۱۱۱۱۰۵
گند سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. حکم درست را پیدا کنید:

الف. معکوس راست و چپ، تنها برای ماتریس‌های مربعی تعریف شده است.

ب. معکوس راست در صورت وجود، منحصر به فرد است.

ج. مقادیر ویژه ماتریس‌های متعامد، حقیقی است.

د. اگر λ یک مقدار ویژه ماتریس A باشد، آن گاه λ مقدار ویژه A^{-1} نیز هست.

۲. کدام شرط برای نامنفرد بودن ماتریس افراز شده $D = \begin{bmatrix} A & B \\ C & I \end{bmatrix}$ کافی است؟

الف. $\|A\| = \|BC\|$ ب. $A, B, C, n \times n$ باشند.

ج. A نامنفرد باشد. د. $A - BC$ نامنفرد باشد.

۳. فرض کنید که ماتریس A بتواند به شکل حاصل ضرب یک ماتریس پایین مثلثی L و یک ماتریس بالامثلثی U تجزیه شود؛ در این صورت، گزینه نادرست کدام است؟

الف. تجزیه LU به صورت منحصر به فرد تعیین می شود.

ب. هرگاه L پایین مثلثی با قطر واحد باشد، به آن تجزیه دولیتل گفته می شود.

ج. برای حل دستگاه $Ax = b$ ، ابتدا دستگاه $Lz = b$ نسبت به z و سپس دستگاه $Ux = z$ نسبت به x حل می شود.

د. هرگاه U بالا مثلثی با قطر واحد باشد، به آن تجزیه کروت گفته می شود.

۴. کدام شرط ایجاب می کند که در تجزیه چولسکی، عناصر L نسبت به A ، حتی بدون هیچ محورگیری بزرگ نشوند؟

الف. $a_{kk} = \sum_{s=1}^k l_{ks} u_{sk}$ ب. $a_{kk} = \sum_{s=1}^{k-1} l_{ks} u_{sk}$

ج. $|l_{kj}| \leq \sqrt{a_{kk}}$, $(1 \leq j \leq k)$ د. $a_{kk} \geq l_{kj}$, $(1 \leq j \leq k)$

۵. کدام یک از ماتریسهای زیر تجزیه LU دارد:

الف. $A = \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{bmatrix}$ ب. $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ج. $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ د. $D = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

۶. اگر روش حذفی گاوس با محورگیری سطری مقیاس شده به کار رود، آن گاه جواب دستگاه $Ax = b$ با A ثابت و m بردار مختلف b ، تقریباً شامل چند عمل طولانی (ضرب و تقسیم) می باشد؟

الف. $\frac{1}{3}mn^3$ ب. $\frac{4}{3}n^3$ ج. $\frac{1}{2}n^3 + mn^2$ د. $\frac{1}{3}n^3 + (\frac{1}{2} + m)n^2$

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی و کد درس: علوم کامپیوتر

۱۱۱۱۰۵

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

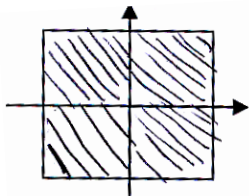
مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۷. اگر شکل داده شده در نقاط ۱ و ۱- محورهاى X و Y را قطع کند، این شکل با کدام نرم نمایش دهنده مجموعه $\{x: x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| \leq 1\}$ است؟

د. $\|\cdot\|_\infty$ ج. $\|\cdot\|_p$ ب. $\|\cdot\|_2$ الف. $\|\cdot\|_1$

۸. در مورد عدد وضعیت، کدام گزینه نادرست است؟

الف. عدد وضعیت یک ماتریس معکوس پذیر باید حداکثر برابر یک باشد.

ب. اگر عدد وضعیت A از اندازه معتدلی برخوردار باشد، ماتریس خوش وضع نامیده می شود.

ج. یک ماتریس با عدد وضعیت بزرگ، ماتریس بد وضع نامیده می شود.

$$د. \kappa(A) \geq \|AA^{-1}\|$$

۹. کدام گزینه درباره مقادیر ویژه صحیح نیست؟

الف. ماتریس های مشابه مقادیر ویژه یکسانی دارند.

ب. مقادیر ویژه یک ماتریس هرمیتی، حقیقی است.

ج. مقادیر ویژه یک ماتریس معین مثبت، مثبت است.

د. مقادیر ویژه یک ماتریس مانند A ، اعداد مختلطی مثل λ هستند که برای آن ها، ماتریس $A - \lambda I$ معکوس پذیر است.۱۰. عامل رشد یک ماتریس $n \times n$ ، A تحت روش حذفی گاوس کدام است؟

$$ب. g_n(A) = \frac{\max_{i,j,k} |a_{ij}^k|}{\max_{i,j} |a_{ij}|}$$

$$الف. g_n(A) = \frac{\max_{i,j,k} |a_{ij}^k|}{\min_{i,j} |a_{ij}|}$$

$$د. g_n(A) = \frac{\min_{i,j,k} |a_{ij}^k|}{\max_{i,j} |a_{ij}|}$$

$$ج. g_n(A) = \frac{\min_{i,j,k} |a_{ij}^k|}{\min_{i,j} |a_{ij}|}$$

۱۱. ماتریس A هرمیتی و خودتوان است یعنی :

$$ب. A^* = A, A^T = I$$

$$الف. AA^* = I, A^T = A$$

$$د. A = A^*, A^T = A$$

$$ج. AA^* = I, A^T = I$$

۱۲. در اجرای عملی روش توانی، برای جلوگیری از همگرایی بردارهای $x^{(k)}$ به صفر یا بی کران شدن آن ها، بهتر است چه کاری انجام شود؟

ب. بردارهای $x^{(k)}$ را نرمال سازیم.

