

نام درس: مکانیک تحلیلی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک

۱۱۱۳۰۱۳

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. در برخورد کشسان دوبعدی اگر جرم ذره هدف خیلی بزرگتر از جرم ذره فرودی باشد. آنگاه رابطه زوایای پراکندگی در دستگاه مختصات آزمایشگاه (ϕ) و مرکز جرم (θ) کدام است؟

ب. $\theta = \phi_1$

الف. $\theta = 2\phi$

د. $\theta + \phi = \pi$

ج. $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$

۲. در برخورد کشسان دوبعدی بین ذرات با جرم یکسان زاویه بین ذرات پس از برخورد در دستگاه مختصات آزمایشگاه به شکل:

ب. $\theta_1 + \theta_2 = \pi$

الف. $\theta_1 = \theta_2$

د. $\theta_1 + \theta_2 = \frac{3\pi}{2}$

ج. $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$

۳. لختی دروانی کره‌ای توپر به جرم M و شعاع R نسبت به محوری که از مرکز جرم آن عبور می‌کند $\frac{2}{5} MR^2$ است. این کمیت

نسبت به محوری موازی با محور مذکور و مماس بر کره برابر است با:

د. $\frac{7}{5} MR^2$

ج. $\frac{2}{3} MR^2$

ب. $\frac{1}{5} MR^2$

الف. MR^2

۴. پریود (دوره تناوب) حرکت نوسانی (کم دامنه) صفحه‌ای دایره‌ای شکل به جرم M و شعاع α حول محور عمود بر صفحه و عبوری

از نقطه‌ای به فاصله $\frac{\alpha}{2}$ از مرکز صفحه برابر است با:

د. $T = 2\pi \sqrt{\frac{2\alpha}{5g}}$

ج. $T = 2\pi \sqrt{\frac{\alpha}{5g}}$

ب. $T = 2\pi \sqrt{\frac{2\alpha}{3g}}$

الف. $T = 2\pi \sqrt{\frac{3\alpha}{2g}}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: مکانیک تحلیلی (۲)
رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک
۱۱۱۳۰۱۳
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۵. اندازه حرکت زاویه‌ای صفحه‌ای مربع شکل به ضلع a و جرم M حول مبدأ مختصات در صورتی که صفحه حول قطری که از مبدأ مختصات می‌گذرد با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند، برابر است با:

الف. $\frac{1}{3} M a^2 \omega \hat{i}$ ب. $\frac{1}{3} M a^2 (\hat{i} + \hat{j}) \omega$

ج. $\frac{1}{12} \frac{M a^2 \omega}{\sqrt{2}} (i + j)$ د. $\frac{1}{3} M a^2 \omega (i + j)$

۶. انرژی جنبشی دورانی صفحه مربع شکل به ضلع a و جرم M حول مبدأ مختصات در صورتی که صفحه حول محور x با سرعت زاویه‌ای ω دوران کند برابر است با:

الف. $T = M a^2 \omega^2$ ب. $T = \frac{1}{6} M a^2 \omega^2$

ج. $T = \frac{1}{3} M a^2 \omega^2$ د. $T = \frac{2}{3} M a^2 \omega^2$

۷. اگر در جسمی محور اصلی منطبق بر محور چرخش باشد زاویه بین محور چرخش با اندازه حرکت زاویه‌ای برابر است با:

الف. $\frac{\pi}{2}$ ب. $\frac{\pi}{3}$ ج. $\frac{\pi}{4}$ د. صفر

۸. در صورتی که تانسور اینرسی یک ماتریس قطری باشد می‌توان گفت:

الف. محورهای مختصات، منطبق بر محورهای اصلی است. ب. محورهای مختصات، عمود بر محورهای اصلی است.

ج. جسم حول یکی از اقطار جسم دوران می‌کند. د. جسم حول یکی از محورهای تقارن جسم دوران می‌کند.

