

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی ۱  
رشته تحصیلی و کد درس: آمار  
۱۱۱۷۰۳۲  
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

امام علی<sup>(ع)</sup>: برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. فرض کنید  $X_1, X_2$  نمونه‌های تصادفی از  $N(0, 1)$  باشند توزیع احتمال  $M = X_1 - X_2$  کدام است؟

الف.  $N(0, 1)$  ب.  $N(0, 2)$  ج.  $\chi^2(1)$  د.  $t(1)$

۲. برای  $f_{X,Y}(x, y) = (x + y)I_{(0,1)}(x)I_{(0,1)}(y)$  تابع چگالی شرطی  $f_{Y|X}(y|x)$  برای  $0 < x < 1$  کدام است؟

الف.  $\frac{2x + y}{x + \frac{1}{2}} I_{(0,1)}(x)$  ب.  $\frac{x + y}{x + \frac{1}{2}} I_{(0,1)}(y)$  ج.  $\frac{x + 2y}{x + 2} I_{(0,1)}(z)$  د.  $\frac{2x + y}{2x + 1} I_{(0,2)}(y)$

۳. اگر  $(X, Y)$  متغیر تصادفی دو بعدی باشد، آنگاه،  $E(E[g(Y) | X])$  کدام است؟

الف.  $E(X)$  ب.  $E(g(X))$  ج.  $E(g(Y))$  د.  $E(Y)$

۴. اگر  $X, Y$  دارای گشتاورهای مرتبه دوم متنهایی باشند، در این صورت:

الف.  $(E(XY))^2 \leq E(X^2).E(Y^2)$  ب.  $|E(X.Y)|^2 > E(X^2).E(Y^2)$

ج.  $(E[X.Y])^2 > \sqrt{E(X^2).E(Y^2)}$  د.  $E|XY|^2 = E(X^2).E(Y^2)$

۵. کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

الف.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x, y) = 0$  ب.  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x, y) = F(y)$

ج.  $\lim_{x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty} F(x, y) = 1$  د.  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x, y) = F(x)$

۶. اگر  $X \sim N(0, 1)$  باشد توزیع  $Y = X^2$  کدام است؟

الف.  $N(0, 1)$  ب. گاما با پارامترهای  $(1, 1)$

ج. گاما با پارامترهای  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  د. کوشی استاندارد

۷. فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی نمائی، به ترتیب با پارامترهای  $\lambda$  باشند آنگاه توزیع  $Y = \min(X_1, \dots, X_n)$  کدام است؟

الف. نمائی با پارامتر  $n\lambda$  ب. نمائی با پارامتر  $\lambda$  ج. گاما با پارامتر  $n\lambda$  د. دو جمله‌ای با پارامتر  $(n, \frac{1}{\lambda})$

۸. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر  $p$  باشند توزیع  $Y_n = \max X_i$  کدام است؟

الف. پواسن با پارامتر  $p$  ب. دو جمله‌ای با پارامتر  $p$  و  $n$  ج. برنولی با پارامتر  $p$  د. برنولی با پارامتر  $1 - (1 - p)^n$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی ۱  
رشته تحصیلی و کد درس: آمار  
۱۱۱۷۰۳۲  
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۹. فرض کنید  $X \sim N(0,1)$  تابع مولد گشتاور  $Y = X^p$  کدام است؟  $(t < \frac{1}{p})$

الف.  $(\frac{1}{1-pt})$

ب.  $(\frac{1}{1-pt})^{\frac{1}{p}}$

ج.  $(\frac{1}{1-pt})^n$

د.  $(\frac{1}{1-pt})^{\frac{n}{p}}$

۱۰. در صورتیکه  $X_1, X_2, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با توزیع نمائی با پارامتر  $\lambda$  باشند در این صورت تابع مولد گشتاور  $\sum_{i=1}^n X_i$  کدام است؟

الف.  $\frac{\lambda}{\lambda - t}$

ب.  $(\frac{\lambda}{\lambda - t})^n$

ج.  $(\frac{\lambda}{\lambda - t})^{\frac{1}{n}}$

د.  $(\frac{\lambda}{\lambda - t})^{\frac{1}{p}}$

۱۱. یک نمونه تصادفی ۳ تایی از توزیع یکنواخت روی فاصله  $(0,1)$  در اختیار است توزیع دومین آماره مرتب کدام است؟

الف.  $u(0,1)$

ب.  $u(0, \frac{1}{p})$

ج.  $Beta(1,1)$

د.  $Beta(p,p)$

۱۲. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_p$  متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نمائی بامیانگین ۱ باشند توزیع  $Y = \frac{X_1}{X_1 + X_p}$  کدام است؟

الف. نمائی با میانگین ۱

ب. نرمال

ج. گاما

د. یکنواخت  $(0,1)$

۱۳. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_p \sim N(0,1)$  iid توزیع احتمال متغیر تصادفی  $U = \frac{X_1 + X_p}{\sqrt{(X_1 + X_p)^p}}$  کدام است؟

