

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی و کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۲۶

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. کدامیک از روابط زیر از اصول موضوع احتمال نمی‌باشند؟

الف. $p(A) \geq 0$ ب. $P(s) = 1$ ج. $P(\phi) = 0$ د. $P(\cup_i A_i) = \sum_i P(A_i)$

۲. اگر B, A دو پیش آمد ناسازگار باشند کدامیک از روابط زیر درست نمی‌باشد؟

الف. $P(A \cup B) - P(A) = P(B)$ ب. $P(A) = P(A - B)$ ج. $P[(A \cup B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})] = 1$ د. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

۳. اگر

$P(A | B_s) = 0.12, P(A | B_p) = 0.15, P(A | B_l) = 0.1, P(B_s) = 0.2, P(B_p) = 0.1, P(B_l) = 0.7$
باشد $P(A)$ برابر چه مقداری خواهد بود؟

الف. 0.024 ب. 0.109 ج. 0.07 د. 0.015

۴. در سؤال سه مقدار $P(B_s | A)$ چقدر خواهد بود؟

الف. $\frac{15}{109}$ ب. $\frac{7}{109}$ ج. $\frac{26}{109}$ د. $\frac{24}{109}$

۵. اگر B, A دو پیش آمد از فضای نمونه‌ای S باشند کدام رابطه زیر درست نمی‌باشد؟

الف. $P(A - B) \geq P(A) - P(B)$ ب. $P(A \cap B) \leq \min(P(A), P(B))$ ج. $P(A^c | B) = 1 - P(A | B)$ د. $P(A | B) = \frac{1 + P(A) - P(B)}{P(B)}$

۶. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن با واریانس ۱۰۰ باشد کران پائین احتمال $P(80 \leq X \leq 120)$ چقدر است؟

الف. 0.75 ب. 0.50 ج. 0.25 د. 0.95

۷. اگر متغیر X دارای تابع مولد گشتاور $\mu_X(t)$ باشد تابع مولد گشتاور $\frac{X - \mu}{\sigma}$ کدام خواهد بود؟

الف. $\mu_X\left(\frac{t}{\sigma}\right)$ ب. $\mu_X\left(\frac{t}{\sigma}\right)$ ج. $e^{-\frac{\mu}{\sigma}t} \mu_X\left(\frac{t}{\sigma}\right)$ د. $e^{-\frac{\mu}{\sigma}t} \mu_X(\mu t)$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی و کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۲۶

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۸. احتمال پیروزی در یک آزمایش ۰/۷ است چقدر احتمال دارد در پنجمین آزمایش مستقلی که انجام می‌دهیم به دومین پیروزی برسیم؟

الف. ۰/۰۰۷ ب. ۰/۰۵۳ ج. ۰/۰۹۵ د. ۰/۰۱۱

۹. اگر تابع مولد گشتاورهای متغیر تصادفی X برابر با $(1 - t^3)^{-1}$ باشد، $P(X \geq 5)$ چقدر است؟

الف. e^{-5} ب. $1 - e^{-\frac{3}{5}}$ ج. $e^{-\frac{5}{3}}$ د. $1 - e^{-\frac{5}{3}}$

۱۰. تابع توزیع توأم $(X \text{ و } Y)$ عبارت است از $F(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-x^2})(1 - e^{-y}) & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{و.گ} \end{cases}$ در این صورت

چگالی حاشیه ای X عبارت است از:

الف. e^{-y} ب. e^{-x^2} ج. $2xe^{-x^2}$ د. $2ye^{-y}$

۱۱. اگر تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی Y, X بصورت زیر باشد احتمال شرطی بصورت $P_X(X | Y)$ باشد آن گاه $P_X(0 | Y = 1)$ چقدر است؟

X \ Y	۰	۱
۰	۰/۳	۰/۲
۱	۰/۱	۰/۴

الف. $\frac{1}{5}$ ب. $\frac{1}{7}$

ج. $\frac{4}{35}$ د. $\frac{3}{7}$

۱۲. در سؤال ۱۱ $E(X | Y = 1)$ چقدر است؟

الف. $\frac{1}{9}$ ب. $\frac{4}{9}$ ج. $\frac{7}{5}$ د. $\frac{4}{5}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی و کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۲۶

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۳. اگر متغیر X دارای چگالی $f(x) = \begin{cases} 4x^3 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{و, } \omega \end{cases}$ باشد آن گاه میانه این توزیع چقدر است؟

- الف. $\frac{1}{4}$ ب. $\frac{1}{2}$ ج. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ د. $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$