نام درس: مکانیک تحلیلی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک

۱۱۱۳۰۱۳

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۹. ذره‌ای تحت تأثیر نیروی مرکزی با پتانسیل $V(r)$ در حرکت است. لاگرانژین این ذره در دستگاه مختصات قطبی صفحه‌ای عبارت

است از:

الف. $-V(r) + \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2)$ ب. $+V(r) + \frac{1}{2}m\dot{r}^2 \omega^2$

ج. $V(r) + \frac{1}{2}m\dot{r}^2 \dot{\theta}^2$ د. $-V(r) + \frac{1}{2}m\dot{r}^2 \omega^2$

۱۰. تابع لاگرانژ در یک ماشین آتوود ساده برابر است با: (l طول نخ متصل کننده دو جسم m_1, m_2 است)

الف. $L = \frac{1}{2}I\dot{x}^2 + (m_1 - m_2)gx$

ب. $L = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + \frac{I}{a^2})\dot{x}^2 + g(m_1 - m_2)x + m_2gl$

ج. $L = \frac{1}{2}I\dot{x}^2 + (m_1 + m_2 + I)gx$

د. $L = \frac{1}{2}\frac{I}{L}\dot{x}^2 + (m_1 + m_2 + I)gx$

۱۱. هامیلتونین ذره واقع در میدان مرکزی در دستگاه مختصات قطبی صفحه‌ای عبارت است از:

الف. $V(r) + \frac{P_r^2}{2m}$ ب. $\frac{P_\theta^2}{2m_r} + \frac{P_r^2}{2m}$

ج. $\frac{P_r^2}{2m} + \frac{P_\theta^2}{2m_r} + V(r)$ د. $\frac{P_\theta^2}{2m_r} - \frac{P_r^2}{2m}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: مکانیک تحلیلی (۲)
رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک
۱۱۳۰۱۳
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۲. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. تانسور ممان اینرسی اگر نسبت به محورهای اصلی نوشته شود، قطری است.

ب. عناصر قطر اصلی تانسور ممان اینرسی در سیستم مختصات اصلی همان ممان اینرسی‌های اصلی است.

ج. اگر محور دوران یک محور اصلی باشد \vec{L} در امتداد آن محور قرار می‌گیرد.

د. در حالت کلی \vec{L} در امتداد $\vec{\omega}$ است.

۱۳. ذره‌ای به جرم m تحت تأثیر پتانسیل $V(x) = x e^{-\alpha x}$ قرار دارد. با فرض آنکه ثابت α حقیقی باشد مکان تعادل و نوع تعادل کدام است؟

ب. $x = \frac{1}{\alpha}$ و ناپایدار

الف. $x = 0$ و پایدار

د. $x = -\frac{k}{\alpha}$ و ناپایدار

ج. $x = \alpha$ و پایدار

۱۴. کدام گزینه در مورد نیروی تعمیم یافته Q_k وابسته به مختصه تعمیم یافته q_k صحیح است؟

ب. $Q_k = \sum_k F_k \frac{\partial x_k}{\partial q_k}$

الف. $Q_k = \sum_i F_k \frac{\partial x_i}{\partial q_i}$

د. $Q_k = \sum_k F_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k}$

ج. $Q_k = \sum_i F_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k}$

نام درس: مکانیک تحلیلی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک

۱۱۳۰۱۳

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۱۵. جسمی با کف مدور واقع بر سطح افقی در حال تعادل است. اگر شعاع انحنای جسم a و فاصله مرکز جرم جسم تا سطح افق وقتی جسم ساکن است b باشد. در چه صورتی تعادل پایدار است؟

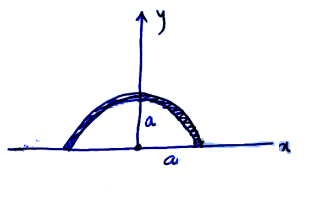
الف. $a = b$

ب. $a > b$

ج. $a < b$

د. $b = 2a$

۱۶. سیم باریکی مطابق شکل به صورت نیم دایره‌ای به شعاع a ختم شده است. مرکز جرم آن کدام است؟