الف.  $N(0,1)$

ب.  $N(0,p)$

ج.  $\chi^p(1)$

د.  $t(1)$

۱۴. فرض کنید  $f_X(x) = I_{(0,1)}(x)$  باشد توزیع  $Y = X^p$  کدام است؟

الف.  $\frac{p}{\sqrt{y}} I_{(0,1)}(y)$

ب.  $\frac{1}{p\sqrt{y}} I_{(0,1)}(y)$

ج.  $\frac{1}{\sqrt{py}} I_{(0,1)}(y)$

د.  $\frac{p}{\sqrt{py}} I_{(0,1)}(y)$

۱۵. تابع مولد گشتاور توأم  $Y, X$  به صورت  $M_{X,Y}(t_1, t_p) = \frac{1}{1-t_p} e^{t_1^p}$  می باشد توزیع کناری  $X$  کدام است؟

الف.  $N(0,1)$

ب.  $N(0,p)$

ج.  $\chi^p(1)$

د.  $t(1)$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی ۱  
رشته تحصیلی و کد درس: آمار  
۱۱۱۷۰۳۲

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۶. اگر  $X \sim U(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  باشد تابع چگالی احتمال  $Y = \tan X$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{(1+y)^2}$  ب.  $\frac{\pi}{(1+y)^2}$  ج.  $\frac{1}{1+y^2}$  د.  $\frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+y^2}$

۱۷. اگر  $f_{X,Y}(x,y) = 3xI_{(0,x)}(y) \cdot I_{(0,1)}(x)$  باشد چگالی  $Z = X - Y$  کدام است؟

الف.  $3(1-z)^2$  ب.  $\frac{3}{2}(1-z)^2$  ج.  $3(1-z)^2$  د.  $\frac{3}{2}(1-z^2)$

۱۸. اگر متغیر تصادفی پیوسته  $X$  در بازه  $(a,b)$  دارای تابع توزیع  $F_X(x)$  باشد توزیع  $U = F_X(X)$  کدام است؟

الف. هندسی ب. نمائی ج. گاما د. یکنواخت

۱۹. فرض کنید  $X \sim u(0,1)$  باشد توزیع  $Y = -\ln X$  کدام است؟

الف. نمائی با میانگین ۱ ب. نمائی با میانگین  $\frac{1}{2}$

ج. نرمال استاندارد د. توزیع نمائی دو پارامتری با پارامترهای  $(1, \ln 2)$

۲۰. فرض کنید  $X$  دارای توزیع پارتو به صورت  $f_X(x) = \theta x^{-\theta-1} I_{[1,\infty)}(x)$  است. توزیع  $Y = \ln X$  کدام است؟

الف. نمایی ب. نرمال ج. بتا د.  $t$

### سؤالات تشریحی

۱. تابع دو متغیره زیر را در نظر بگیرید. ۱/۵ نمره

$$f(x,y) = k(x+y)I_{(0,1)}(x) \cdot I_{(0,1)}(y)$$

الف.  $k$  را چنان تعیین کنید که  $f(x,y)$  تابع چگالی توأم باشد؟

ب. مطلوب است محاسبه  $P[0 < X < \frac{1}{2}, 0 < Y < \frac{1}{4}]$

ه. تابع توزیع توأم  $(F_{X,Y}(x,y))Y, X$  را محاسبه کنید.

۲. فرض کنید  $Y, X$  متغیرهای تصادفی و هر یک دارای توزیع یکنواخت روی بازه  $(0,1)$  باشند آن گاه توزیع  $U = \frac{X}{Y}$  را محاسبه

کنید. آیا  $E(U) = E(\frac{X}{Y}) = \frac{E(X)}{E(Y)}$  برقرار است؟ ۱/۵ نمره

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی ۱  
رشته تحصیلی و کد درس: آمار  
۱۱۱۷۰۳۲  
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۳. قضیه تبدیل انتگرال احتمال را به طور کامل بیان کنید. ۱ نمره

۴. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(0, 1)$  iid باشند تبدیل  $Y_1 = X_1^2 + X_2^2, Y_2 = X_3^2 + X_4^2, \dots, Y_n = X_{(n-1)}^2 + X_n^2$  را در نظر بگیرید توزیع  $Y_1$  را بیابید. ۱/۵ نمره

۵. نمونه تصادفی  $X_1, X_2, \dots, X_n$  از توزیع یکنواخت بر بازه  $(\mu - \sqrt{3}\sigma, \mu + \sqrt{3}\sigma)$  را در نظر بگیرید. اگر  $Y_1 \leq \dots \leq Y_n$  آماره‌های ترتیبی متناظر باشند، میانگین و واریانس  $R = Y_n - Y_1$  را محاسبه کنید. ۱/۵ نمره