۱۴. اگر ضریب همبستگی بین دو متغیر تصادفی Y, X برابر 0.3 باشد آن گاه ضریب همبستگی بین دو متغیر تصادفی $2X + 1$ و $3Y + 5$ چقدر خواهد بود؟

- الف. 0.09 ب. 0.3 ج. 0.6 د. 0.18

۱۵. در سؤال ۱۴ اگر کواریانس بین Y, X برابر 4 باشد، آن گاه کواریانس بین دو متغیر تصادفی $2X + 1$ و $3X + 5$ برابر با:

- الف. 24 ب. 4 ج. 8 د. 12

۱۶. اگر تابع چگالی توأم Y, X بصورت $f(x, y) = \begin{cases} 2 & x > 0, y > 0, x + y < 1 \\ 0 & \text{و, } \omega \end{cases}$ باشد تابع چگالی حاشیه ای Y

کدامیک از موارد زیر است؟

- الف. $1 - y^2$ ب. $1 - y$ ج. $\frac{1}{2}(1 - y^2)$ د. $2(1 - y)$

۱۷. در سؤال ۱۶ $f(x | y)$ کدامیک از موارد زیر می باشد؟

- الف. $\frac{2x}{1 - y}$ ب. $\frac{1}{1 - y}$ ج. $\frac{2y}{1 - y}$ د. $\frac{1 - y^2}{1 - y}$

۱۸. متوسط طول عمر یک قطعه الکتریکی ۱۷۰ ساعت می باشد. یک کران بالا برای اینکه یک قطعه الکتریکی که به تصادف انتخاب می شود بیشتر از ۲۵۰ ساعت کار کند، چقدر است؟

- الف. 0.23 ب. 0.75 ج. 0.68 د. 0.77

۱۹. اگر واریانس یک متغیر تصادفی برابر صفر باشد آن گاه کدام عبارت درست می باشد؟

- الف. با احتمال ۱ مقدار میانگین را می گیرد ب. با احتمال یک مقدار صفر را می گیرد
ج. با احتمال صفر مقدار میانگین را می گیرد د. با احتمال صفر مقدار صفر را می گیرد

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی و کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۲۶

کد سری سؤال: یکی (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۲۰. اگر X_1, X_2, \dots دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع باشند به طوری که $E(X_i) = \mu$, $\text{var}(X_i) = \sigma^2 < \infty$ باشد، آن گاه کدام عبارت زیر بیانگر قانون ضعیف اعداد بزرگ است؟

الف. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \left| \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - \mu \right| > \varepsilon \right\} \rightarrow 0$

ب. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \right\} \rightarrow N(0,1)$

ج. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq x \right) \rightarrow \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

د. $(P \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = \mu \right)) = 1$

سؤالات تشریحی

(هر سؤال ۱/۴ نمره)

* فقط به ۵ سوال تشریحی از ۶ سوال به دلخواه پاسخ دهید.

۱. گشتاور حول مبدا مرتبه r ام متغیر تصادفی گاما را بیابید و براساس آن میانگین و واریانس را بدست آورید.

۲. اگر تابع چگالی متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} \lambda x e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & \text{جاهای} \end{cases}$ باشد تابع چگالی متغیر تصادفی $Y = X^2$ را

بدست آورید.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی و کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۲۶

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۳. به یک ایستگاه اتوبوس در هر ۱۵ دقیقه یک اتوبوس وارد میشود. مثلاً اگر اتوبوس‌ها از ۷ صبح شروع به کار کنند در ساعت‌های ۷ و ۷/۱۵ و ۷/۳۰ و یک اتوبوس به ایستگاه خواهد رسید. اگر زمان آمدن یک مسافر به ایستگاه دارای توزیع یکنواخت بین ساعت ۷ و ۷/۳۰ باشد، احتمالهای زیر را محاسبه کنید:

الف. مسافر کمتر از ۵ دقیقه در ایستگاه منتظر اتوبوس باشد

ب. مسافر بیشتر از ۱۰ دقیقه در ایستگاه منتظر اتوبوس باشد.

۴. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_N دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی با میانگین مشترک $E(X)$ باشند. همچنین فرض کنید N متغیری تصادفی با مقادیر طبیعی و مستقل از متغیر X_1, X_2, \dots باشد. در این صورت با فرض $E(N) < \infty$ مقدار $E(\sum_{i=1}^N X_i)$ را بدست آورید.

۵. اگر متغیرهای تصادفی X, Y پیوسته و دارای تابع چگالی توأم زیر باشند. مقدار $E(X | Y = y)$ را بدست آورید.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4}(2 - x - y) & 0 < x < 2, 0 < y < 2, x + y < 2 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$$

۶. قضیه چبی شف را به طور دقیق بیان و آن را ثابت کنید.