الف. $y_{cm} = \frac{a}{\pi}$

ب. $y_{cm} = \frac{a}{2\pi}$

ج. $y_{cm} = \frac{2a}{\pi}$

د. $y_{cm} = 0$

۱۷. جسمی را به صورت یک قشر نازک تحت در نظر بگیرید که در صفحه xz قرار دارد کدام گزینه صحیح است؟

الف. $I_z = I_x + I_y$

ب. $I_x = I_y + I_z$

ج. $I_z = I_x - I_y$

د. $I_y = I_x + I_z$

۱۸. دوران آزاد یک جسم صلب را در نظر بگیرید که دارای محور تقارن ۳ است. کدام کمیت ثابت حرکت است؟ (محورهای ۱، ۲، ۳)

محورهای اصلی جسم صلب می‌باشند)

الف. ω_3

ب. ω_1

ج. ω_2

د. $\omega_1 \omega_3$

۱۹. لاگرانژین یک سیستم که در آن θ, r, x مختصات تعمیم یافته می‌باشند به صورت $L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 + V(r)$ است.

ثابت حرکت کدام است؟

الف. P_r

ب. P_θ

ج. P_x

د. P_θ, P_x

نام درس: مکانیک تحلیلی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک

۱۱۱۳۰۱۳

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۲۰. هامیلتونی یک سیستم به صورت $H = \frac{1}{2} P_r^2 + P_\theta^2 + mg r \sin \theta$ است کدام است؟

ب. $P_r + mg \dot{\theta} \sin \theta$

الف. P_r

د. $\frac{1}{2} P_r^2 + \frac{1}{2} P_\theta^2$

ج. P_θ

«سؤالات تشریحی»

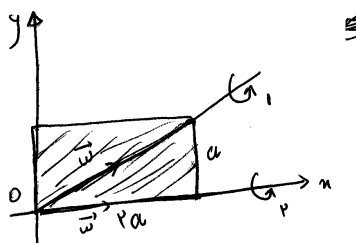
بارم هر سؤال تشریحی: ۱/۷۵ نمره

۱. ذره‌ای به جرم m_1 به ذره هدف ساکنی به جرم m_2 برخورد می‌کند. اگر زاویه انحراف ذره فرودی در سیستم مختصات آزمایشگاه

و θ زاویه انحراف آن در سیستم مختصات مرکز جرم باشد نشان دهید که رابطه زیر بین θ و φ_1 برقرار است:

$$\tan \varphi_1 = \frac{\sin \theta}{\gamma + \cos \theta}$$

که در آن $\gamma = \frac{V_{cm}}{V_1}$ و V_1 سرعت ذره ۱ نسبت به مرکز جرم بعد از برخورد است.



۲. صفحه نازک مستطیل شکلی مطابق شکل زیر مفروض است.

الف. تانسور ممان اینرسی را نسبت سیستم مختصات $oxyz$ به دست آورید.

ب. بردار تکانه زاویه \vec{L}_O هنگامی که جسم با سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega}$ نسبت به محور دوران ۱ و ۲ به دوران آید، را به دست آورید.

نام درس: مکانیک تحلیلی (۲)

رشته تحصیلی و کد درس: فیزیک

۱۱۱۳۰۱۳

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۳. کره یکنواخت صلبی $(I_{cm} = \frac{2}{5}ma^2)$ به جرم m و شعاع a بر روی سطح شیب دار ناصافی با زاویه شیب θ به سمت پایین می‌غلتد. (سطح شیب دار را ساکن فرض کنید)

الف. لاگرانژین سیستم را به دست آورید.

ب. با استفاده از معادلات حرکت لاگرانژ نشان دهید که شتاب مرکز جرم $\ddot{x}_{cm} = \frac{5}{7}g \sin \theta$ است.

۴. دو نوسانگر یکسان که توسط فنری با ثابت k' مطابق شکل زیر به یکدیگر متصل شده‌اند را در نظر بگیرید. از اصطکاک صرف نظر کنید.

الف. تابع لاگرانژی سیستم را به دست آورده و با استفاده از معادلات لاگرانژ معادلات دیفرانسیل حرکت را بنویسید.

ب. فرکانسهای طبیعی (بهنجار) سیستم را به دست آورید.