الف. بردار اولیه مخالف صفر باشد.

د. تنها برای یافتن مقادیر ویژه حقیقی استفاده شود.

ج. با تلفیق دو اصلاح "الف و ب"، روش را بهبود بخشیم.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی و کد درس: علوم کامپیوتر
۱۱۱۱۱۰۵
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۳. یک ماتریس $n \times n$ ناقص، ماتریسی است که...
- الف. مقادیر ویژه اش \mathbb{R}^n را پدید نیاورند.
ب. مقادیر ویژه اش متمایز باشند.
ج. بردارهای ویژه اش \mathbb{R}^n را پدید نیاورند.
د. بردارهای ویژه اش متمایز باشند.
۱۴. در تعریف دو ماتریس مشابه A و B مشابه یکدیگر هستند اگر ماتریسی مثل P وجود داشته باشد که $B = PAP^{-1}$ ، ماتریس P باید از چه نوعی باشد؟
- الف. قطری
ب. یکانی
ج. نامنفرد
د. هرمیتی
۱۵. اثر ماتریس A عبارتست از $tr(A) = \sum_{i=1}^k a_{ii}$. کدام گزینه درست است؟
- الف. اثر یک ماتریس با مجموع مقادیر ویژه اش برابر است.
ب. $tr(I_n) = 1$.
ج. $tr(A^m) = tr(A)$, $(m > 1, m \in \mathbb{Z})$.
د. $tr(A+B) < tr(A) + tr(B)$.
۱۶. فرآیند گرام اشمیت چه کاربردی دارد؟
- الف. به دست آوردن یک فضای ضرب داخلی
ب. به دست آوردن دستگاه های یکامتعامد در هر فضای ضرب داخلی
ج. به دست آوردن یک فضای خطی بر میدان اعداد مختلط
د. به دست آوردن یک مجموعه از بردارهای متعامد در یک فضای ضرب داخلی متناهی البعد
۱۷. تحت کدام شرط، نقطه x جواب مساله کمترین مربعات $\min \|b - Ax\|$ است؟
- الف. $A(A^*x - b) = 0$.
ب. $A^*(Ax - b) = 0$.
ج. $\|A^*(Ax - b)\| = 0$.
د. $\|A(A^*x - b)\| = 0$.
۱۸. اگر A یک ماتریس $m \times n$ از رتبه n باشد، آن گاه A^*A چگونه است؟
- الف. منفرد
ب. هرمیتی و معین مثبت
ج. متعامد
د. مثلثی
۱۹. کدام روش برای محاسبه دورترین مقدار ویژه به μ به کار می رود؟
- الف. توانی
ب. توانی معکوس
ج. توانی انتقال یافته
د. توانی معکوس انتقال یافته

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی و کد درس: علوم کامپیوتر
۱۱۱۱۰۵
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۲۰. گزینه صحیح را انتخاب کنید :

الف. اگر T بالا مثلثی و معکوس پذیر باشد، آن گاه T^{-1} پایین مثلثی و معکوس پذیر است.

ب. اگر A حقیقی باشد، آن گاه یک شبه معکوس حقیقی دارد.

ج. اگر T بالا مثلثی و AT پایین هسنبرگی باشد، آن گاه TA بالا هسنبرگی است.

د. شبه معکوس یک ماتریس $m \times n$ قطری، یک ماتریس $m \times n$ قطری است.

سوالات تشریحی

(هر سوال تشریحی ۲/۵ نمره دارد)

۱. ثابت کنید برای این که فرمول تکراری $x^{(k)} = Gx^{(k-1)} + C$ به ازای هر بردار اولیه $x^{(0)}$ دنباله همگرایی به $(I - G)^{-1}C$ تولید کند،

لازم و کافی است که شعاع طیفی G کوچکتر از ۱ باشد.

۲. نشان دهید یک ماتریس تک جمله ای مثل A نامنفرد است.

۳. قضیه شتاب ایتکن را بیان و اثبات کنید.

۴. اولین و دومین عامل یکانی در تجزیه QR ماتریس A داده شده است، گام های بعدی را بنویسید : (محاسبات تا ۵ رقم اعشار باشند..)

$$A = \begin{bmatrix} 63 & 41 & -88 \\ 42 & 60 & 51 \\ 0 & -28 & 56 \\ 126 & 82 & -71 \end{bmatrix}, U_1 = \frac{1}{35} \begin{bmatrix} -15 & -10 & 0 & -30 \\ -10 & 33 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 35 & 0 \\ -30 & -6 & 0 & 17 \end{bmatrix},$$

$$U_p = \begin{bmatrix} 1/0 & 0/0 & 0/0 & 0/0 \\ 0/0 & -0/73333 & 0/66667 & 0/13333 \\ 0/0 & 0/66667 & 0/74359 & -0/05128 \\ 0/0 & 0/13333 & -0/05128 & 0/98974 \end{bmatrix}$$